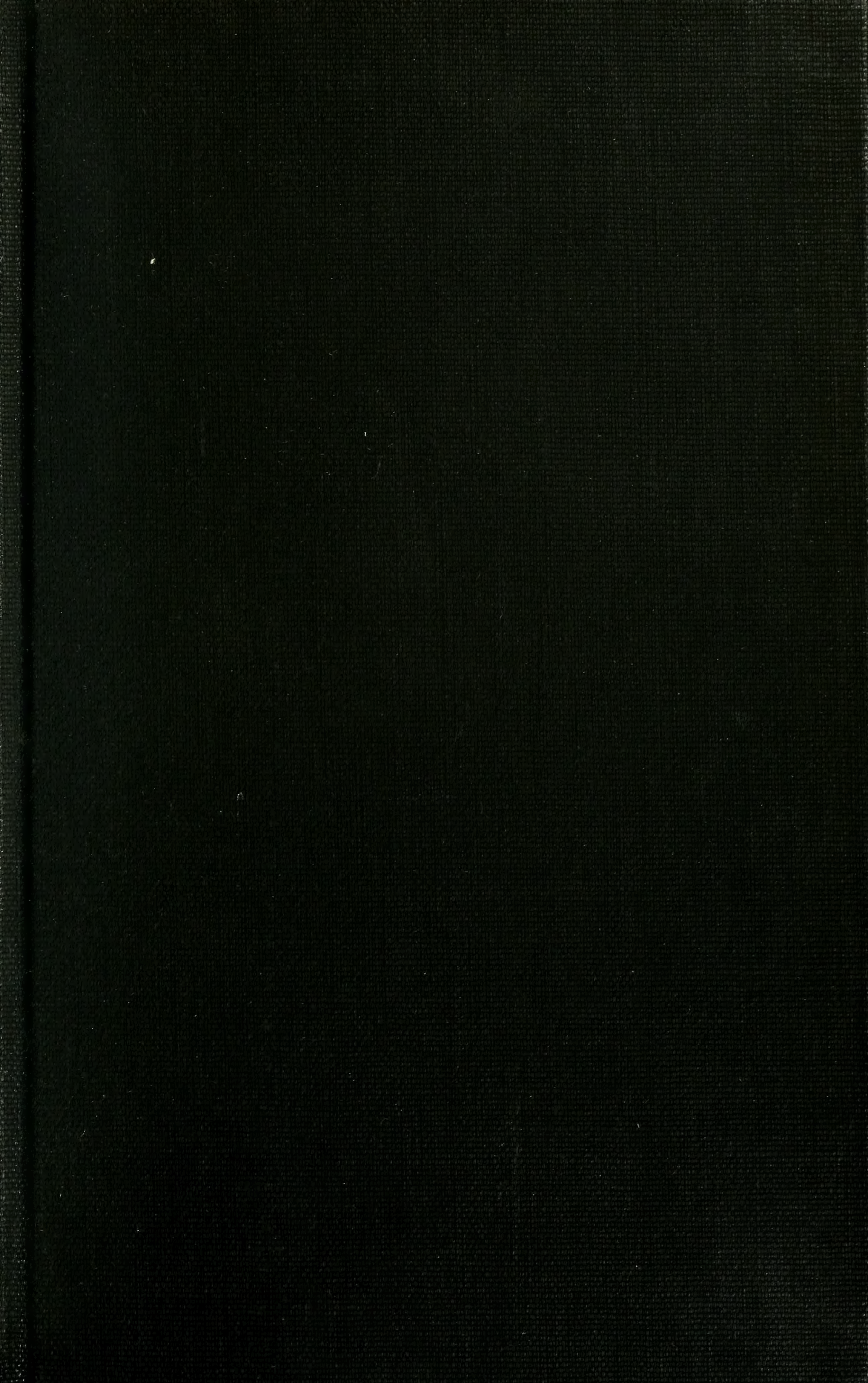
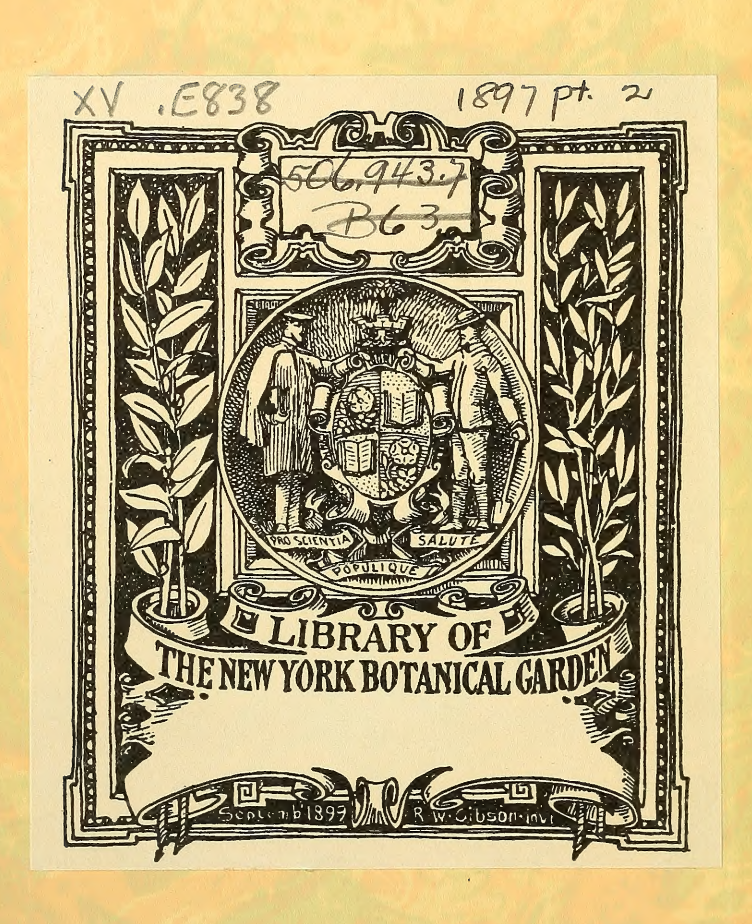
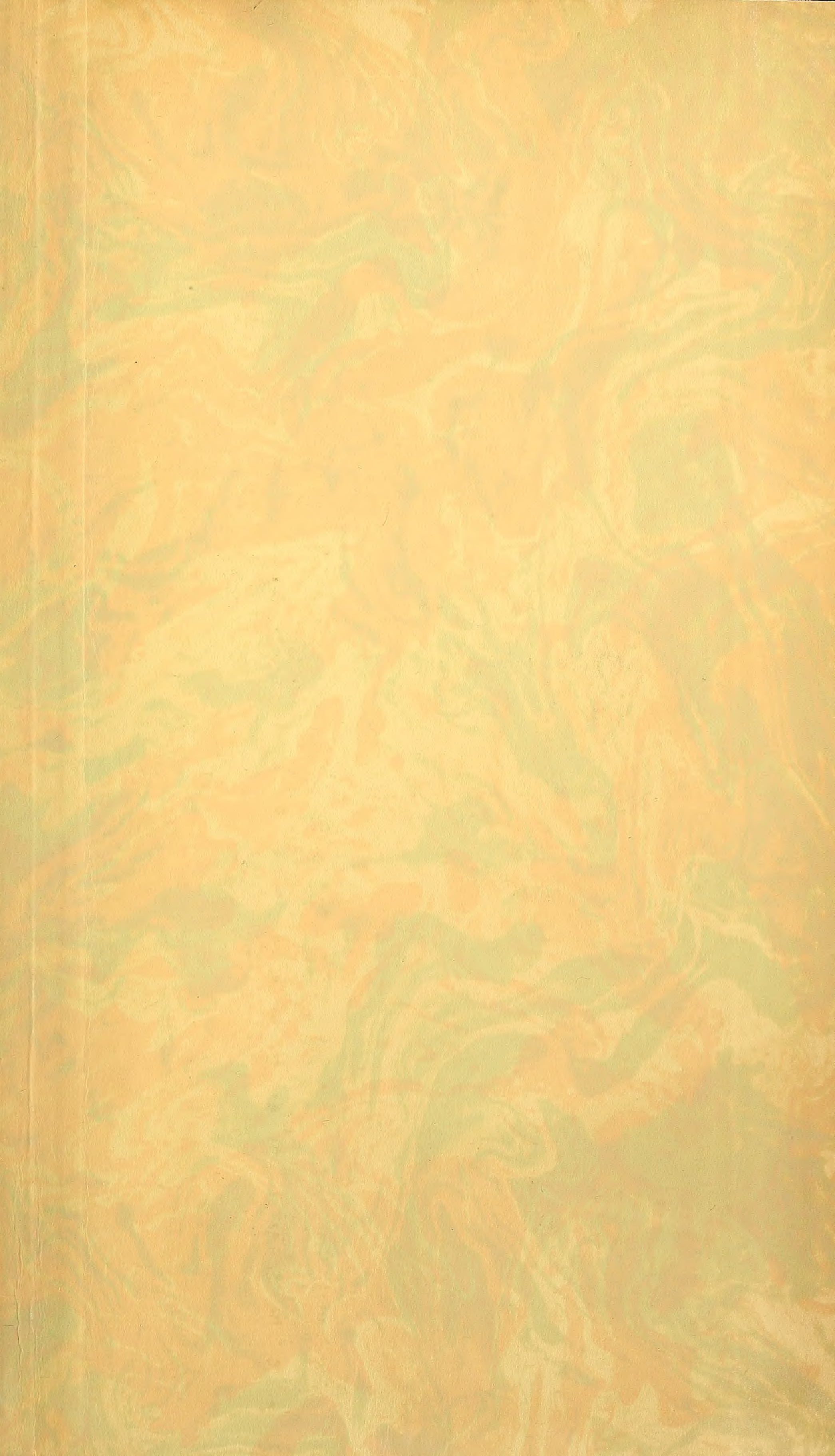
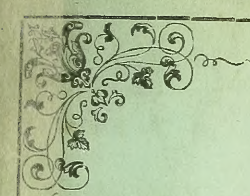
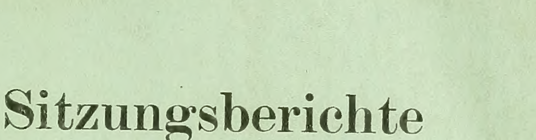



XV .E838
1897 pt. 2
506.943.7
B63
PRO SCIENTIA
SALUTE
POPULIQUE
LIBRARY OF
THE NEW YORK BOTANICAL GARDEN
Septemb 1899
R W Gibson inv







Sitzungsberichte

der königl. böhmischen

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH - NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

1897.

II.

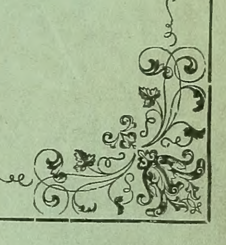
VĚSTNÍK

královské

ČESKÉ SPOLEČNOSTI NÁUK.

TŘÍDA MATHEMATICKO - PŘIRODOVĚDECKÁ.





XXXIX.

Kambrium mezi Lohovicemi a Tejřovicemi.

(Předběžná zpráva).

Napsal Dr. **Jaroslav J. Jahn** ve Vídni.

(Předloženo dne 9. července 1897.)

Slavným spolkem „Svatoborem" v Praze poskytnuta mi byla roku loňského podpora k pokračování geologických (stratigrafických a tektonických) a petrografických výzkumů kambrického útvaru mezi Lohovicemi u Radnic a Tejřovicemi u Křivoklátu.

Výzkumy tyto byly pokračováním mých studií ve Skrejsko-Tejřovickém kambriu v létech 1892—1895, jejichž výsledky uveřejněny jsou v práci mé „Über die geologischen Verhältnisse des Cambrium von Tejřovic und Skrej in Böhmen" [1]), jakož i v souvisících s ní prácech přátel mých dra J. F. Pompeckjho [2]) a ing. Aug. Rosiwala [3]).

V přítomných řádkách podávám předběžnou zprávu o výsledcích loňských studií svých v řečené části českého kambria. Zevrubné vylíčení výzkumů těch uveřejním, až zpracován bude velmi rozsáhlý palaeontologický a petrografický materiál, mnou nasbíraný (30 beden). Jako v dřívějších létech uvázal se i nyní přítel Pompeckj ve zpracování prvého, přítel Rosiwal pak má na péči druhý.

Pro přehlednost a porozumění následujícího líčení předesýlám některá všeobecná data, týkající se okrsku, o nějž jde, jež jsou obsažena již i v mém výše zmíněném spisu o Skrejsko-Tejřovickém kambriu.

Barrande-ova t. zv. středočeská „pánev silurská" zaujímá, jak

[1]) Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanst 1895., svazek 45, sešit 4.

[2]) „Die Fauna des Cambrium von Tejřovic und Skrej in Böhmen" Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanst. 1895., svazek 45., sešit 2 a 3.

[3]) Verhandl. d. k. k. geolog. Reichsanst. 1894., pag. 210, 322, 398 a 446.

známo, ellipsovité území, jehož delší osa směřuje od Plzence k Brandýsu n. L. Nejstarší zkameněliny obsahující vrstvy této „pánve“ zachovaly se pouze ve dvou osamocených ostrovech: na sz. okraji „pánve“ mezi Lohovicemi a Tejřovicemi, v jv. části „pánve“ v okolí Jince. Jsou to vrstvy s Barrande-ovou zvířenou primordiální, patřící k útvaru kambrickému.

Kambrický ostrov na sz. okraji středočeské „silurské pánve“ rozprostírá se od Lohovic přes Lohovičky, Terešovskou Huť, Mlečice, vrch Lípu, Podmocký mlýn a Slapskou hájovnu, Dlouhou horu nad Zbirovským potokem, Skreje, Luh, Tejřovice a Kouřimeckou myslivnu k Branovu. Jest to 1—3 kilom. široký, od JZ. na SV. směřující pruh vrstev slepencových, křemencových, pískovcových a břidlicových, proniklý četnými, rozmanitými horninami vyvřelými.

Ve vrstvách těchto dlužno přesně rozlišovati dva stupně: 1 zpodní, starší, sestávající z křemenitých slepenců, křemenců a pískovců, pojmenovaný Lipoldem Příbramské droby, Krejčím Třemošenské slepence; 2. svrchní, mladší, sestávající z břidlic hlinitých, v něž vloženy jsou tmavé pískovce a slepence, stupeň Skrejských a Jineckých břidlic.

Pompecki dokázal ve svrchu připomenuté práci své na základě bohatého palaeontologického materiálu mého ze Skrejsko-Tejřovického kambria, že stupeň zpodní jest obdobou zpodního kambria či t. zv. stupně olenellového, stupeň svrchní obdobou středního kambria či t. z. stupně paradoxidového.

Do loňských výzkumů mých známo bylo zpodní kambrium *se zkamenělinami* pouze z Kamenných hůrek a z již. svahu vrchu Milče u Tejřovic.

Byv po celé léto zaměstnán úřadními pracemi (mappováním) ve vých. Čechách, mohl jsem k výzkumům kambria věnovati toliko týden v červnu a téměř celý měsíc říjen. Avšak skoro celé léto pracoval pro mne na různých stanoviskách, mnou určených, dle návodu mého zručný dělník můj a vykořisťoval ve velikých rozměrech naleziště má, o nichž tuto promluvím.

Při svých loňských prácech v kambriu těšil jsem se ochotné podpoře především obětovného p. řídícího učitele Vil. Kuthana v Tejřovicích, dopisujícího člena c. k. říšského geologického ústavu, jakož i pp. starostů Ant. Šímy v Tejřovicích a Vikt. Topinky ve Skrejích, prof. V. Šmahy v Rakovníce, báňského inženýra Vojt. Holého ve Vejvanově a obchodníka Hug. Beneše v Lohovicích. Všem těmto pánům za veškeru laskavost jejich vzdávám srdečný dík.

Všeobecné poznámky o kambriu mezi Lohovicemi a Tejřovicemi.

Loňské výzkumy mé v uvedené části českého kambria nesly se hlavně dvojím směrem: 1. k povšechnému studiu dosud jen velmi povrchně prozkoumané krajiny mezi Lohovicemi a Slapskou hájovnou; 2. k dalším podrobným studiím obvodu mezi Slapskou hájovnou a Branovem, jehož geologické poměry byly mnou v hlavních rysech již vylíčeny ve svrchu zmíněné práci mé.

Hlavní výsledky loňských studií mých lze shrnouti v tyto všeobecné věty:

V útvaru *praekambrickém*, tvořícím podklad našeho kambrického pásma, seznal jsem téměř všude na sz. hranici kambrického pruhu tentýž sled vrstev a tytéž horniny, jež jsem byl ve své uvedené práci popsal z okolí Skrej a Tejřovic: černou hlinitou břidlu azoickou Barrande-ova stupně *B* s buližníkem, místy s drobovými břidlami a pískovci a podřízenými eruptivnými horninami.

Co do kambria samého, předsevzal jsem si především sledovati *zpodnokambrické* vrstvy Kamenných hůrek dále na JZ. I podařilo se mi skutečně zjistiti vrstvy tyto se zkamenělinami (ponejvíce velmi hojnými) na vých. a již. svahu Milče u Tejřovic, u Slapnického mlýna, mezi Mlečicemi a Lohovičkami, mezi Lohovičkami a Lohovicemi a u Lohovic.

Vrstvy zpodního kambria netvoří nikterak souvislé pásmo pod paradoxidovými břidlicemi, nýbrž scházejí místy a střední kambrium spočívá přímo na praekambriu (u Mlečic, jak se zdá i u Lípy, na Čihátku u Slapské hájovuy a na Studené hoře). Zhusta opakuje se zpodní kambrium následkem dislokací, na př. u Podmockého mlýna, u Slapnického mlýna, na Milči a na Kamenných hůrkách). Důležito jest, že i v oboru zpodního kambria přicházejí tmavé slepence a tmavé pískovce a že dále i tyto tmavé horniny obsahují tytéž zkameněliny, jako světlé slepence a pískovce z Kamenných hůrek.

Ve *středním* kambriu, v stupni paradoxidovém, učinil jsem tolikéž mnohé nové, zajímavé objevy.

Pásmo středního kambria počíná sv. od Lohoviček, což dlužno proti dosavádním mappám geologickým z krajiny této výslovně připomenouti. Ani střední kambrium netvoří souvislý pruh mezi Lohovičkami a Kouřimcem, jeť místy přerušeno vyvřelými horninami, uprostřed nichž objevuje se v podobě ostrůvků.

Paradoxidová břidlice od Lohoviček až k Slapské hájovně je v poměru k paradoxidové břidle Skrejského a Tejřovického kambria chudá zkamenělinami. I v Skrejském, ano i v Mlečickém obvodu středního kambria vyskytují se podobně jako v Tejřovickém kambriu vložky a apofysy vyvřelých hornin, jakož i vložky pískovců. Mnohonásobné, rozmanité a rychlé střídání facies v oboru středního kambria pozorovati lze však pouze v obvodu Tejřovickém; v kambrických vrstvách dále na JZ. scházejí pískovcové vrstvy s hojným Ellipsocephalus Germari, jaké jsou v obvodu Tejřovickém „Pod trním", vrstvy červenavé břidly s mladými trilobity, jako u Tejřovic „Pod hruškou" i vrstvy polymiktického, hrubozrného slepence s trilobity, jaký tvoří na místě „Pod chvojinami" nejvyšší stupeň Tejřovického kambria. V krajině na JZ od Tejřovického kambria zhusta odříznuta jest přímo paradoxidová břidla vyvřelými horninami horského pásma Křivoklátsko-Rokycanského.

Loňského roku poprvé mohl jsem věnovati větší pozornost horskému pásmu Rokycansko-Křivoklátskému, tvořícímu *patro* (Hangendes) kambrického pásma našeho. Provedl jsem několik podrobných profilů příčných tímto horským pásmem, při čemž jsem nasbíral velmi mnoho zajímavých vyvřelých hornin a konal četná tektonická pozorování.

Tektonické poměry Lohovicko-Skrejsko-Tejřovického pásma kambrického ukázaly se dle loňských výzkumů dosti složitými. Pásmo řečené prostoupeno jest mnohými, ponejvíce rovnoběžnými puklinami příčnými, podél nichž často vyvřely eruptivné horniny, jimiž byly kambrické vrstvy z původního uložení vyšinuty. Mimo to seznal jsem loni v našem kambrickém pásmu četná vržení a j. dislokace menších rozměrů; vrstvy středního kambria shledal jsem na několika místech silně zborceny a zprohýbány.

Na SV. od Kouřimecké myslivny mizí kambrické vrstvy záhy mezi vyvřelými horninami horského pásma Rokycansko-Křivoklátského, zaujímajíce u myslivny jmenované jen úzký pruh. Na levý břeh Berounky (k Nezabudicům) kambrium už více nepřestupuje.

V příčině tektonické velmi zajímavým jest synklinálně uložený kambrický ostrůvek uprostřed vyvřelých hornin poblíž Šlovic (na již. svahu Milče), tudíž v podkladu vlastního pásma kambrického. Neméně zajímavými jsou v příčině této dislokované vrstvy středního kambria v podkladu zpodnokambrických vrstev Kamenných hůrek.

V příčině *palaeontologické* přinesly loňské výzkumy mé velice bohatou kořisť, z níž vyniká zvláště značný počet nových druhů trilobitů, ramenonožců, plžů, ostnokožců a j. ze zpodního kambria. I ve

vrstvách středního kambria objevil jsem mnohé nové palaeontologické zajímavosti.

Petrografická kořisť z loňských výzkumných cest mých v krajině, o niž jde, řadí se důstojně po bok kořisti palaeontologické. Zvláště horské pásmo Rokycansko-Křivoklátské poskytlo veliký počet zajímavých, dosud nepopsaných hornin vyvřelých.

Dosavádní zprávy naše o kambriu mezi Lohovicemi a Slapy, jeho základu a patru jsou z největší části nesprávnými. Výrok ten má platnost zvláště při *geologických mappách* krajiny této, jichž jsem se již ve vzpomenuté práci své dotknul. Právě tato nezprávnost mapp zmíněných velice stěžovala studium mé, hlavně sledování vrstev středního a zpodního kambria ve směru jz.

Přistupuji nyní k vylíčení podrobného studia jednotlivých zajímavějších míst.

Kambrium u Lohovic.

Ve směru jz. končí Lohovicko-Tejřovické kambrické pásmo, pokud známosti naše dnešní sahají, u vesnice Lohovic (sz. od Radnic). Jz. od Lohovic směrem k Vejvanovu nenašel jsem dosud ani stopy po horninách kambrického útvaru; podklad tamějších kamenouhelných usazenin tvoří buď azoická břidlice hlinitá s buližníkem (étage *B*), anebo porfýry, patřící k horskému pásmu Rokycansko-Křivoklátskému.

Kambrický útvar u Lohovic objevil r. 1887 prof. J. Kušta [4]). Místo to leží vých. † 448, sev. 468, jiż. 447 [5]) na jv. konci vesnice Lohovic. Usazeniny kambrické, uložené na azoické hlinité břidle a buližníku, sestávají z drobového pískovce stáří *zpodního* kambria.

Pískovec tento jest celkem jemnozrný, pevný, dosti dobře štípatelný, tmavošedý, prostoupený rezavým práškem hydrátu železitého. Sestává z úlomků křemene, křemence, hlinité břidlice a buližníku, k nimž přimíseny jsou někdy i úlomky a valouny vyvřelých hornin. Úlomky a valouny tyto jsou místy (ojediněle) až 3 *cm.* v průměru.

Pískovec tento obsahuje velice hojné, žlutým až žlutohnědým

---

[4]) Věstník král. české spol. nauk v Praze 1887., str. 689.

[5]) Připomínám, že veškeré udaje výškových bodů (côt) v přítomných řádkách činěny jsou dle mapp v měřítku 1 : 25000.

práškem limonitu povlečené zkameněliny, jež v něm tvoří místy lumachelly. Nechtěje předbíhati výzkumům přítele Pompecki-ho, přestávám pouze na poznámce, že jsou tu zastoupeny tytéž druhy Orthis a trilobitů (zvláště velmi hojný Ellipsocephalus vetustus Pomp.) jako na Kamenných hůrkách u Tejřovic, ale mimo to též řada nových druhů (zvláště trilobitů z rodu Ptychoparia, hojná Stenotheca a j.)

S tímto pískovcem tmavým střídají se místy slabé (až $^1/_2$ *dcm* mocné) vrstvy světlého, jemnozrného, měkkého, křemitého pískovce, shodného s oním z Kamenných hůrek. Zcela ojediněle naleznul jsem tu i úlomky typického světlého slepence Třemošenského.

Naleziště Lohovické jest pole, zvané „Na žďáru", patřící rolníku Procházkovi v Lohovicích. Pískovec leží tu nehluboko (asi 1 *dcm*, i hlouběji, i méně hluboko) pod hlínou. Pevných vrstev jsem na celé té ploše nikde nenašel, ač jsem kopati dal na několika místech až přes 1 *m* hluboko. Všude zastihneme toliko volně nakupené kusy pískovce v načechrané vrstvě. I zdá se, že celé pole bylo kdysi překopáno do značné hloubky při hledání uhlí, čemuž nasvědčují i výroky domácích lidí.

Na pískovec tmavý s Orthis a trilobity přijde se na poli Procházkově, kdekoliv se zakopá. Hornina tato přechází z části i na sousední (ve směru na JV.) pole Veselého, ale jen málo, i mizí tam. Zaujímá tedy kambrický ostrůvek Lohovický skoro jen pole Procházkovo.

Základ kambrických vrstev ostrůvku Lohovického tvoří jako u Tejřovic a Skrej azoická hlinitá břidla a buližník (étage *B*), patro tvořeno jest vyvřelými horninami Křivoklátsko-Rokycanského horského pásma. Na JZ. následují transgredující usazeniny kamenouhelné. Na SV. odříznuty jsou kambrické usazeniny ostrůvku Lohovického porfýrem, jenž vytvořuje tu dva kopečky — côta 447 a druhý v. † 448 — a láme se na silničný štěrk.

Kambrium mezi Lohovicemi a Lohovičkami.

Sv. od právě zmíněných porfýrových vršků následuje na povrchu diluviálný štěrk, místy dosti mocný, přikrývající vrstvy kambrické. Tyto objeveny byly pod 1 *m* mocnou vrstvou štěrku při hledání uhlí ve značné mocnosti sev. 437 na sz. svahu návrší, touto côtou označeného, do lučinaté nížiny, táhnoucí se od kopečku 447 podél

côt 423 a 410 k Lohovičkám. Pozemek, na němž zde kambrium bylo nalezeno, patří již ke katastru Lohoviček.

Vrstvy kambrické tvořeny tu jsou světlým, měkkým, jemnozrným, křemenným pískovcem, jehož úlomky jsem ještě našel na místě, kde se kutalo. Pískovec tento obsahoval hojně touž Orthis Kuthani Pomp. jako pískovec Lohovický[6]). Vrstvy jeho směřovaly dle zpráv p. Hug. Beneše z Lohovic souhlasně s kambrickými vrstvami u Skrej a Tejřovic od JZ. k SV., zapadaly prý však mírně na SZ směrem k zmíněné, lučinami zaujaté nížině.

Mezi místem právě popsaným a Lohovičkami všude lze viděti na povrchu pouze diluviální štěrk. Teprv již. 410 na témže svahu k lučinám, sv. od místa dříve zmíněného, vystupují na den vyvřelé horniny (porfýry). Od řečeného kutiště u Lohoviček až k údolíčku na sev. konci Lohoviček (sz. od kříže, u cesty stojícího) nenašel jsem nikde ani stopy kambrických usazenin.

Z toho poznáváme, že kambrické vrstvy u Lohovic i Lohoviček odříznuty jsou na sv. konci horninami eruptivnými a objevují se takto ve skutečnosti jako ostrůvky, nesouvisící přímo se souvislým pásmem kambrickým Skrejsko-Tejřovickým.

U samých Lohoviček, na jz. konci vesnice nastupuje na místo štěrku jako pokrývka vyvřelých hornin diluviální léss (Löss), až 4 *m* mocný, jímž se tu zásobí cihelny. Vyvřelé horniny, pod touto hlínou uložené, vystupují na den toliko v hlubokých úvozech cest a ve vesnici samé (na několika místech).

Kambrium mezi Lohovičkami a Mlečicemi.

Krajina mezi Lohovičkami a Mlečicemi rozdělena jest Lohovickým potokem ve dvě orograficky a geologicky různé části: na záp. od potoka ležící nížina tvořena jest kambrickými a praekambrickými horninami, na nichž místy transgredují kamenouhelné pánvičky; na vých. od potoka řečeného následuje horské pásmo Rokycansko-Křivoklátské, vytvořené horninami vyvřelými.

Části posléze jmenované povšimneme si později; na tomto místě promluvím o části, prostírající se na záp. od Lohovického potoka.

---

[6]) Viz zprávu prof. J. Kušty ve Věstn. král. české spol. nauk v Praze 1892, pag. 421.

Podklad kambrických vrstev jest i v tomto obvodě týž jako dále na JZ. i SV. Lydit vystupuje tu ve značné mocnosti; na cestě, vedoucí z Lohovic vých. od Skoupů k Mlečicům skoro stále jdeme po buližníku.

Kambrické vrstvy poprvé zastihneme, kráčejíce od Lohoviček k Mlečicům, v údolíčku, směřujícím na SZ. od kříže u cesty na sev. konci Lohoviček [7]. Plateau jz. i sv. od údolíčka tohoto pokryto jest mohutnými vrstvami spraše. Pouze v údolíčku zmíněném vychází podklad těchto diluviálních usazenin na den, než ani tu nepodařilo se mi zjistiti kambrické horniny ve vrstvách; našel jsem toliko v hromádkách kamení, vyházeného z polí, v údolíčku tomto se nalézajících, četné kusy kambrických hornin (mezi převládajícím kamením eruptivným). Vyskytuje se tu typický Třemošenský slepenec křemenný, hrubozrný, světlý, tedy hornina ze *zpodního kambria*. *Střední kambrium* zastoupeno jest ve zmíněném kamení četnými kusy velmi jemnozrné, červenavě fialové, až šedofialové břidly drobové, kteráž zvláštní, význačná hornina tvoří dále na SV. vložky v paradoxidové břidlici (viz níže). Mimo to přichází tu ještě světlý, velice jemnozrný křemenec, příbuzný s pískovci křemencovými ze středního kambria.

Dále na SV. vystupují kambrické vrstvy až opět v údolíčku mezi côtami 413 a 391. Od sev. konce Lohoviček až k tomuto místu shledáváme po levém břehu potoka Lohovického všude mohutné, až 5 *m* mocné usazeniny diluviálné hlíny, z nichž jen na několika hlubších místech vynikají pod nimi skryté vyvřelé horniny.

Kambrické vrstvy objevují se v sev. svahu řečeného příčného údolíčka, vedoucího od côty 413 směrem SZZ.—JVV. do údolí potoka Lohovického. Málo na východ od místa, kde cesta, vedoucí z Lohoviček k Žákovině, se křižuje s tímto údolíčkem, vystupují v severním svahu údolíčka vrstvy *zpodního kambria* na den: slepence a pískovce v mocnosti asi 5 *m*. Přístupny jsou v poli, zvaném „Na chobotech" či „Chobota" (majetník rolník Josef Bebr v Lohovičkách), jakož i v zářezu soukromé, polní cesty ve svahu údolíčka.

Pískovce (řídčeji i slepence) zdejší obsahují hojné zkameněliny týchž druhů, jako pískovec Lohovický. Orthis Kuthani Pomp. i zde převládá. Způsob zachování je týž jako u Lohovických zkamenělin. Pískovec zdejší jest tmavý, podobá se Lohovickému, obsahuje však víc úlomků břidly hlinité. Přechází ponenáhlu v slepenec tolikéž tmavý, místy silně hrubozrný, často proniklý žlutým práškem okru.

---

[7]) Kříž tento nalézá se u písmene *O* (*O*d Lohoviček B.) na mappě 1:25000.

Na těchto vrstvách zpodního kambria následuje na východ v témže severním svahu údolíčka přímo mohutné pásmo *paradoxidových břidlic* s vložkami pískovce a červenavě fialové drobové břidly. Paradoxidové břidly zdejší jsou úplně shodny s oněmi u Tejřovic a Skrej.

Kdežto vrstvy zpodního kambria na místě, o něž jde, zřetelně směřují skoro J.—S. (hod. 23), zapadajíce pod 25—55° na V., vykazují vrstvy paradoxidové břidlice směr JV.—SZ. (hod. 21), zapadajíce na SV. pod úhlem 10°. I zdá se, že tu jest mezi zpodním a středním kambriem diskordance, ovšem ne značná, že střední kambrium transgreduje na zpodním.

Vých. svah vršku c. 391, na povrchu veskrze diluviálnou hlínou pokrytého, zaujat jest až k patě vysokého levého břehu potoka Lohovického diluviálnými nánosy: nahoře až 5 *m* mocná hlína, u paty břehu štěrk. Vrstvy kambrické nevycházejí tu v levém břehu potoka Lohovického nikde na den.

V příčném údolíčku, nejblíže na SV. následujícím, objevují se v polích jjv. 399 v sev. svahu údolíčka úlomky týchž hornin *zpodního kambria*, jež jsme seznali na místě předešlém. Ve vrstvách nenašel jsem jich však; kusy, v polích se povalující, neobsahovaly žádných zkamenělin. Na východ u samého tohoto místa vystupuje v témže svahu příčného údolíčka *paradoxidová břidla* na den a jest i dále nepřetržitě odkryta i v celém jv. a vých. svahu kopečku c. 391 (v levém břehu potoka Lohovického) až ke côtě 355, jsouc nahoře na pláni přikryta vrstvami diluviálné hlíny.

V jižní části této břehové stráně vykazují vrstvy paradoxidové břidlice směr JZ.—SV. (hod. 15—16) a sklon na JV. (pod různými úhly) — tedy jako všeobecně v obvodu Tejřovicko-Skrejském. Vých. 399 (záp. 435) nalézáme při patě břehové stráně v paradoxidové břidlici apofysu porfýru, uložení vrstev je tu porušeno. Od tohoto místa počínaje až k bodu 355 mají vrstvy paradoxidové břidlice směr skoro Z.—V. (hod. 19) a sklon na J., směřují tedy na druhý (pravý) břeh potoka Lohovického. Skutečně nalezneme je zde u paty příkrého pobřežního (zalesněného) svahu záp. 435 na den vycházející. Břidla zdejší je úplně shodna s onou u hájovny Slapské. Našel jsem v ní četné úlomky trilobitů a cystideí. V levém břehu potoka obsahuje břidla četné vložky pískovce a zmíněné již jemnozrné, červenavě fialové břidly drobové, místy jsou vrstvy její zprohýbány. Nachází se v ní hojně Orthis Romingeri Barr., Trochocystites bohemicus Barr., Agraulos ceticephalus Barr. sp. a j. v. Břidla na pravém břehu po-

toka tvoří pouze nepatrný ostrůvek, jest odříznuta kol kolem vyvřelými horninami.

V příčném údolí, na levém břehu potoka na SV. následujícím, označeném na mappě „Žákovina“ [8]), vyniká tolikéž paradoxidová břidla hojně na den. Kdežto u côty 355 (při ústí údolíčka tohoto do údolí potoka Lohovického) vrstvy paradoxidové břidly směr Z.—V. vykazovaly (viz výše), směřují tyto vrstvy v údolíčku, k Žákovině vedoucím, opět normálně od JZ. na SV. (hod. 15—16), zapadajíce na JV. pod průměrně 25°.

Setkáváme se tu tedy se zvláštním zjevem, že při ústí údolíčka řečeného do údolí potoka Lohovického mají vrstvy téže paradoxidové břidly na již. svahu údolíčka zcela jiný směr než na svahu sev. (ač tu poměrně velmi malá vzdálenost). Vzpomeneme-li i ostrůvku paradoxidové břidly na pravém břehu potoka Lohovického a vezmeme-li v úvahu i ostrůvek paradoxidové břidly [9]) u prostřed vyvřelých hornin Rokycansko-Křivoklátského pásma horského již. od Terešovské Huti (v. 409, sz. 437), vidíme, že tu máme zřetelnou *čáru dislokační*, směřující od JV. na SZ., tedy kolmo na normálný směř vrstev našeho kambria (puklina příčná). Na čáře této leží nejen oba zmíněné ostrůvky paradoxidové břidly na pravém břehu Lohovického potoka, nýbrž i ona svrchu uvedená apofysa porfýru v paradoxidové břidle na levém břehu Lohovického potoka a její pokračování v údolí k Žákovině vedoucím (viz níže). Dle dislokační čáry této povstalo i ono právě popsané pošinutí vrstev kambrických, spojené s porušením původního uložení jich.

Základ paradoxidové břidly v údolíčku, k Žákovině vedoucím, tvoří azoická břidla s buližníkem, na níž transgreduje j. 423 (jz. od Mlečic) dosud na žádné mappě geologické nevyznačená pánvička kamenouhelná. Zpodní kambrium nepodařilo se mi v údolíčku tomto zjistiti, přechod středního kambria v podklad je přikryt údolními náplavy (alluvium).

Paradoxidová břidla v řečeném údolíčku podobá se velice oné při Karáskově potoce u Tejřovic (viz moje svrchu vzpomenuté pojednání), také vzhled strání údolíčka tohoto je týž, jako vzhled pobřežních svahů Karáskova potoka. Břidla údolíčka Žákovinského poskytla mi některé pěkně zachovalé zkameněliny, z nichž uvádím zvláště úplné exempláře Trochocystites bohemicus Barr., malý, úplně

---

[8]) Stávaly tu kdysi domky, zvané „Na Žákovině“.

[9]) O ostrůvku tomto, jenž již Krejčímu byl znám, promluvím níže.

zachovalý, zavinutý exemplář Ptychoparia Emmrichi Barr. sp. Břidla tato obsahuje vložky rezavého drobového pískovce (shodného s oním od Tejřovic „Pod trním") a vyvřelých hornin. Apofysa porfýru v břidle té jest patrně pokračováním oné v levé pobřežní stráni Lohovického potoka.

Na značné ploše otevřena jest paradoxidová břidla po záp. straně silnice, vedoucí od Terešovské Huti k Mlečicům. Břidla zdejší podobá se oné u Slapské hájovny, nemá žádných pískovcových vložek, je zřetelně vrstevnatá (ve velikých deskách), vrstvy její mají normálný směr JZ.—SV. a zapadají tolikéž normálně na JV.

Břidla tato poskytla mi mnoho pěkných zkamenělin, jež v pozdější své práci o této krajině jmenovitě uvedu. Zkameněliny, uváděné v literatuře od Mlečic a rozšířené v četných sbírkách, pocházejí z tohoto místa, o čemž svědčí způsob jich zachování i povaha matečné horniny.

Paradoxidovou břidlu lze zde stopovati nepřetržitě od paty stráně (sv. 355) po záp. straně silnice zmíněné až nahoru, kde přestává strž, silnici provázející. Na vých. straně silnice odříznuta jest břidla vyvřelou horninou, tvořící úhledný kopeček záp. 391. Mezi tímto kopečkem a 401 střídají se několikráte vyvřelé horniny s břidlou paradoxidovou, místy následkem žáru značně pozměněnou.

U hřbitova mlečického vystupují na den toliko vyvřelé horniny. Až ve vesnici Mlečicích setkáme se na několika místech opět s paradoxidovou břidlou (zvláště poblíž kostela na vých. konci vesnice pěkně otevřenou, pevnou, deskovitou, modrošedou), jež na vých. konci vesnice mizí pod diluviálným štěrkem.

Zpodního kambria nenašel jsem zde nikde.

Kambrium mezi Mlečicemi a Slapy.

V zářezu cesty, vedoucí od kříže na vých. konci Mlečic směrem JJZ.—SSV., jest světle zelená, zvětralá břidla paradoxidová otevřena na vzdálenost asi 25 *m*. V břidle této našel jsem dosti zkamenělin, nejhojnější mezi nimi Orthis Romingeri Barr. a Trochocystites bohemicus Barr. Má normálný směr (JZ.—SV.) i zapadání (na JV.) vrstev a jest pokračováním břidly, ve vesnici Mlečicích otevřené. Zpodního kambria nepodařilo se mi ani zde na vých. straně Mlečic zjistiti.

Údolí, vedoucí od 363 na JV., naznačuje dislokační čáru, vedoucí kolmo na normálný směr vrstev našeho kambria (puklina příčná),

Od Mlečic pokračují kambrické vrstvy na SV. až k tomuto údolí, zde odříznuty jsou vyvřelými horninami: na vých. svahu tohoto údolí není již ani stopy po kambrických horninách, jež sem od Mlečic směřují, celá vých. stráň údolí zaujata jest horninami vyvřelými. Tyto vytvořují také celý terrain mezi údolím zmíněným, levým břehem Mlečického potoka a údolím na jz. patě vrchu Lípy.

Kambrium vystupuje na den teprv až v příčném údolí, vedoucím na jz. patě vrchu Lípy od místa, zvaného „Na Lídě", směrem SZ.—JV. do údolí potoka Mlečického. Od vesnice Podmokle (Podmoky) až k údolí zmíněnému pokryta jest pláň mocnými usazeninami hlíny diluviálné. Ještě na sz. výběžku údolí, o němž řeč, jest hlíny až na 2 *m*.

První kambrická hornina, jež v tomto sz. výběžku údolí pod hlínou na den vystupuje, jest paradoxidová břidla (jjv. 411). Zpodního kambria zde nelze zjistiti. Na tuto břidlu, připomínající obdobnou horninu od Luhu u Tejřovic, následují lože vyvřelých hornin (i buližníku!), načež následuje táž červenavá, jemnozrná břidla (s vložkami pískovce), která u Tejřovic „Pod hruškou" hojné malé trilobity obsahuje. Zkamenělin jsem v ní však nenašel. Následují značně mohutné vrstvy pískovce, shodného s oním „Pod trním" u Tejřovic, ve střídání s paradoxidovou břidlou, sem a tam lože buližníku(!), na to mohutné souvrství normálné, modravé břidly paradoxidové, lámající se ve velikých deskách. Vrstvy břidly mají stále normálný směr JZ.—SV., zapadajíce na JV. s mírným sklonem. Na jednom místě jsou silně zborceny a zprohýbány.

Údolíčko, zachovávající dosud směr Z.—V., obrací se po té na JV., břidla přechází i do údolíčka, směřujícího na SV. i do rovnoběžného s ním údolíčka, směřujícího k 394 (pobočné výběžky hlavního údolí), kde mizí pod diluviální hlínou. V hlavním údolí dosahuje břidla až k čáře, spojující côty 402 a 394, jsouc tu odříznuta vyvřelými horninami. Dále na JV. nikde více již se kambrické horniny neobjevují. Vršek záp. 394 tvořen jest eruptivními horninami, jež tu ohraničují paradoxidovou břidlu na SV.

Jest tedy souvrství kambrické v řečeném příčném údolí na jz. patě Lípy ostrůvkem kambrickým u prostřed eruptivních hornin.

Na pláni na SV. od údolí právě popsaného zastihneme na povrchu všude diluviální hlínu. Kambrické horniny vystupují na den až na sev. patě vrchu Lípy. Jsou tu otevřeny ve dvou rovnoběžných průřezech: v lesní rokli, vedoucí od 377 na SV. a v zářezu silnice, vedoucí od Podmockého mlýna k Podmokám.

Zpodní kambrium tvořeno jest týmiž horninami, jako u Slapnického mlýna a na Milči (viz níže): světlým, hrubozrným slepencem Třemošenským, světlým, měkkým pískovcem křemenitým, tmavým slepencem a tmavým pískovcem. Podobně jako u Slapnického mlýna a na Milči opakuje se zde zpodní kambrium dvakrát a je provázeno lyditem.

Paradoxidová břidla (zde místy s vložkami pískovce a ložemi buližníku) přechází pak dolů do údolí Zbirovského potoka.

Srovnáme-li stanoviska kambrická u Mlečic s oněmi na jz. a na sev. patě vrchu Lípy, znamenáme, že nenalézají se na jedné čáře, nýbrž že kambrické vrstvy na jz. patě Lípy pošinuty jsou na SZ. Pošinutí ono stalo se patrně podél pukliny se směrem JV.—SZ., podél níž vyvřely i hmoty eruptivné, oddělující dnes ona stanoviska jako osamocené ostrůvky. Vrstvy kambrické na sev. patě Lípy, jakož i v údolí Zbirovského potoka u Slapské hájovny mají již opět vzhledem k vrstvám kambrickým u Mlečic normálné uložení.

Kambrium mezi Slapskou hájovnou a Berounkou sev. od Skrej (= Skrejské kambrium).

Obvod tento popsal jsem podrobně již ve své svrchu zmíněné práci. Dnes mohu však podati některé doplňky k obrazu geologických poměrů Skrejského kambria, výsledky to pozorování svých v roce minulém.

Břidla paradoxidová, vycházející na den v zářezu silnice na sev. patě Lípy, sestupuje u Podmockého mlýna do údolí Zbirovského potoka. Břidla vychází tu na den v levém pobřežním svahu údolí mezi côtami 288 a 324, v údolíčku vých. 324, v záp. svahu vršku 379 (zde otevřena jest v lomě „Na čihátku“ — viz moji uvedenou práci), v již. svahu téhož vršku proti Slapské hájovně. Na pravém břehu potoka vychází paradoxidová břidla na den v záp. svahu vršku 354 (až již. 288), v sev. svahu téhož vršku (zde otevřena jest v lomě ve stráni zvané Buchava při silnici u Slapské hájovny), konečně pak ve velikých deskách dole při potoce Zbirovském již. od písmene S. (Hgh. *S*lap) a v korytě potoka od Podmockého mlýna až ke côtě 288.

V lomě ve stráni Buchavě lámalo se loni mnoho břidly na přestavbu silnice, vedoucí od Slapské hájovny k Podmockému mlýnu (lámány desky až 1□*m* veliké), při čemž nasbíral jsem mnoho krásných zkamenělin. Tolikéž „Na čihátku“ poštěstilo se mi mnoho zka-

menělin nabýti. Seznamy z obou míst, jako doplňky k seznamům mnou již uveřejněným, uvedu v pozdější své práci o této krajině. Podotýkám ještě, že vrstvy paradoxidové břidly „Na čihátku“ (směr vrstev jejich JV.—SZ., hod. 21, sklon na SV. pod 17°) leží přímo na buližníku. Zpodního kambria tu není.

Již. od Podmockého mlýna lze sledovati hořejší hranici kambrických vrstev: paradoxidová břidlice odříznuta jest zde vyvřelými horninami Rokycansko-Křivoklátského pásma horského (stejné druhy hornin jako v patru Tejřovického kambria). Svrchní hrubozrný, polymiktický slepenec, jenž tvoří nejvyšší stupeň Tejřovického kambria, schází zde úplně.

Vrstvy kambrické v okolí Podmockého mlýna směřují k vrchu Dubinky jjz. od Skrej. Pokračování směru jich jest však přerušeno dislokační čárou (puklinou příčnou), dle níž vyvřely eruptivní horniny, vytvořující nejen vrch Dubinky, ale i skály po obou březích Zbirovského potoka od silnice až ke côtě 263. Vrstvy kambrické sev. od této dislokační čáry pošinuty jsou spolu značný kus na SZ. Zmíněná puklina jde přes vršek 379 (sev. od Slapské hájovny) a côty 374 a 409 směrem JV.—SZ.

Na SV. od této dislokační čáry vystupuje kambrium poprvé opět na levém břehu potoka Zbirovského sev. od côty 409 (sv. od Bučinského revíru.) Jsou to zde světlé, Třemošenské slepence a pískovce zpodního kambria, uložené na lyditu, vycházejícím v bučinských lesích na četných místech na den. Tyto vrstvy zpodního kambria jdou dále v pokračování směru svého (JZ.—SV.) až k patě levé (západní) pobřežní stráně potoka Zbirovského a přestupují v dalším pokračování směru svého na druhý břeh potoka, kdež pěkně otevřeny jsou u Slapnického mlýna.

Uvedl jsem již v práci své, svrchu zmíněné, podrobný sled vrstev zpodního kambria v profilu od Slapnického mlýna k Dlouhé hoře: na černý drobový pískovec, proniklý vyvřelými horninami (praekambrium), následuje Třemošenský slepenec s ložemi buližníku (zpodní kambrium), otevřený v lomě u Slapnického mlýna; na to následuje opět týž černý drobový pískovec, dále pískovec křemenný, načež opakuje se zpodní kambrium (podobně jako u Podmockého mlýna — viz výše), na němž uloženo jest kambrium střední na Dlouhé hoře.

V práci zmíněné popsal jsem zevrubně vrstvy Třemošenského slepence, otevřené v lomu u jezu u Slapnického mlýna. Loňského roku lámalo se mnoho kamene v lomě tom a tu shledal jsem, navštíviv místo ono, tvářnost lomu úplně změněnu. V patře lavic

slepence Třemošenského odlámáno bylo mnoho kamene, skály obnažené vykazovaly následující sled vrstev: nejzpodněji světlý, homomiktický, velmi tvrdý a pevný, z části červenavě zbarvený, jemno- až hrubozrný, křemenitý slepenec (s ložemi buližníku), jehož uložení porušeno jest několika (asi 4) vrženími (vrstvy slepence tohoto mají směr JJZ.—SSV. (h. 13) a sklon na VJV. pod 60°); na tomto typickém Třemošenském slepenci spočívá souvrství tmavého, polymiktického, rovněž velmi tvrdého a pevného, ponejvíce jemnozrného slepence (shodného s oním ze zpodního kambria u Lohoviček a od Podmockého mlýna), přecházejícího ponenáhlu v tmavý, rezavý, jemnozrný pískovec drobový s vložkami břidličnatých lupků (tytéž lupky jako na Kamenných hůrkách). Tyto vrstvy tmavých hornin tvoří pouze vložku ve světlém slepenci Třemošenském, spočíváť na nich opětně světlý slepenec Třemošenský (jako na Milči — viz níže).

Vylíčení podrobností velmi složitých poměrů uložení zdejších vrstev zpodního kambria ponechávám si pro příští podrobnou práci o krajině této. Tamže vzpomenu též podrobněji nových nálezů svých v podkladu zpodního kambria v tomto profilu.

Pro dnešek přestávám na zprávě, že ve zmíněném souvrství tmavých slepenců a pískovců zpodního kambria u Slapnického mlýna nalézá se ohromné množství zkamenělin, shodných s oněmi u Lohovic, Lohoviček a na Kamenných hůrkách u Tejřovic. Vedlé nesčetných Orthis (Kuthani Pomp., řidčeji O. perpasta Pomp. s varietami, Pompeckým popsanými), jež tu pravé lumachelly tvoří, jsou to hojní trilobiti (nejhojnější Ellipsocephalus vetustus Pomp.), Stenotheca a nová cystidea. Zkameněliny tyto jsou tu ještě hojnější než u Lohovic, vedlé Milče u Tejřovic jest to nejbohatší naleziště zkamenělin v celém obvodu našeho zpodního kambria.

Podotýkám, že tytéž zkameněliny nacházejí se též v levé (záp.) pobřežní stráni potoka Zbirovského proti Slapnickému mlýnu, přímé pokračování to vrstev právě popsaných (jv. od Čilé).

Na onom místě směrem k Dlouhé hoře, kde — jak jsem pravil — horniny zpodního kambria se opakují, nenašel jsem těchto tmavých hornin ani zkamenělin.

Střední kambrium Dlouhé hory popsal jsem zevrubně již ve zmíněné práci své. Dokládám ještě, že táž deskovitá paradoxidová břidla, jako na Dlouhé hoře, vychází i dole v údolí, hlavně v březích a v korytě Zbirovského potoka, na četných místech na den.

Loňského roku věnoval jsem tu hlavně pozornost vrstvám nad mnou popsanou hnědou, písčitou, hojné zkameněliny obsahující

břidlicí na vrcholu Dlouhé hory. A tu v prvé řadě zasluhuje zmínky velice jemnozrná, *světle šedozelená* břidlice[10]), otevřená v úvoze cesty od Skrej k Slapům nad Dlouhou horou, a v sousedních polích vých. B (Zbirover *B.*), již. y (Slapnic*y*), sev. P (*P*řiskřice B). Břidlice tato obsahuje velice mnoho zkamenělin, hlavně malé exempláře trilobitů, jež jmenovitě uvedu v příští práci své. Připomínám dále, že v paradoxidové břidlici mezi Dlouhou horou a vrškem 401 nalézají se lože vyvřelých hornin.

Paradoxidová břidlice jest i zde v obvodu jižně od Skrej odříznuta v patře vyvřelými horninami Rokycansko-Křivoklátského pásma horského. Sledoval jsem v obvodu tomto hranici mezi středním kambriem a zmíněnými horninami eruptivnými i mohu dnes s určitostí tvrditi, že tu úplně schází svrchní polymiktický, hrubozrný slepenec, nejsvrchnější to člen vrstevní Tejřovického kambria.

Některých nových nálezů v profilu od Luhu až k místu proti Šlovicům (pravý břeh Berounky) vzpomenu ve své příští práci o krajině zdejší.

Na tomto místě oznamuji ještě, že jsem loni studoval podrobně sled vrstev na sz. svahu hory Vosníku (na pravém břehu Berounky), jež jsou pokračováním Tejřovického kambria. A tu našel jsem skutečně směrem od Luhu k Oupoři nad felsitickým porfyritem tutéž červenavou, jemnozrnou břidlu s četnými mladými trilobity, která na levém břehu, na místě zvaném „Pod hruškou", tak bohatou zvířenu poskytnula. Zpráva dělníka mého, v práci mé uvedená, potvrdila se tedy. Nad touto břidlou následuje tu jako na levém břehu Berounky hrubozrný, polymiktický slepenec ve střídání s pískovcem a břidlou. Jest to jediné místo na pravém břehu Berounky, kde tento nejvyšší stupeň Tejřovického kambria jest vyvinut, ve vlastním okolí Skrej i dále na JZ. schází úplně.

Tento nejvyšší stupeň středního kambria odříznut jest na sz. svahu Vosníku vyvřelými horninami horského pásma Křivoklátsko-Rokycanského, o nichž již ve zmíněné práci mé řeč byla. Podotýkám ještě jen, že jsem loni našel osamocený ostrůvek paradoxidové břidly uprostřed tohoto eruptivního kamení na záp. svahu vrchu 305, sev. od zřícenin hradu Tejřova.

---

[10]) Táž světle šedozelená břidla vychází na denní sv. od kostela Skrejského v zářezu cesty, ze Skrej k Luhu vedoucí (jz. 316) a na Tejřovické straně jv. 311, na místě, kde podruhé stoupá cesta, od Luhu k Tejřovicům vedoucí.

Kambrium mezi Berounkou sev. od Skrej a Branovem (= Tejřovické kambrium).

Také tomuto obvodu kambrickému dostalo se obšírného popisu v mé svrchu zmíněné práci. Než výsledky loňských studií mých v obvodu tomto přinesly mnoho nových, důležitých dat, jež hlavně tektonické poměry Tejřovického kambria staví do zvláštního, nového světla.

Počnu s popisem sledu vrstev na levém břehu Berounky. V popisu profilu „Vých. výběžek hory Milče — Pod trním" pravil jsem ve své práci, že podkladem vrstev zpodního kambria na Milči jsou eruptivné horniny, tvořící téměř kolmé skály na levém břehu Berounky na již. spádu Milče (proti 310 sev. od Skrej). Loňského roku podjal jsem se fysicky velmi namáhavé práce, studovati podrobně tyto vyvřelé horniny. Jaké však bylo podivení mé, když přelézaje skalní stěny zdejších porfyritů a diabasů směrem k Šlovicům, octnul jsem se pojednou v prostřed podkladu Tejřovického kambria u lavic Třemošenského slepence!

Další výzkumy ukázaly, že se tu nalézají uprostřed eruptivných hornin, tvořících podklad Tejřovického kambria, *synklinálně* uložené vrstvy kambrické. Vrstvy ve vých. křídle synklinály směřují od JV. na SZ. (hod. 20—21), zapadajíce pod úhlem 40° na JZ.; vrstvy v záp. křídle mají směr J.—S. (hod. 24) a sklon pod úhlem 20° na V. Nejzpodnější vrstvy synklinály patří v obou křídlech zpodnímu kambriu, na nich spočívají, jako všude v Tejřovickém kambriu, hrubozrné, tmavé, polymiktické slepence ve střídání s tmavými pískovci a s paradoxidovou břidlou ve značné mocnosti, střed synklinály vyplňují vrstvy paradoxidové břidly. V pásmu zpodního kambria střídají se tu jako na Kamenných hůrkách světlý, hrubozrný slepenec Třemošenský s křemencovitým, tvrdým slepencem a pískovcem a s měkkým drobovým pískovcem. Podobně jako u Slapnického mlýna (viz výše) a na vých. svahu Milče (viz níže), leží i zde uprostřed lavic světlého slepence vložky tmavých slepenců a pískovců. Zkamenělin však nenašel jsem v tomto pásmu.

Pod Třemošenským slepencem v záp. křídle synklinály následuje dále na západ labradorový porfyrit, tvořící mohutné skály na vých. svahu rokle jz. 322 při ústí rokle této do údolí Berounky. V záp. svahu téže rokle, jakož i v smrkovém lesíku dole v údolí Berounky u mlýna Ryzkova vystupuje na den azoická břidla (étage B) s vlož-

kami černých drobových pískovců, prostoupená vyvřelými horninami (mezi jiným i lyditem). I za Ryzkovým mlýnem na západ vyniká všude na den břidla azoická s buližníkem. Vrstvy této břidly směřují od JZ. na SV. (hod. 16—17), zapadajíce na JV. pod 85° (až i kolmo stojíce).

Kambrické vrstvy, jež jsme právě popsali na již. patě Milče, táhnou se přes celý již. svah Milče až k vrcholu hory. Velmi pěkně otevřeny zastihneme je asi v třetině výšky stráně. Míním cestu, vedoucí po již. svahu Milče směrem Z.—V., přibližně mezi côtami 322 a 330 (rovnoběžně s vrstevnicemi hory). Kráčejíce od Šlovic, zastihneme tu nejprvé azoickou břidlu stupně B s mohutnými ložemi různých eruptivných hornin. Již. od písmene i (*Mileč* W.) na mappě 1 : 25000 přicházíme na první vrstvy zpodního kambria, směřující od JZ. na SV. (h. 14—15) a zapadající pod 72° na JV. Jest to pokračování týchž vrstev v záp. křídle svrchu zmíněné synklinály při patě téhož již. svahu Milče. Vrstvy zpodního kambria tvořeny tu jsou týmiž světlými slepenci a pískovci jako na Kamenných hůrkách, ani lupkovitých vložek mezi lavicemi slepence a pískovce neschází zde. V měkkém, drobovém pískovci[11]) našel jsem tu pěkně zachovalou hlavičku trilobita Ellipsocephalus vetustus Pomp. Pásmo kambria zpodního dosahuje zde při zmíněné cestě mocnosti asi 15 *m*. Na ně následuje pásmo paradoxidových břidlic s týmž směrem a sklonem vrstev, než v menší mocnosti, jež jest přerušeno vyvřelými horninami. V dalším pokračování sledu vrstev zastihneme jjz. od písmene č (*Mileč* W.) opět slepence Třemošenské, jichž vrstvy směřují od JV. na SZ., zapadajíce na JZ. Máme zde tedy opět synklinální uložení vrstev jako při patě hory. V dalším pokračování na východ sledují tytéž vyvřelé horniny jako na patě hory, mezi nimiž význačný labradorový porfyrit dvakrát se objevuje. Na postranním hřebenu hory u côty 330 přijdeme opětně k Třemošenském slepenci, nejspodnějšímu to členu vrstevnímu pravidelného profilu Tejřovickým kambriem.

Jsou tedy synklinálně uložené kambrické vrstvy na již. svahu Milče osamoceným ostrůvkem kambrickým uprostřed vyvřelých hornin, tvořících základ vlastního pravidelného souvrství Tejřovického kambria.

Na vých. svahu Milče (sv. W—Mileč *W.*) v pokračování směru

---

[11]) V pískovci tomto objevují se tu místy kulovité, koncentricky vrstevnaté shluky hnědelovitého pískovce: vrstva hnědele střídá se s vrstvou žlutohnědého, jemnozrného pískovce.

zpodnokambrických vrstev Kamenných hůrek objevil jsem loni velice bohaté ložisko zkamenělin zpodního kambria. Naležiště toto nalezá se v zářezu cesty, vedoucí po vých. svahu Milče směrem JJV.—SSZ. Nad lavicemi typického, hrubozrného Třemošenského slepence leží tu souvrství jemnozrných hornin, obsahujících hojné zkameněliny. Jsou to tvrdý, křemencovitý, světlý i měkký slepenec a pískovec, drobový pískovec světlý (= Kamenná hůrka), mimo to však i jemnozrný, tvrdý pískovec tmavý s krásně žlutými zkamenělinami (= Slapnický mlýn). Posledně jmenované horniny leží tu zřetelně na prvých. V obou převládá Orthis Kuthani Pomp., mimo ni jest tu ale takové množství zbytků trilobitů, jako na žádném jiném nalezišti našeho zpodního kambria. Výčet jich mohu provésti, až přítel Pompeckj zakončí svá bádání palaeontologická na mém loni nasbíraném materiálu. Připomínám pouze, že i zde zastoupeny jsou tytéž druhy jako na Kamenných hůrkách, u Slapnického mlýna, u Lohoviček a Lohovic, ovšem v nepoměrně větším množství jedinců. Mimo to našel jsem tu řadu forem, jež jsem dosud na žádném jiném stanovisku nepozoroval. Zkameněliny jsou vesměs velmi dobře zachovány.

Na sever i na jih od zmíněných právě vrstev zpodního kambria následují horniny vyvřelé. Severní svah (i vrchol) Milče pak zaujímají opět mohutné vrstvy slepence Třemošenského.

Z líčení tímto zakončeného vysvítá, jak složitá jest tektonika hory Milče, jež na dosavádních mappách geologických označena byla prostě jako „diabas a afanit“, mimo východní výběžek hory, jehož geologickou stavbu jsem ve své uvedené již práci o této krajině zevrubně popsal.

Připojuji tu ještě dodatky k popisu profilu „Kamenná hůrka — Pod trním“ ve své svrchu uvedené práci.

Započal jsem profil tento místem, na němž pod vrstvami zpodního kambria vystupuje na den azoická břidla (étage B) v údolí potoka Karáskova pod Kamennými hůrkami. Studuje profil tento, kráčel jsem vždy až k této azoické břidle, dostihnuv tak podkladu kambria. Dále na SSZ. jsem se nepouštěl, domnívaje se, že následuje ve směru tom stále jen totéž praekambrium, což i dosavádní mappy geologické krajiny této potvrzovaly. Zanášeje se hlavně s podrobným studiem profilů ve vlastním kambriu, nepouštěl jsem se dále do praekambria.

Naleznuv však roku loňského onen právě popsaný, neočekávaný ostrůvek kambrický v praekambriu na Milči, pustil jsem se i ve směru ssz. od Kamenných hůrek dále do praekambria. A tu shledal jsem tyto složité poměry tektonické:

Vrstvy zpodního kambria na Kamenných hůrkách spočívají na vyvřelých horninách, jež v mé dotčené práci zevrubně vyčteny jsou. Pod nimi *dole v údolí Karáskova potoka* vyniká na den azoická břidla, jejíž vrstvy vykazují směr JV.—SZ. (hod. 21) a sklon na SV. pod 45—50°. V levém pobřežním *svahu* téhož údolí následují však pod vyvřelými horninami, právě vzpomenutými, mohutné vrstvy polymiktického slepence tmavého, hrubozrného ve střídání s břidlou a pískovcem, tedy totéž pásmo, jež tvoří nejzpodnější člen vrstevní středního kambria. Směr a sklon vrstev těchto slepenců nebylo mi lze změřiti, jsouť na povrchu vrstvy tyto zvětrány a rozpadány. Dále na SSZ. následuje na toto pásmo deskovitá břidla paradoxidová s hojnými zkamenělinami (na př. Trochocystites bohemicus Barr., Paradoxides spinosus Boeck sp., Conocoryphe coronata Barr. sp.). Vrstvy její mají na počátku směr S.—J. a sklon na V. pod 29°, dále na SSZ. směr SSV.—JJZ. (h. 13) a sklon na VJV. pod 20°. Tato paradoxidová břidla vyniká zde na den ve dvou rokličkách ssz. od Kamenných hůrek (již. † 367, záp. T nadpisu *T*ejřovic). Místo ono zove se „Pastviště". Pod břidlou následuje tmavý, polymiktický slepenec a konečně na cestě vých. 380 lydit a azoická břidla, pod diluviální hlínou se ztrácející. V údolí potoka Karáskova vyniká mezi tím i dále na SSZ. azoická břidla na den, majíc z počátku (u oněch dvou rokliček) směr ZSZ.—VJV. (h. 20) a sklon SSV. pod 50°, dále pak (záp. od oněch rokliček) směr VSV.—ZJZ. (h. 17) a sklon na SSZ. pod 22°. Na západ odtud směrem ke Karáskovu mlýnu následují na to vyvřelé horniny, mezi nimi i lydit.

Tyto spletité poměry tektonické stanou se srozumitelnými, až v příští své práci o této krajině objasním je příslušnými profily a geologickou mappou tohoto terrainu. Nyní toliko připomínám, že jest nám tu ssz. od Kamenných hůrek činiti se dvěma rovnoběžnými puklinami, z nichž jedna měla za následek pošinutí středního kambria v základ kambria zpodního, druhá vyniknutí břidlic azoických na den.

K témuž profilu „Kamenná hůrka — Pod trním" dodávám ještě, že i na Kamenných hůrkách podobně jako na Milči, u Slapnice a u Podmockého mlýna zpodní kambrium se opakuje t. j., že pásmo Třemošenských slepenců rozerváno jest tu vyvřelými horninami (dislokace) ve dvě části. Zkameněliny přicházejí pouze v části severní.

Velice složité poměry tektonické studoval jsem loni v rokli pod Tejřovicemi, směrem ke Kamenným hůrkám vedoucí. Mimo zřetelnou dislokační čáru (puklina příčná), jejímuž směru směr rokle

této odpovídá, máme tu činiti i s několika vrženími, z nichž jedno dokonce i azoickou břidlu na den vyneslo (viz vzpomenutou práci moji předloňskou). Vrstvy kambrické v rokli této i v obou záp. výběžcích jejich jsou mnohonásobně, místy velmi silně zprohýbány, tlakem i působením sousedních vyvřelých hornin změněny. Poměry tyto hodlám podrobně popsati rovněž teprv v příští práci své o krajině této, až budu moci provázeti výklady své geologickou mappou a profily.

Od míst „Pod hruškou" a „Pod chvojinami" již. od Tejřovic směřují veškeré kambrické vrstvy přímo k vesnici Tejřovicům. Na již. konci vesnice odříznuty jsou však náhle vyvřelými horninami — ona svrchu vzpomenutá příční puklina se směrem SSZ.—JJV., odpovídající rokli pod Tejřovicemi — vesnice Tejřovice stojí na samých vyvřelých horninách. Teprv sev. od vesnice, na příkrém severových. srázu Studené hory do údolí Berounky (vých. a v nadpisu Studená hor*a*) objevují se opět kambrické horniny: tmavý, polymiktický slepenec lavicovitý ve střídání s břidlou a pískovcem s normálným směrem (JZ.—SV.) a sklonem (JV.) vrstev. Následuje dále na SZ. tmavo modrošedá, pěkně vrstevnatá břidla, tvořící skalky, sahající až do koryta Berounky. Zkamenělin obsahuje břidla tato jen málo, za to však výborně zachovalých. Následuje opět tmavý, polymiktický slepenec, jímž jz. od rybárny Kouřimecké (jzz. W na mappě 1:25000, t. j. Wiese) souvrství kambrické končí. Směr a sklon vrstev stále týž. Následuje azoická břidla, jejíž vrstvy směřují od JV. k SZ., zapadajíce na JZ. (tudíž zřetelná diskordance mezi kambriem a praekambriem), na to u přívozu Kouřimeckého afanity, a dále na sever opět azoická břidla a lydit. Celé kambrium omezeno jest tu tedy pouze na neznačně široké pásmo břidlic s vložkami pískovcovými a polymiktických slepenců ve střídání v břidlou a pískovci, *zpodní kambrium zde rozhodně schází.* Celé souvrství kambrické pošinuto jest zde vzhledem ku kambriu již. od Tejřovic na SZ. (puklinou příčnou), vzpomenutá nepatrná mocnost souvrství onoho způsobena jest dislokačními čarami (dvě další pukliny).

O pravdivosti výroku tohoto poučují nás poměry uložení kambrických vrstev v záp. polovině Studené hory, kde vrstvy tyto dosahují značné mocnosti, jsouce mimo to přímým pokračováním vrstev kambrického obvodu již. od Tejřovic.

Uvedl jsem již ve své svrchu vzpomenuté práci některé zkameněliny z paradoxidové břidlice Studené hory, mezi nimi vzácný Mitrocystites (?) nov. spec. Loňského roku sledoval jsem podrobněji

vrstvy kambrické na Studené hoře (mluvím o záp. polovici hory) a tu seznal jsem poměry následující:

Paradoxidová břidla, dislokovaná v rokličkách sz. od Kamenných hůrek (Pastviště), pokračuje ve směru vrstev svých dále na SV. až na Studenou horu. Zastihneme ji v cestě jv. † 367 (záp. 383), kde vrstvy její směřují od ZJZ. na VSV. (hod. 17), zapadajíce na JJV. pod úhlem 50°, dále na SV. směřují k hod. 15, zapadajíce na JV. pod 20°. Sev. „h“ (Studená *h*ora) vychází ve vozové cestě na den polymiktický slepenec hrubozrný ve střídání s pískovcem, jenž obsahuje četné zbytky Paradoxides spinosus Boeck sp. a nejspíše i j. trilobitů. Sev. „á“ (Studen*á* hora) vychází na den v olesněné stráni tmavě modrošedá paradoxidová břidla ve značné mocnosti. Zde nalezeny byly zmíněné již Mitrocystites (?) n. sp., zde našel jsem i loni mnoho zkamenělin, význačných pro paradoxidovou břidlici. Tmavý slepenec a pískovec (poslední s mnohými úlomky břidly) s vložkami břidly vycházejí na den v lese sev. „kopec“ (Tejřovský *kopec*). Jemnozrnější slepenec a pískovec obsahují tu přečetné zbytky trilobitů.

Sahá zde na Studené hoře tedy kambrium od místa sev. † 367 (sev. „kopec“, vých. 410) až téměř k Berounce. Vrstvy jeho směřují normálně na SV. Kdežto však jv. svah údolí, probíhajícího mezi Studenou horou a Písařovým vrchem, sestává z vrstev kambrických, tvořen jest Písařův vrch horninami vyvřelými. Máme tu tedy opětně dislokační čáru, dle níž utínají vyvřelé horniny vrstvy kambrické. *Dále na SV. nenajdeme na levém břehu Berounky více již žádných kambrických hornin*, další pokračování Tejřovického kambria ve směru SV. nalézá se na *pravém* břehu Berounky u Kouřimecké rybárny.

Dříve popsané vrstvy kambrické na sv. srázu Studené hory přestupují bez porušení směru svého na pravý břeh Berounky. Paradoxidová břidla vychází na den v polích nad rybárnou Kouřimeckou, obsahujíc tu četné (nezřetelné) Orthis (cf. Romingeri Barr.). Jest to deskovitá, pevná, šedozelená břidla, obsahující vložky hrubo- i jemnozrného pískovce. Břidlu tuto sledovati lze dále v lese až k místu záp. od Kouřimecké myslivny (vých. 302, sev. „árna“ — Ryb*árna*). Zde ve skalách u prostřed lesa naposled ve směru na SV. zastihneme vycházeti na den vrstvy kambrické: hrubozrný, polymiktický slepenec tmavý, přecházející v jemnozrný pískovec se zřetelnými zbytky Paradoxides spinosus Boeck sp. a články z cystideí, střídající se s paradoxidovou břidlou, jež tu sama, bez vložek slepenců a pískovců, mocnosti as i 2 *m* dosahuje. Polymiktický slepenec vychází tu na den v silných lavicích, místy je červeně zbarven. Pod vrstvami těmito

našel jsem ojedinělý balvan pravého slepence Třemošenského. Jest na bíledni, že sem tento balvan z levého břehu Berounky nikým donesen nebyl, avšak ve vrstvách nepoštěstilo se mi zde zpodní kambrium nalézti, jsouť jeho vrsty lesní hlínou přikryty.

Zde na posledním, nejzazším výběžku našeho kambria na SV. mají vrstvy kambrické směr JZ.—SV., sklon na JV., celé kambrické souvrství zaujímá zde šířku pouze několika metrů.

Pátral jsem tu ještě dále na SV. směrem k Nezabudicům a Branovu po pokračování posledně uvedených kambrických vrstev, než bezvýsledně: všude zastihnul jsem pouze vyvřelé horniny horského pásma Rokycansko-Křivoklátského.

U Kouřimecké myslivny končí tedy naše kambrické pásmo ve směru severovýchodním, počínajíc u Lohovic ve směru jihozápadním.

Patro kambria Lohovicko-Skrejsko-Tejřovického.

Vrstvy kambrického pásma, rozprostírajícího se mezi Lohovicemi a Kouřimeckou myslivnou sv. od Tejřovic, odříznuty jsou ve směru jv. podélnou puklinou, podél níž vyvřely horniny mohutného horského pásma Rokycansko-Křivoklátského.

Až dosud uvádělo se v literatuře i na geologických mappách, že sz. polovice tohoto pásma tvořena jest „diabasy a afanity“, část jv. pak že sestává z porfýrů. Loňské studie mé v pásmu tomto ukázaly, *že takového rozdělení hornin zde nikde nestává.* Prošel jsem pásmo toto malebným údolím Oupořským (od Tejřovic až ke Kublovu), od Skrej až k myslivně Hřebeny (jv. od Vlastce), od Slapské hájovny přes Jankovský mlýn a Ostrovec k Mlečicům, od Terešovské Huti přes Terešov, Biskoupky až do Vejvanova. Obcházeje tyto příčné profily pásmem Rokycansko-Křivoklátským, sbíral jsem pečlivě druhy hornin, cestou se naskytující. Koll. inž. A. Rosiwal zanáší se právě studiem jich. Nechtěje výsledkům těchto studií předbíhati, přestávám na těchto zprávách:

V celém Oupořském údolí nalézají se výhradně jen vyvřelé horniny. Není pravda, že u t. zv. Zangerova kříže vychází azoická (dle jiných zpráv dokonce paradoxidová) břidla na den; jest to zde keratophyr (afanitický porfýr), velmi tence a pravidelně vrstevnatý („plattige Absonderung“, jak praví Rosiwal), břidle ne nepodobný. Na místě jz. 420, sev. en (drei Fels*en*) v témž údolí nacházejí se velice zaímavé porfyrové breccie, pestré, živě zbarvené, upomínající na mo-

saiku. Tytéž pestré porfyrové breccie našel jsem i na silnici jz. 250, sz. J. H. Vlastec; zajímavo je, nač hlavní váhu kladu, že obě naleziště leží na čáře, rovnoběžné s puklinou, dle níž horniny pásma tohoto vyvřely (tedy na čáře rovnoběžné s jv. hranicí Lohovicko-Tejřovického kambria).

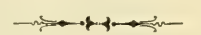
Připomínám dále, že ani u Ostrovecké myslivny, ani u Jankovského (nyní Malcova) mlýna, ani u vesnice Ostrovce není ani stopy po kambrických horninách, ač místa tato se jako naleziště kambrických zkamenělin uvádějí. Místa ona leží uprostřed pásma vyvřelých hornin pruhu Rokycansko-Křivoklátského. [12])

Zajímavý jest ostrůvek paradoxidové břidlice uprostřed vyvřelých hornin horského pásma Rokycansko-Křivoklátského mezi Terešovskou Hutí a Terešovem, o němž jsem se již dříve zmínil. Ostrůvek tento znám byl již Krejčímu, jenž jej kreslí na svém „Nástinu geologické mappy středočeského siluru“ (na mappě říšského geologického ústavu i na mappě K. Feistmantela není vyznačen). Ostrůvek onen ovšem není tak veliký, jak jej Krejčí kreslí. Jest to nepatrná kra břidlice sev. od cihelny Terešovské po záp. straně silnice ve svahu. Vyniká tu na den špinavě šedá paradoxidová břidla, jejíž vrsty směřují od JJZ. na SSV., zapadajíce pod 50° na SZZ. Břidla tato vychází pouze na obvodu několika málo čtverečních metrů na den, mizíc na jih pod mohutnými nánosy diluviálné hlíny, u cihelny Terešovské 4 *m*, dále na J. (na již. svahu od cihelny) 8 *m* mocné. Hlína tato táhne se na to až k sev. konci Terešova, přikrývajíc úplně podklad starých hornin (vyvřelých).

Zmínky zasluhují ještě mohutná ložiska diluviálného štěrku v obvodu mezi Biskoupky a Vejvanovem, jež jsem na žádné dosavádní mappě vyznačena nenašel.

---

[12]) Rovněž je nesprávno uváděti jako naleziště kambrických zkamenělin místa Hřebečníky, Cilou, Zvíkovec, Podmokly, Prašný Újezd, ležící vesměs v prostřed praekambria (azoických břidlic a bullžníku).



Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Ed. Grégra v Praze 1897.

XL.

Stanovení antimonu odměrnou analysou.

Napsal assistent **Josef Hanuš** v Praze.

(Předloženo dne 9. července 1897.)

Ku stanovení antimonu z method odměrných používají se hlavně methody založené na oxydaci, ačkoliv více method různých pochodů ponejvíce nepřímých bylo navrženo. Oxydační methody titrací chameleonem neb kyselinou chromovou vypracoval a zmodifikoval Kessler (Pogg. Annal. 95. 204, 118. 17), titraci iodem navrhl Mohr.

Těmito methodami titračními oxydují se sloučeniny antimonové v antimoničné. Z množství oxydačního činidla vypočte se dle reakčních rovnic equivalentní množství antimonu, jež vybaveným kyslíkem jest schopno se oxydovati.

Jakmile Kessler vystoupil s methodou, stanoviti antimon titrací manganistanem (neb kyselinou chromovou), navrhuje ji všeobecně pro jakékoliv zředění roztoku při libovolném množství kyseliny, ozvaly se vůči ní z různých stran vážné námitky. (R. Fresenius, Anl. z. quant., chem. An. 4. Aufl., Mohr Titrirmethode, Lenssen Ztsch. f. anal. Chem. 2.), kteréž přiměly Kesslera určitěji o methodě své se vysloviti, a navrhuje také v pozdější svoji práci (Pogg. Ann. 118, 17) pracovati s jistými podmínkami, jichž nutno k docílení správných výsledků dodržeti.

Podstata methody Kesslerem navržené spočívá na oxydaci kysličníku antimonového neb antimonanů v chlorovodíkovém prostředí buď kyselinou chromovou neb chameleonem. Již proti tomuto základnímu kroku vystoupili Lenssen a Mohr, uvádějíce, že antimonany mohou se úplně oxydovati v antimoničnany toliko v alkalickém prostředí, a že pochybeno proti samotnému, Lenssenem stanovenému principu oxydačních method titračních: výsledkem oxydace vztažmo redukce musejí býti látky stejné povahy — buď kyseliny neb zásady — čehož

při kombinaci: kysličník antimonový a manganistan nestává. Kessler však uvádí, že i v tomto případě se kysličník antimonový, přítomno-li větší množství oxydačního činidla, oxyduje a může se na vzniklý kysličník antimoničný pohlížeti jako na látku, mající vůči silným kyselinám tak nepatrně vyvinutý kyselý ráz, že se může považovati za zásadu, čímž se pravidlu Lenssenovu vyhovuje (Ztsch. f. anal. Chem. 2. 286).

Této Kesslerovy oxydační methody hleděl jsem použiti, abych se vyhnul obtížnému stanovení antimonu vážením trisulfidu, ku direktní oxydaci sirníku antimonového. Kdyby oxydace se dála normálným chodem a jak antimon tak i síra se úplně oxydovaly, vyhovovala by nejjednodušší rovnici:

$$Sb_2S_3 + 14O + 6H_2O = 2H_3SbO_4 + 3H_2SO_4.$$

Předběžné pokusy však ukázaly, že reakce neprobíhá tak kvantitativně a hladce, jak rovnice naznačují, a že různé okolnosti mají patrný vliv na konečný výsledek. Za chladu působení manganistanu na čerstvě sražený sirník jest velice nepatrné, tak že bylo třeba roztok ku zahájeni reakce zahřáti, co však nepomáhalo vylučování se nižších oxydů manganu vzdor sebe většímu přídavku kyseliny.

Ku pokusům brán byl předem čistý, překrystallovaný dávivý vinný kámen; 4 gr tohoto rozpuštěny ve vodě a roztok doplněn v litr. Vždy po 25 cc tohoto roztoku (= 0·1 gr pevné látky) odměřeno, okyseleno kyselinou sírovou a sraženo za obvyklých pravidel sírovodíkem. Sfiltrovaný a promytý sirník antimonový spláchnut z filtru pečlivě do kádinky určitým množstvím vody, okyseleno konc. kysel. sírovou a za varu přidáván roztok manganistanu, až barva více nemizela a tekutina stala se silně červenou. Povařeno 10 minut a přebytečný chameleon určen ihned titrací $^1/_{10}$n-kyselinou šťavelovou a veškeré spotřebované množství chameleonu na tuto kyselinu přepočteno. Roztok chameleonu připraven byl různé koncentrace, rozpuštěním buď 3·15 gr neb 2 neb 1 gr $KMnO_4$ v litru.

Dle různých výsledků za různých okolností získaných dalo se souditi, že methody této nelze všeobecně použiti ku kvantitativnímu stanovení antimonu, leda při přesném zachování všech daných podmínek. Seznal jsem, že i zde platí námitky Lenssenem a Mohrem Kesslerovi učiněné, jež přiměly tohoto methodu svoji upraviti toliko pro specielní případy.

Konečný výsledek podmíněn byl těmito vlivy:

a) koncentrací roztoku chameleonu,
b) množstvím použitého sirníku antimonového,
c) koncentrací roztoku, v němž se oxydace dála,
d) množstvím přidané kyseliny,
e) dobou varu.

Pokusy, jimiž stanoveno odůvodnění těchto vytčených činitelů, prováděny dle postupu výše uvedeného za případné změny toho neb onoho činiteli, který byl právě studován. Látky bráno buď 0·1 neb 0·2 gr = 25 neb 50 cc uvedeného roztoku. Chameleon přidáván vždy ku okyselenému roztoku a při prvých pokusech v množství, jež vybaveným kyslíkem bylo schopno zoxydovati přítomný sirník antimonový, v pokusech dalších přidávano chameleonu více; zkoušeno i s roztoky chameleonu řidšími. Za přidávání chameleonu z počátku červené zbarvení mizelo, dalším přídavkem manganistanu barva více se neztrácela, přecházejíc ve fialovou a zároveň se počaly v horkém roztoku vylučovati hnědé hydroxydy manganu. Přebytečný nespotřebovaný chameleon po 10 min. vaření určen $^1/_{10}$ norm. kyselinou šťavelovou; konec reakce při této titraci byl velice jasný, jelikož se rozkok při poslední kapce kyseliny úplně odbarvil a vyjasnil — působily v horkém roztoku na kyselinu šťavelovou i ony vyloučené hydroxydy, oxydujíce ji.

Množství kyseliny sírové měněno postupně od 10 do 30 cc, kyselina přidána hned k roztoku, v němž se nalézal již sirník antimonový a roztok zahřat k varu, načež přikročeno ku oxydaci chameleonem. Doba varu zkoušena byla pro 10 a 15 minut; delším varem titrací kyselinou šťavelovou bylo na újmu přílišné množství vyloučených oxydů. Ve zředění roztoku, v němž sirník suspendován, postupováno od 100 cc do 300 cc. Některé pokusy konány byly též s roztokem 4 gr kysličníku antimonového v chlorovodíku zředěných v 1 litr.

Spotřeba manganistanu ku oxydaci při těchto pokusech buď stoupala neb klesala mezi 24·80 cc do 29·20 cc $KMnO_4$, dle toho použito-li bylo roztoku zředěnějšího neb většího množství kyseliny. Přivedou-li se tato hraničná čísla na $^1/_{10}$ *n*-kyselinu šťavělovou odpovídají 36·5 cc a 43·20 cc $^1/_{10}$ *n* $\bar{O}$. Násobením těchto hodnot příslušným faktorem z výše uvedené rovnice stanoveným, nalezeno bylo v prvém případě při použití přesně vypočteného množství chameleonu 37·52% kysličníku antimonového, v druhém pak 44·42% Sb_2O_3, kdežto vzorec vyžaduje 43·34% Sb_2O_3. Při zachování však stejného postupu získány výsledky dosti pěkně korrespondující jako 24·90 cc $KMnO_4$, 25·10 cc $KMnO_4$, neb při roztoku kysličníku antimonového 48·10 $KMnO_4$ a 48·00 cc $KMnO_4$.

Při všech provedených pokusech pozorováno bylo vylučování menšího neb většího množství karmínové, krystallinické látky, jež zahřívána jsouc v trubici, vyvinovala silné sírné dýmy, usazující se na chladnějších místech v žlutý sublimát. Dle popisu, jakož i dle této poslední vlastnosti shoduje se patrně s látkou, již Bošek (Rozpravy akademie č. 31.) získal, uváděje sírovodík za přítomnosti chromanu draselnatého do roztoku připraveného rozpuštěním antimonu za přídavku chlorečnanu draselnatého v chlorovodíku; připisuje látce této formuli neznámého tetrasulfidu antimonu $Sb_2 S_4$. Okolnosti za jakých se látka tato tvoří, jakož i domněnku, že by i v tomto případě získaná látka byla tetrasulfid, podrobím dalšímu studiu. Jisto však, že látka tato a její vylučování jest na újmu kvantitativnímu stanovení antimonu naznačenou cestou.

Důsledky z pokusů uvedených učiněny tyto: Přímo určovati antimon oxydací trisulfidu chameleonem za přidání kyseliny sírové nelze, jelikož za chladu chameleon v sirník antimonový jen nepatrně působí, v horkém roztoku nelze pak přesně postihnouti prvé přebytečné množství antimonu, poněvač v hnědofialové tekutině nejeví se žádné přesné, karakterické, konec reakce jevící zabarvení.

V případech, kde bylo přidáno manganistanu vypočtené množství, bylo jen něco přes polovinu ku oxydaci spotřebováno, ač všechen sirník antimonový přešel v roztok. Příčinu nutno hledati v měření kyselinou šťavelovou zpět i oněch vyredukovaných kysličníků manganu, jež patrně oxydace se zúčastnily, aneb že sirník převeden byl v nižší oxydační stupeň, v kysličník antimonový, a ku oxydaci tohoto v pentoxyd nutno působiti manganistanem ve velkém přebytku. Při stejném však postupu výsledky se příliš nelíší.

Koncentrace roztoku manganistanu má tou měrou vliv na správnosť výsledků, pokud se jí mění zředění původního roztoku. Varem z koncentrovanějšího a v přebytku se nalezajícího roztoku manganistanu vylučuje se více nižších oxydů manganu, v reakci buď vstoupivších neb zejména při delším vaření v ní vůbec nezasáhnuvších, dle čehož methodou zbytkovou — měřením přebytečného manganistanu kyselinou šťavelovou — nalezené množství spotřebovaného chameleonu závisí na těchto redukčních produktech.

Se stoupajícím množstvím kyseliny spotřeba manganistanu klesá a zároveň se vylučuje větší množství karmínového meziproduktu.

Zředěním roztoku stoupá množství spotřebovaného chameleonu.

Při použití většího množství sirníku antimonového stává se titrace

velice nepřesnou, jelikož vystupují uvedené vlivy v případu tomto měrou daleko větší.

Setkav se při tomto postupu s negativním výsledkem, pomýšlel jsem, nebylo-li by možno oxydovati vyloučený sirník antimonový činidlem, jehož reakční produkt stál by v přesném poměru ku oxydující se látce, a jenž by se nějakým způsobem dal měřiti.

Ku stanovení sírovodíka neb sírníků alkalických používá se též oxydace těchto sloučeninami železitými, jež se redukují v železnaté, měřitelné chameleonem (Mohr, Titrirmethode); síra vylučuje se ve způsobě sírného mléka a v chladném roztoku na manganistan nepůsobí.

Reakce této možno též velice dobře použiti ku kvantitativnímu stanovení antimonu oxydací sírníku antimonového. Působení solí železitých na sirník antimonový dá se vyjádřiti rovnicí:

$$Sb_2S_3 + 5Fe_2O_3 = Sb_2O_5 + 10FeO + S_3$$

neb při použití síranu železitého jakožto oxydovadlo:

$$Sb_2S_3 + 5Fe_2(SO_4)_3 + 8H_2O = 2H_3SbO_4 + 10FeSO_4 + 5H_2SO_4 + S_3.$$

Především bylo nutno vyšetřiti, souhlasí-li průběh reakce za použití síranu železitého s uvedenou rovnicí. Za tou příčinou vařen sirník antimonový čerstvě sražený a vodou promytý se síranem železitým po 15 minut; tekutina varem zhnědla vyloučeným zásaditým síranem železitým; tento po vychladnutí rozpuštěn přídavkem přebytečné konc. kyseliny sírové, k vůli nastávající titraci. Získán roztok nazelenalý, poněkud mlékovitě zkalený vyloučenou sírou. Sírník antimonový převeden byl úplně v roztok; připouštěný pak roztok chameleonu se po jistou dobu redukoval a prvý přebytek ohlásil se růžovým zabarvením veškeré tekutiny. Jakmile zjistěno, že síran železitý má jistý vliv na sírník antimonový, přikročeno ku dalšímu bodu, zda-li reakce probíhá v poměru v rovnici naznačeném. K tomu cíli připraveny tyto roztoky:

a) 4 gr úplně čistého několikráte překrystallovaného dávivého vinného kamene rozpuštěny v 1 litru destillované vody; 50 cc tohoto roztoku obsahuje 0·2 gr původní látky čili 0·08668 gr Sb_2O_3.

b) Roztok chameleonu obsahoval as 1 gr $KMnO_4$ v litru, jehož hodnota stanovena kyselinou šťavelovou.

c) 10% roztok síranu železitého. Dle hořejších rovnic připadá

na 1 molekulu Sb_2S_3 pět molekul $Fe_2(SO_4)_3$, čili ku oxydaci 1 gr Sb_2S_3 stačí 6 gr $Fe_2(SO_4)_3$. Pokus I. 50 cc roztoku *a* sraženo za okyselení sírovodíkem. Sírník sfiltrován, promyt vodou, dán i s filtrem do kádinky a vařen po $^1/_4$ hod. se 7 cc roztoku $Fe_2(SO_4)_3$. Tekutina, během varu zhnědlá, byla rychle po ukončeném vaření ochlazena, silně zředěna a sedlina zásaditého síranu rozpuštěna 15 cc konc. H_2SO_4. Nazelenalý roztok titrován chameleonem k určení vzniklé sole železnaté; 1 cc chameleon poměrný byl 0·00179 gr Fe. Spotřebováno 94·15 cc $KMnO_4$, odpovídajících 0·1685 gr Fe.

Jelikož dle hořejších rovnic 1 mol. Sb_2S_3 jest poměrná 10 mol. FeO resp. 10 atomům Fe, jest 0·1685 gr Fe poměrno 0·1016 gr Sb_2S_3 čili

0·08701 gr Sb_2O_3.

Pokus 2. Odměřeno opět 50 cc roztoku *a*, a postupováno jako při pokusu prvém. Po ukončené oxydaci spotřebováno 94·10 cc $KMnO_4$, poměrných 0·1684 gr Fe, čili 0·101 gr Sb_2S_3 odpovídajících

0·08650 gr Sb_2O_3.

Jelikož oněch 50 cc v pokus vzatých obsahovalo 0·08668 gr Sb_2O_3 nalezeno

při pokusu prvém o 0·00033 gr Sb_2O_3 více
„ „ druhém o 0·00018 gr Sb_2O_3 méně,

difference to ležící v mezích pozorování.

Těmito pokusy jasně dokázána správnosť rovnic, na jichž základě výsledky tyto vypočteny a zároveň proveden důkaz o úplném oxydování sírníku antimonového solemi železitými v antimoničňany; reakce tato probíhá kvantitativně, tak že možno ze sírníku antimového přímo bez obvyklých manipulací stanoviti množství antimonu bez ohledu na spolu vyloučenou síru, která zůstává úplně netknuta.

R. Fresenius (Ztschf. f. anal. Chem. 2. 286) uvádí sice jednu methodu založenou na stanovení antimonu co sírník antimonový bez ohledu na množství sražené síry. Cesta, již předpisuje, jest dosti složitou, spočívající na rozpouštění trisulfidu v chlorovodíku, odstranění sírovodíka chloridem rtuťnatým a oxydací povstavšího chloridu antimonového kyselinou chromovou; přebytek této určuje titrovaným roztokem soli železnaté. Jest to vlastně titrace kysličníku antimono-

vého — arci ze sírníku připraveného — jak ji KESSLER navrhuje, a kteráž neposkytuje tak správných výsledků.

V případě uvedeném mnou postupuje oxydace trisulfidu v prostředí toliko slabě kyselém, tak že se veškerý antimon oxyduje v antimoničňan za vyredukování equivalentního množství sole železnaté, chameleonem stanovitelné.

Postup, který jsem zachovával při dalších pokusech, jichž výsledky seřaděné v tabulku uvádím ku konci, jest tento: Sražený sírník antimonový, promytý vodou, spláchne se do kádinky, kamž se dá i filtr důkladně promytím zbavený co možno nejvíce lpějícího sírníku. Na to se přičiní z rovnice vypočtené množství síranu železitého (na 1 č. Sb_2S_3 6 č. $Fe_2(SO_4)_3$) buď v roztoku neb práškovitý, povaří as 15 minut, což stačí při množstvích od 0·2—0·3 gr Sb_2S_3 úplně ku provedení oxydace a silně se zředí vodou. Ku dostatečně chladnému roztoku přičiní se tolik konc. H_2SO_4, aby vzniklá sedlina úplně se rozpustila a roztok byl jen vyloučenou sírou mlékovitě zkalený, barvy nazelenalé po případě nažloutlé (na 1 gr $Fe_2(SO_4)_3$ postačí 15 cc. konc. H_2SO_4); rychle se schladí pod 25° C. Při nedostatečném množství síranu železitého získá se roztok po okyselení H_2SO_4 a ochlazení červenavý od plovoucího jemně rozptýleného sirníku antimonu, přidáním dalšího množství síranu železitého a povařením se chyba již špatně napravuje, neboť oxydace konaná přímo v roztoku s kyselinou sírovou, jak jsem se přesvědčil, jest nedokonalá. Okyselený roztok, jehož teplota nemá sáhati nad 25°, titruje se do prvého růžového zabarvení celé tekutiny chameleonem. Spotřebované množství roztoku manganistanu, násobené faktorem vypočteným dle hořejších rovnic z úměry (je-li 1 cc $KMnO_4$ poměrný a gr Fe a pro atom. váhu Sb = 119·60)

$$Sb_2O_3 : 10Fe = x : a, \text{ kde } x = \frac{a \cdot 287{\cdot}08}{558{\cdot}8},$$

udává množství Sb_2O_3 ve zkoušeném roztoku,

neb dle $$Sb : 5Fe = x : a, \text{ kde } x = \frac{a \cdot 119{\cdot}6}{279{\cdot}4},$$

udává množství antimonu ve zkoumané látce.

Podmínky, jichž nutno při tomto pochodu dodržeti, jsou velice přístupné:

Sůl železitá musí býti úplně prosta sole železnaté; potřebno

tudíž před použitím se přesvědčiti, neredukuje-li chameleon a v případu kladném množství toto od celkové spotřeby odečísti. Přidávati se může buď v roztoku neb práškovitá; sám vždy před upotřebením vypočtené množství práškovité soli odvážím a přidám k roztoku, v němž sirník antimonový i s filtrem jest rozmýchán. Použije-li se většího množství síranu železitého než jaké připadá na oxydující se trisulfid, jest roztok nažloutlý, nestěžuje však při titraci konec reakce.

Titrovati chameleonem dlužno jen v roztoku pod 25° chladném. V roztoku teplejším spotřebuje se více chameleonu a konečný výsledek vypadne o něco vyšší, jak ukazují prvé tři pokusy, v tabulce níže uvedené; patrně tu působí něco vyloučené síry a vlákna z filtru na roztok chameleonu. Delší chlazení po ukončené oxydaci nežli půlhodinné se neodporučuje, jelikož přítomný síran železnatý velice snadno vzdušným kyslíkem se oxyduje a výsledky dle toho klesají. Roztok chameleonu buď zředěný as 1 neb 1·5 gr $KMnO_4$ v litru neb při koncentrovanějším roztoku (3 gr) faktor rapidně stoupá a difference 0·1 cc při percentuálním převodu může dosáhnouti přes jedno procento.

Konec reakce jest velice jasný a nastane, jakmile veškerá tekutina růžově se zabarví. Zabarvení toto přechází po nějaké době v červenožluté; delším stáním jako vůbec při všech titracích chameleonem se tekutina pozvolna odbarvuje.

V konečný výsledek při této methodě nemají tudíž vliv ani zředění roztoku, větší neb menší množství sraženého trisulfidu, větší množství přidané soli železité ani doba varu; způsobuje však zvýšení výsledků titrování v horkém roztoku, vykazujícím temperaturu nad 25° C, snížení resultátů do jisté míry podmiňuje pak nedostatečné spláchnutí vodou lpějícího sirníku na filtru, jelikož tato část na filtru se nalézající čtvrthodinným povařením se nezoxyduje a nutno v případu tomto vařiti delší dobu.

Provedení methody této i z praktického stanoviska jest velice výhodné, nevyžadujíc tolik času jako dosud stávající methody.

Dle posavádních zkušeností hodí se methoda tato ovšem jen pro ony sloučeniny neb roztoky antimonu, obsahující tento ve způsobě antimonanů, z nichž se sírovodíkem sráží toliko trisulfid.

Srovnáváme-li výsledky methodou touto získané s oněmi, jež uvádí Fresenius ve svých analytických dokladech (Anl. zur quant. chem. Anal. II. B.) objeví se methoda tato i po jiné stránce. Vážkovou methodou při stanovení kysličníku antimonového v dáv. vinném kameni co trisulfid mírně (210°) vyžíhaný v proudu CO_2 nalezeno 43·37%

Sb_2O_3, kdežto theorie vyžaduje 43·70 (pro atom. váhu Sb 122), přepočteno nalezeno ze 100 č. Sb_2O_3 toliko 99·24% Sb_2O_3; odměrnou methodou titrací iodem nalezeno však 44·26% Sb_2O_3, což při převedení na procentické množství ze sta čisté látky odpovídá 101·30%. Methodou výše naznačenou v průměru ze stanovení v tabulce níže uvedené (excl. prvá tři stanovení, jež na zkoušku konána v horkém

Do práce vzato Sb_2O_3 *gr*	Nalezeno Sb_2O_3 *gr*	Rozdíl	Theorie Sb_2O_3 %	Nalezeno Sb_2O_3 %	Rozdíl	Ze 100 č. Sb_2O_3 nalezeno
0·08668	0·08724	+ 0.00056	43·34	43·62	+0·28	100·60
0·08668	0·08719	+0·00051	43·34	43·59	+0·25	100·58
0·08668	0·08719	+0·00051	43·34	43·59	+0·25	100·58
0·04334	0·04355	+0·00021	43·34	43·55	+0·21	100·48
0·08668	0·08648	—0·00020	43·34	43·24	—0·10	99·80
0·08668	0·08682	+0·00014	43·34	43·41	+0·07	100·16
0·08668	0 08694	+0·00026	43·34	43·47	+0·13	100·30
0·08668	0·08649	0·00019	43·34	43.24	—0·10	99·78
0·08668	0·08694	+0·00026	43·34	43·47	+0·13	100·30
0·07576	0·07573	—0·00003	43·34	43·32	—0·02	99·96
0·08668	0·08645	0·00023	43·34	43·23	—0·11	99.74
0·1300	0·1303	+0 0003	43·34	43.43	+0·09	100·23
0·13002	0·12996	—0·00006	43·34	43·32	—0·02	99 96
0·17336	0·1738	+0·00044	43·34	43·45	+0·11	100·30

roztoku) nalezeno ze 100 č. Sb_2O_3 100·18%; maximální difference nad 100 jest 0·30%, pod sto pak 0·26%, difference ležící v mezích pozorování.

Použití methody této ku stanovení arsenu, jakož i pro sírníky,

na něž síran železitý za varu působí, a při nichž nebylo dosud postupu tohoto užito, prostuduji v době pozdější.

Ku konci uvádím tabelární seřadění výsledků methodou výše uvedenou; seřadění toto obsahuje porovnání mezi nalezeným a vypočtěným množstvím z formule, jakož i uvedení procentická na sto přepočtená. Všechna data vztahují se ku atom. váze antimonu 119·60.

V nečistém dávivém vinném kameni nalezeno bylo titrací iodem 59·69% $C_4H_4O_6 . SbO . K$, kdežto methodou tuto popsanou 59·30%, což se snadno vysvětlí z hořejších analytických porovnání těchto method.

Počal jsem zkoumati působení síranu železitého v krystallovaný, přirozený sírník antimonový, v surmu. Pokusy v tom směru však nejsou dosud ukončeny.

Chemické laboratorium c. k. české vys. školy technické.



Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Ed. Grégra v Praze 1897.

XLI.

Síroantimoničnany a sírocíničitany ammonaté.

Napsal **Vladimír Staněk** v Praze.

(Předloženo dne 9. července 1897.)

A. Síroantimoničnany ammonaté.

O těchto sloučeninách v literatuře dočítáme se toliko, že rozpuštěním antimonpentasulfidu v sírníku ammonatém vzniká žlutý roztok, jenž koncentrováním se rozkládá, rovněž přídavkem alkoholu. (Poggendorff Ann. 52. 93).

Působil-li jsem ve směs hrubě tlučené surmy a sirného květu po několik dní červeným sirníkem ammonatým a smísil získaný sfiltrovaný roztok s lihem, vylučovala se jemně krystallinická moučka; byl-li však líh opatrně na povrch onoho roztoku nalit, vylučovaly se zvolna na rozhraní obou kapalin velké, až 2 *cm* dlouhé, sytě žluté hranoly. Analysou různých preparací shledány byly výsledky velmi nesouhlasné; nebylať to látka čistá, nýbrž sírou a polysulfidem ammonatým znečištěná. — Rozborem bylo nalezeno:

NH_4	17,10	až	19,34%
Sb	36,42	„	37,34%
S	45,83	„	46,03%

Tuto nečistou, udaným způsobem vzniklou látku lze však snadno vyčistiti. Surové, alkoholem vyloučené ony krystaly, promyté pomocí vodní vývěvy zředěným lihem, rozpuštěny byly ve vroucím, bílém sirníku ammonatém a roztok za horka sfiltrován. Vychladnutím se vyloučily lesklé, slabě nažloutlé, téměř bílé, neprůhledné krystallky, které po vyjmutí z matečného louhu rychle se rozkládají a hnědnou. Ve vodě se snadno rozpouštějí a i tento roztok na vzduchu záhy

rozkladu doznává a hnědé klky osazuje. Zředěnými kyselinami ona látka rovněž velmi snadno se rozkládá a osazuje se antimonpentasulfid za vývoje sírovodíku. Pálením v proudu kysličníku uhličitého pouští sirník ammonatý a síru i zůstavuje antimontrisulfid.

Analysa látky, udaným způsobem vyčištěné, papírem filtračním rychle vylisované a neprodleně rozboru podrobené, poskytla tato čísla:

	I. preparace		II. preparace	
NH_4 . . .	17,22%	17,65%	17,49%	18,01%
Sb . . .	38,91%	39,00%	38,40%	39,26%
S . . .	43,56%	42,31%	42,11%	42,28%
	99,69%	98,96%	98,00%	99,55%

Složení toto odpovídá formuli: $(NH_4)_3SbS_4$, jež vyžaduje:

NH_4	17,88%
Sb	39,74%
S	42,38%
	100,00%

a jest tudíž analysovaná látka *bezvodým orthosíroantimoničnanem ammonatým.*

Difference ve výše poznamenaných výsledcích rozboru snadno se vysvětlují velkou nestálostí analysované látky; již při vážení se počíná rozkládati.

Zkoušel jsem dále, zdali nelze připraviti sirníkem antimoničným bohatší sirnou sůl, jak se to zdařilo při síroantimonanu ammonatém. Za tím účelem zahříván byl roztok orthosíroantimoničnanu ammonatého se sirníkem antimoničným v zatavené trubici na 150°. Místo aby se byl utvořil očekávaný jiný síroantimoničnan, vznikl síroantimonan ammonatý $(NH_4)_2Sb_4S_7$, dříve již mnou popsaný.

$$2(NH_4)_3\,SbS_4 + Sb_2S_5 = (NH_4)_2\,Sb_4S_7 + 2(NH_4)_2S_3.$$

Vedle právě popsané a mnou připravené bezvodé soli již dříve získána byla a analysována p. H. Němečkem ve zdejší laboratoři podle zpráv, které mi dány byly laskavostí pana professora K. Preisa k disposici, sůl vodnatá, formuly: $Na_3SbS_4 \,.\, 4H_2O$. Preparat ten byl připraven takto: Bílý sirník ammonatý byl nasycen pentasulfidem antimonu, roztok zředěn rovným objemem bílého sirníku ammonatého a k směsi přidáno líhu, až vznikla malá sraženina; tato byla odfil-

trována a k čirému filtratu opatrně přičiněno líhu, tak že splýval nad vodní tekutinou. Za nedlouho počaly se vylučovati hloučky vláknitých, bezbarvých krystallků, jež byly pomocí vodní pumpy plátěným filtrem sfiltrovány, lihem propláchnuty a filtračním papírem rychle vylisovány.

Analysou bylo shledáno toto procentové složení:

NH_4	14,24%	15,08%	14,31%
Sb	32,56%	31,21%	32,36%
S	33,18%	34,21%	33,25%
H_2O (z difference)	20,02%	19,28%	20,08%
	100,00%	100,00%	100,00%

Hořejní formula $Na_3SbS_4 . 4H_2O$ vyžaduje:

NH_4	14,47%
Sb	32,09%
S	34,21%
H_2O	19,23%
	100,00%

Připomínám ku konci, že známý síroantimoničnan draselnatý má formulu $K_3SbS_4 . 4^1/_2H_2O$. (Schiff: Lieb. Annal. 164, 202). Nejsou obě soli draselnatá a ammonatá isomorfické a počet molekul krystallové vody, jejíž množství z difference pouze jest určováno, v obou případech stejné?

B. Sírocíničitany ammonaté.

Kühn (Gmelin-Kraut H. III. 133) obdržel působením sirníku ammonatého v hydroxyd cíničitý a přídavkem líhu k získanému roztoku žlutou, práškovitou sedlinu; vedle ní zvolna také bílé krystallky se vylučovaly.

Ditte (Compt. rend. 95. 641) připravil rozpuštěním cínu v polysolfidu ammonatém a odpařením ve vakuu žluté lupénky sirné soli: $3\ SnS_2 . {}^1/_2(NH_4)_2S . 3H_2O$.

Postup, jaký jsem zachoval při výrobě níže popsané sirné soli, byl tento: Bílý sirník ammonatý nasycen disulfidem cínu, roztok zředěn rovným volumem sirníku ammonatého a smísen s lihem. Ihned se počaly vylučovati nažloutlé lupénkovité krystallky. Někdy se vy-

loučila též u dna nádoby hnědá, olejovitá tekutina, jež však velmi rychle zkrystallovala.

Takto získaný preparat tvoří tenké, nažloutlé destičky, které po vyjmutí z matečného louhu na vzduchu rychle žloutnou. Ve vodě snadno se rozpouštějí v zakalenou poněkud tekutinu, jež se brzy silněji kalí a sirník cíničitý osazuje. Dokonale se rozpouští ve vodě, přidáno-li k ní bylo něco sirníku ammonatého. Kyseliny preparat snadno rozkládají, vylučujíce disulfid cínu a vyprošťujíce sírovodík.

Analysou preparatů, filtračním papírem vylisovaných, shledáno:

	Preparace I.	II.	III.
NH_4	12,12%	12,19%	12,63%
Sn	39,54%	39,38%	38,97%
S	31,33%	31,66%	31,59%
H_2O (z rozdílu)	17,01%	16,77%	17,01%
	100.00%	100.00%	100,00%

Z tohoto procentového složení vychází na jevo, že analysovaná látka jest *sírocíničitan ammonatý* $(NH_4)_2SnS_3 . 3H_2O$, jež vyžaduje:

NH_4	11,87%
Sn	38,69%
S	31,64%
H_2O	17,80%
	100,00%

Obdobný sírocíničitan draselnatý $K_2SnS_3 . 3H_2O$ získal Ditte (Compt. rend. 94, 1419, 95, 641, Chem. Centralblatt 1882, 454) vařením sirníku draselnatého s cínem a sírou ve způsobě žlutých krystalků, větším množstvím vody se rozkládajících. Z roztoku této sloučeniny vylučuje líh žlutý nebo hnědý olej, jenž obsahuje na 1 mol. K_2SnS_3 9—10 mol. vody.

S větším podílem krystallové vody byl sírocíničitan ammonatý již dříve p. H. Němečkem ve zdejší laboratoři získán. Sirník ammonatý nasycen sirníkem cíničitým, roztok zředěn rovným objemem bílého sirníku ammonatého a přičiněno lihu, až se počala bílá, práškovitá sedlina vylučovati; po sfiltrování této sedlinky přidán opatrně líh, tak že splýval nad vodnou tekutinou. Stáním v uzavřené nádobě se vylučovaly krásné, dlouhé, perleťově lesklé jehlice, kteréž byly na

plátěném filtru sebrány, pomocí vodní pumpy rychle lihem propláchnuty, filtračním papírem vylisovány a ihned analysovány. Shledáno:

NH_4	9,48%	9,51%	9,35%
Sn	31,04%	31,15%	31,36%
S	24,92%	25,46%	25,37%
H_2O (z rozdílu)	34,62%	33,88%	33,92%
	100,00%	100,00%	100,00%

Toto složení odpovídá formule $(NH_4)_2SnS_3 . 7H_2O$, jež vyžaduje:

NH_4	9,62%
Sn	31,30%
S	25,57%
H_2O	33,51%
	100,00%

Nýbrž p. E. Butta jednou získal taktéž ve zdejší laboratoři při jinak stejném postupu, jak právě bylo sděleno, sírocíničitan ammonatý s toliko 5 mol. vody, tedy $(NH_4)_2SnS_3 . 5H_2O$.

	Nalezeno	Therie
NH_4	10,46%	10,62%
Sn	35,08%	34,60%
S	27,83%	28,29%
H_2O (z rozdílu)	26,63%	26,49%
	100,00%	100,00%

Čím bylo způsobeno vylučování se jednou krystalků se 7, po druhé s 5 mol. vody, při jinak stejné přípravě, nebylo lze vyšetřiti

Chemické laboratorium c. k. české vys. školy technické v Praze.

Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Ed. Grégra v Praze 1897.

XLII.

Expressions nouvelles de la constante d'Euler.

Note de **M. Lerch** à Fribourg (Suisse).

(Présenté dans la séance du 9 juillet 1897)

La constante d'Euler $C = -\Gamma'(1)$ a été représentée sous beaucoup de formes par des intégrales définies. Une représentation par série infinie découle immédiatement de la définition

$$C = \lim_{m=\infty} \left(\sum_{\nu=1}^{m} \frac{1}{\nu} - \log m \right),$$

à savoir

$$C = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\nu} - \log\left(1 + \frac{1}{\nu}\right) \right].$$

L'expression que nous avons en vue s'obtient à l'aide de la propriété bien connue de la fonction analytique uniforme $\zeta(s)$ qui pour des valeurs de s dont la partie réelle surpasse l'unité est donnée par la série

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \ldots.$$

En posant $s = 1 + \varrho$, on sait que cette fonction admet un développement toujours convergent suivant les puissances croissantes de ϱ et dont les premiers termes sont

$$\zeta(1+\varrho) = \frac{1}{\varrho} + C + \ldots$$

Cela étant, considérons l'identité

$$(2) \quad \left(1 - 2^{-\varrho}\right) \zeta(1+\varrho) = 1 - \frac{1}{2^{1+\varrho}} + \frac{1}{3^{1+\varrho}} - \frac{1}{4^{1+\varrho}} + \cdots$$

dans laquelle nous allons comparer les développements suivant les puissances de ϱ.

Le premier membre se développe comme il suit

$$\log. 2. \left(1 - \frac{\log 2}{2} \varrho + \cdots \right) (1 + C\varrho + \cdots)$$

ce qui a la valeur

$$(a) \qquad \log 2 + \log 2 \left[C - \frac{\log 2}{2}\right] \varrho + \cdots$$

Le développement du second membre de l'équation (2) ayant la forme

$$(b) \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{m} + \varrho \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m \log m}{m} + \cdots,$$

il vient en comparant avec (a) la formule cherchée

$$(3) \qquad \log 2 \,.\left[C - \frac{\log 2}{2}\right] = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{\log m}{m}.$$

On n'obtient pas une expression nouvelle de C, mais évaluation d'une intégrale définie, en essayant de sommer cette série au moyen de la formule élémentaire

$$\log m = \int_0^{\infty} \frac{e^{-x} - e^{-mx}}{x}\, dx.$$

En représentant par S la somme de la série il vient d'abord

$$S = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \left(e^{-x} - e^{-mx}\right);$$

cela étant, le développement

$$\log(1+z) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} z^m$$

nous donne

$$S = \int_0^\infty \frac{\log\left(1+e^{-x}\right) - e^{-x}\log 2}{x}\, dx.$$

J'emploie maintenant l'intégration par parties qui nous amène au résultat

$$S = -\log 2 \,.\int_0^\infty e^{-x}\log x\, d\,x + \int_0^\infty \frac{\log x\, dx}{e^x+1}\,.$$

Le premier terme ayant pour valeur $C.\log 2$, la formule (3) prouve qu'il s'ensuit

(4) $$\int_0^\infty \frac{\log x}{e^x+1}\, d\,x = -\frac{1}{2}(\log 2)^2.$$

Je reviendrai maintenant sur la fonction $\zeta(s)$ en employant l'intégrale

(5) $$\left(1-2^{1-s}\right)\zeta(s) = \frac{1}{\Gamma(s)}\int_0^\infty \frac{x^{s-1}\, dx}{e^x+1},$$

que je transforme en développant l'expression

$$\frac{1}{e^x+1} = \frac{1}{2}\,\frac{e^{-x}}{1-\frac{1}{2}\left(1-e^{-x}\right)}$$

suivant les puissances de $1-e^{-x}$; on a évidemment

$$\frac{1}{e^x+1} = e^{-x}\sum_{\nu=0}^{n-1}\frac{1}{2^{\nu+1}}\left(1-e^{-x}\right)^{\nu} + \frac{1}{2^n}\,\frac{\left(1-e^{-x}\right)^n}{e^x+1},$$

d'où par conséquent

$$(1-2^{1-s})\,\zeta(s) = \sum_{\nu=0}^{n-1}\frac{1}{2^{\nu+1}}\cdot\frac{1}{\Gamma(s)}\int_0^\infty e^{-x}\left(1-e^{-x}\right)^{\nu} x^{s-1}\, dx + R_n,$$

où nous avons posé, pour abréger,

$$(6) \qquad R_n = \frac{1}{2^n\,\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{\left(1-e^{-x}\right)^n}{e^x+1}\, x^{s-1}\, dx.$$

Soit maintenant l'opération ∇ définie par l'équation

$$\nabla f(w) = f(w) - f(w+1),$$

de sorte que

$$\nabla^2 f(w) = \nabla f(w) - \nabla f(w+1),$$

$$\nabla^3 f(w) = \nabla^2 f(w) - \nabla^2 f(w+1)$$

et ainsi de suite, j'observe que la formule

$$w^{-s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty e^{-wx}\, x^{s-1} dx$$

donne

$$\nabla^n w^{-s} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty e^{-wx} \left(1-e^{-x}\right)^n x^{s-1}\, dx,$$

et par conséquent

$$(7) \qquad \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty e^{-x} \left(1-e^{-x}\right)^n x^{s-1}\, dx = \left(\nabla^n w^{-s}\right)_{w=1}$$

Le développement considéré sera donc le suivant

$$(8) \qquad \left(1-2^{1-s}\right) \zeta(s) = \sum_{\nu=0}^{n-1} \frac{1}{2^{\nu+1}} \left(\nabla^\nu w^{-s}\right)_{w=1} + R_n,$$

le reste R_n étant donné par la formule (6).

On voit que lorsque la partie réelle de s est positive, le développement (8) peut s'étendre à l'infini et que sa convergence est plus rapide que celle de la série géométrique $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots$ La convergence de la série ainsi obtenue a lieu quel que soit s, mais

nous ne nous arrêtons pas à cette question en poursuivant seulement le but d'obtenir un développement pour la constante d'Euler. Pour ce but la série

$$\left(1-2^{1-s}\right)\zeta(s)=\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{1}{2^{\nu+1}}\left(\nabla^{\nu}w^{-s}\right)_{w=1}$$

nous fournit en effet la formule

$$(9)\qquad \log 2\,.\left(C-\frac{1}{2}\log 2\right)=-\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{2^{\nu+1}}\left(\nabla^{\nu}\frac{\log w}{w}\right)_{w=1}$$

ou bien

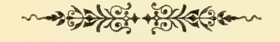
$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{\log 2}{2}+\frac{1}{8}\left(2\,\frac{\log 2}{2}-\frac{\log 3}{3}\right)+\frac{1}{16}\left(3\,\frac{\log 2}{2}-3\,\frac{\log 3}{3}+\right.$$

$$\left.+\frac{\log. 4}{4}\right)+\frac{1}{32}\left(4\,\frac{\log 2}{2}-6\,\frac{\log 3}{3}+4\,\frac{\log 4}{4}-\frac{\log 5}{5}\right)+\ldots$$

Remarque. La formule (3) se trouve déjà dans un mémoire de M. DE LA VALLÉE POUSSIN,*) dont je n'ai pas eu connaissance en rédigeant la présente note.

---

*) Recherches analytiques sur la théorie des nombres premiers (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, t. XX, 2-e partie, 1896), page 65.



Nákladem Královské České Společnosti Náuk — Tiskem dra. Ed. Grégra v Praze 1897.

XLIII.

Sur quelques analogies des sommes de Gauss.

Note de **M. Lerch** à Fribourg (Suisse).

(Présenté dans la séance du 9 juillet 1897)

Les formes quadratiques à des coefficients entiers

$$(1) \qquad ax^2 + bxy + cy^2$$

ayant le même discriminant négatif $b^2 - 4\,ac = -\Delta$, constituent un nombre fini de classes; lorsque les coefficients a, b, c n'ont pas de diviseur commun la forme ainsi que la classe correspondante s'appelle primitive. C'est le nombre des classes primitives correspondant au diseriminant $-\Delta$ que je représente par $Cl\,(-\Delta)$.

Dirichlet avait considéré les formes telles que $ax^2 + 2bxy + cy^2$ et a obtenu l'expression du nombre $Cl\,(-\Delta)$ sous forme finie; Kronecker avait simplifié les résultats de Dirichlet en introduisant les formes telles que (1).

Pour bien comprendre les résultats de Kronecker, il faut généraliser un peu le signe $\left(\frac{m}{n}\right)$ introduit par Legendre et Jacobi. Les nombres m, n ne doivent admetre aucun divisieur commun sans quoi le symbole représenterait le zéro.

1) Soit n impair et soit $n = p\,p'\,p'', \ldots$ sa décomposition en facteurs premiers; on pose

$$\left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m}{p}\right)\left(\frac{m}{p'}\right)\left(\frac{m}{p''}\right)\cdots\,;\left(\frac{m}{-n}\right) = \left(\frac{m}{n}\right).$$

2) Si n est pair, m sera nécessairement impair, et si l'on a $n = 2^\nu\, n'$, n' étant impair, on pose

$$\left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m}{2^\nu\, n'}\right) = \left(\frac{2^\nu}{m}\right) \cdot \left(\frac{m}{n'}\right).$$

Le discriminant $D = b^2 - 4ac$ doit toujours avoir la forme $4\mu + 1$ ou 4μ, et par conséquent le nombre Δ sera de la forme $4\mu + 3$ ou il sera divisible par 4. Pour ces nombres Δ on a ensuite la relation

$$(2) \qquad \left(\frac{-\Delta}{m}\right) = -\left(\frac{-\Delta}{\Delta - m}\right), \quad (m = 1, 2, 3 \ldots . \Delta - 1).$$

Cela étant, la formule fondamentale de Dirichlet consiste dans l'équation

$$(3) \qquad Cl(-\Delta) = H(-\Delta) \cdot \frac{\tau\sqrt{\Delta}}{2\pi},$$

en posant pour abréger

$$(4) \qquad H(-\Delta) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{-\Delta}{k}\right)\frac{1}{k},$$

et en représentant par τ le nombre 2, si Δ surpasse quatre, puis $\tau = 4$ pour $\Delta = 4$ et $\tau = 6$ pour $\Delta = 3$.

Pour transformer la série (4) considérons ses termes jusqu'à l'indice $k = m\Delta$ inclusivement et posons

$$k = h + \mu\Delta;$$

on aura de la sorte

$$\sum_{k=1}^{m\Delta} \left(\frac{-\Delta}{k}\right)\frac{1}{k} = \sum_{h=1}^{\Delta} \left(\frac{-\Delta}{h}\right) \sum_{\mu=0}^{m-1} \frac{1}{h + \mu\Delta},$$

et grâce à la relation

$$\sum_{h=1}^{\Delta} \left(\frac{-\Delta}{h}\right) = 0, \left(\frac{-\Delta}{\Delta}\right) = 0,$$

il s'ensuit

$$\sum_{k=1}^{m\Delta} \left(\frac{-\Delta}{k}\right)\frac{1}{k} = \sum_{h=1}^{\Delta-1} \left(\frac{-\Delta}{h}\right) \sum_{\mu=0}^{m-1} \left(\frac{1}{h + \mu\Delta} - \frac{1}{(\mu + 1)\Delta}\right),$$

d'où il vient pour m infini

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{-\varDelta}{k}\right)\frac{1}{k}=\frac{1}{\varDelta}\sum_{h=1}^{\varDelta-1}\left(\frac{-\varDelta}{h}\right)\sum_{\mu=0}^{\infty}\left(\frac{1}{\frac{h}{\varDelta}+\mu}-\frac{1}{\mu+1}\right).$$

La quantité

$$\psi\left(\frac{h}{\varDelta}\right)=\sum_{\mu=0}^{\infty}\left(\frac{1}{\mu+1}-\frac{1}{\frac{h}{\varDelta}+\mu}\right)$$

ayant pour valeur l'expréssion

$$\frac{\Gamma'\left(\frac{h}{\varDelta}\right)}{\Gamma\left(\frac{h}{\varDelta}\right)}-\Gamma'(1)$$

on aura le résultat

$$(4^{a})\qquad H(-\varDelta)=-\frac{1}{\varDelta}\sum_{h=1}^{\varDelta-1}\left(\frac{-\varDelta}{h}\right)\psi\left(\frac{h}{\varDelta}\right).$$

Cela étant, changeons h en $\varDelta-k$ et employons l'équation (2); il s'ensuit

$$H(-\varDelta)=\frac{1}{\varDelta}\sum_{k=1}^{\varDelta-1}\left(\frac{-\varDelta}{k}\right)\psi\left(1-\frac{k}{\varDelta}\right);$$

ajoutant membre à membre avec l'équation (4^{a}), et faisant usage de l'équation

$$\psi(x)-\psi(1-x)=-\pi\cot x\pi,$$

il vient

$$(4^{b})\qquad H(-\varDelta)=\frac{\pi}{2\varDelta}\sum_{k=1}^{\varDelta-1}\left(\frac{-\varDelta}{k}\right)\cot\frac{k\pi}{\varDelta},$$

ou bien, en faisant usage de l'équation (3),

$$(5)\qquad \sum_{k=1}^{\varDelta-1}\left(\frac{-\varDelta}{k}\right)\cot\frac{k\pi}{\varDelta}=\frac{4\sqrt{\varDelta}}{\tau}\,Cl(-\varDelta).$$

Cette équation que nous venons d'obtenir par la simple transformation de l'équation de Dirichlet, présente quelque analogie avec les sommes de Gauss. Cette analogie devient encore plus évidente, si l'on choisit pour $\varDelta$ un nombre premier.

Soit p un nombre premier de la forme $4m+3$ et posons $\varDelta = p$; l'équation (5) deviendra dans ce cas

$$\sum_{k=1}^{p-1} \left(\frac{k}{p}\right) \cot \frac{k\pi}{p} = \frac{4\sqrt{p}}{\tau}\, Cl\,(-p).$$

Cela étant, ajoutons membre à membre avec l'identité

$$\sum_{k=1}^{p-1} \cot \frac{k\pi}{p} = 0,$$

il s'ensuit

$$2 \sum{}' \cot \frac{k\pi}{p} = \frac{4\sqrt{p}}{\tau}\, Cl\,(-p); \quad \left(k = 1, 2, 3, \ldots p-1; \left(\frac{k}{p}\right) = 1\right),$$

la sommation s'étendant aux résidus quadratiques de p.

En posant $k = \alpha^2 - p\left[\frac{\alpha^2}{p}\right]$, $(\alpha = 1, 2, 3 \ldots . p-1)$, chacun des nombres k se trouve deux fois engendré et il vient

$$(6) \qquad \sum_{\alpha=1}^{p-1} \cot \frac{\alpha^2\pi}{p} = \frac{4\sqrt{p}}{\tau}\, Cl\,(-p),$$

ou bien

$$(6^*) \qquad \sum_{\alpha=1}^{\frac{p-1}{2}} \cot \frac{\alpha^2\pi}{p} = \frac{2\sqrt{p}}{\tau}\, Cl\,(-p).$$

Soit maintenant p un nombre premier de la forme $4m+1$, et posons $\varDelta = 4p$; puisqu'on a évidemment

$$\left(\frac{-4p}{k}\right) = (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left(\frac{k}{p}\right), \ k \equiv 1 \pmod 2,$$

la formule (5) deviendra

$$(7^a) \qquad \sum_k (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left(\frac{k}{p}\right) \cot\frac{k\pi}{4p} = 4\sqrt{p}\;\; Cl\,(-4p),$$

les conditions sommatoires étant $k = 1, 3, 5, \ldots .\, 4p-1$; nous avons employé la valeur de τ qui est égal à 2, en supposant que p surpasse l'unité. Nous allons maintenant calculer la valeur de la somme

$$\sum (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cot\frac{k\pi}{4p}.$$

Pour ce but j'emploie la fonction rationelle

$$\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x^{p-1}}{x^{2p}+1},$$

dont la somme des résidus correspondant au pôle $x = 1$ et aux pôles $x = \xi$, racines de l'équation $\xi^{2p} + 1 = 0$, est évidemment nulle. Le résidu au point $x = 1$ étant $R_1 = 1$, et le résidu au pôle $x = \xi = e^{\frac{k\pi i}{2p}}$ ayant pour valeur la quantité

$$R_\xi = -\frac{1}{2p}\,\frac{\xi+1}{\xi-1}\,\xi^p = -\frac{1}{2p}\cot\frac{k\pi}{4p}\,.\,(-1)^{\frac{k-1}{2}},$$

on a par conséquent

$$(8) \quad \sum (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cot\frac{k\pi}{4p} = 2p, \quad (k = 1,\ 3,\ 5, \ldots\ 4p-1).$$

Le symbole $\left(\frac{k}{p}\right)$ représentant la valeur zéro pour $k = p$ et pour $k = 3p$, nous isolons les termes correspondants dans la formule (8) et il vient

$$(8^a) \sum (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cot\frac{k\pi}{4p} = 2p - 2\,(k = 1, 3, \ldots 4p-1, \text{ sauf } p \text{ et } 3p).$$

En ajoutant membre à membre les formules (7^a) et (8^a), nous aurons l'équation

$$2\sum{}'(-1)^{\frac{k-1}{2}} \cot\frac{k\pi}{4p} = 2p-2 + 4\sqrt{p}\; Cl(-4p),$$

les conditions sommatoires étant

$$k = 1, 3, 5, \ldots . 4p-1\,; \left(\frac{k}{p}\right) = 1.$$

Observons maintenant que pour $k = h + 2p$ on a

$$(-1)^{\frac{h-1}{2}} \cot\frac{h\pi}{4p} + (-1)^{\frac{k-1}{2}} \cot\frac{k\pi}{4p} = (-1)^{\frac{h-1}{2}}\left(\cot\frac{h\pi}{4p} + tg\,\frac{h\pi}{4p}\right)$$

ou bien

$$= \frac{2\,(-1)^{\frac{h-1}{2}}}{\sin\frac{h\pi}{2p}};$$

cela étant, la formule que nous venons d'établir s'écrira plus simplement

$$2\sum_h (-1)^{\frac{h-1}{2}} \frac{1}{\sin\frac{h\pi}{2p}} = p-1+2\sqrt{p}\; Cl\,(-4p),$$

avec les conditions sommatoires

$$h = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots . 2p-1\,;\ \left(\frac{h}{p}\right) = 1.$$

On engendre deux fois la suite des valeurs de h qui entrent dans la sommation, si l'on prend les restes, suivant le module $2p$, des carrés des nombres impairs

$$\nu = 1, 3, 5, \ldots 2p-1.$$

En posant

$$\nu^2 = h + 2\mu\, p,$$

on trouve, puisque $p \equiv 1 \pmod 4$, les valeurs

$$(-1)^{\frac{k-1}{2}} = (-1)^{\mu},\ \sin\frac{h\pi}{2p} = (-1)^{\mu} \sin\frac{\nu^2\pi}{2p}$$

ce qui transforme notre équation dans la formule suivante

$$\sum \frac{1}{\sin \frac{\nu^2 \pi}{2p}} = p - 1 + 2\sqrt{p}\, Cl(-4p),$$

avec les conditions sommatoires

$$\nu = 1, 3, 5, \ldots . 2p - 1, \text{ sauf } \nu = p.$$

En observant que les indices ν et $2p - \nu$ donnent des termes de valeurs égales, on peut écrire la formule comme il suit

$$(7^*) \quad \sum_\nu \frac{1}{\sin \frac{\nu^2 \pi}{2p}} = \frac{p-1}{2} + \sqrt{p}\;\; Cl(-4p); \;\; (\nu = 1, 3, 5, \ldots p-2).$$

La forme simple du résultat m'engage à considérer encore le cas de $\Delta = 4p$ où $p \equiv 3 \pmod 4$. Ici la formule (5) se change en équation

$$\sum_k \left(\frac{k}{p}\right) \cot \frac{k\pi}{4p} = 4\sqrt{p}\;\; Cl(-4p),$$

où $k = 1, 3, 5, \ldots 4p - 1$. En ajoutant membre à membre avec l'équation

$$\sum \cot \frac{k\pi}{4p} = 0$$

et en observant que les termes $k = p$ et $k = 3p$ se détruisent, on a le resultat

$$2 \sum{}' \cot \frac{k\pi}{4p} = 4\sqrt{p}\;\; Cl(-4p),$$

avec la condition $k = 1, 3, 5, \ldots . 4p - 1$; $\left(\frac{k}{p}\right) = 1$. Observons maintenant que les termes correspondants aux valeurs $k = h$ et $k = h + 2p$ ont la somme égale à la quantité

$$\cot \frac{h\pi}{4p} + tg \frac{h\pi}{4p} = \frac{2}{\sin \frac{h\pi}{2p}}$$

on aura

$$2\sum \frac{1}{\sin\frac{h\pi}{2p}} = 2\sqrt{p}\, Cl\,(-4p),$$

$$h = 1, 3, 5, \ldots 2p - 1; \left(\frac{h}{p}\right) = 1.$$

En observant que pour

$$\nu^2 = h + 2\mu p$$

on a

$$\sin\frac{h\pi}{2p} = (-1)^{\mu} \sin\frac{\nu^2\pi}{2p} = (-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]} \sin\frac{\nu^2\pi}{2p},$$

l s'ensuit que notre équation deviendra

$$\sum_{\nu} \frac{(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]}}{\sin\frac{\nu^2\pi}{2p}} = 2\sqrt{p}\, Cl\,(-4p),\ (\nu = 1, 3, 5, \ldots 2p-1, \text{ sauf } p)$$

ou bien

$$(9)\quad \sum_{\nu} \frac{(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]}}{\sin\frac{\nu^2\pi}{2p}} = \sqrt{p}\, Cl\,(-4p),\ (\nu = 1, 3, 5, \ldots p-2).$$

Soit ensuite $\Delta = 8p$, le nombre premier p étant de la forme $4m+3$, nous aurons

$$\sum_{k} (-1)^{\frac{k^2-1}{8}} \left(\frac{k}{p}\right) \cot\frac{k\pi}{8p} = 4\sqrt{2p}\, Cl\,(-8p),$$

avec les conditions

$$k = 1, 3, 5, \ldots 8p - 1.$$

Dans l'identité

$$\sum_{k} (-1)^{\frac{k^2-1}{8}} \cot\frac{k\pi}{8p} = 0$$

les termes $k = p$, $3p$, $5p$, $7p$ se détruisent; en l'ajoutant avec l'équation précédente nous aurons d'abord

$$2\sum_k{}' (-1)^{\frac{k^2-1}{8}} \cot\frac{k\pi}{8p} = 4\sqrt{2p}\, Cl\,(-8p),$$

$$\left(k = 1, 3, 5, \ldots 8p-1;\ \left(\frac{k}{p}\right) = 1\right).$$

En posant $k = h + 4p$ on a

$$\frac{k^2-1}{8} \equiv \frac{h^2-1}{8} + 1 \pmod 2.$$

et par conséquent

$$(-1)^{\frac{k^2-1}{2}} \cot\frac{k\pi}{8p} = (-1)^{\frac{h^2-1}{2}}\, tg\,\frac{h\pi}{8p};$$

on en conclut que notre équation s'écrira un peu plus simplement

$$\sum_h{}' (-1)^{\frac{h^2-1}{8}} \frac{1}{\sin\frac{h\pi}{4p}} = \sqrt{2p}\, Cl\,(-8p),$$

avec les conditions sommatoires

$$h = 1, 3, 5, \ldots 4p-1;\ \left(\frac{h}{p}\right) = 1.$$

Si l'on pose $h = 2p + k$, la condition $p \equiv 3 \pmod 4$ fait voir que l'on a

$$(-1)^{\frac{h^2-1}{8}} = (-1)^{\frac{k^2-1}{8} + \frac{k-1}{2}},\ \sin\frac{h\pi}{4p} = \cos\frac{k\pi}{4p},$$

ce qui change notre résultat comme il suit

$$\sum_k{}' \frac{(-1)^{\frac{k^2-1}{8}}}{\sin\frac{k\pi}{4p}} + \sum_k{}' \frac{(-1)^{\frac{k^2-1}{8}+\frac{k-1}{2}}}{\cos\frac{k\pi}{4p}} = \sqrt{2p}\, Cl\,(-8p),$$

les conditions sommatoires étant

$$k = 1, 3, 5, \ldots 2p-1\,;\ \left(\frac{k}{p}\right) = 1.$$

Les nombres k qui entrent dans la sommation représentent le système complet des résidus quadratiques du module p, et on a par conséquent $k \equiv \nu^2 \pmod{2p}$, où ν sont des nombres impairs.

Je suppose d'abord que l'on a

$$\nu^2 = k + 4\mu\, p\,;$$

dans ce cas on a

$$(-1)^{\frac{k^2-1}{8}} = (-1)^\mu,\ (-1)^{\frac{k-1}{2}} = 1,$$

$$\sin\frac{k\pi}{4p} = (-1)^\mu \sin\frac{\nu^2\pi}{4p},\ \cos\frac{k\pi}{4p} = (-1)^\mu \cos\frac{\nu^2\pi}{4p},$$

et par conséquent

$$(a)\quad \frac{(-1)^{\frac{k^2-1}{8}}}{\sin\frac{k\pi}{4p}} + \frac{(-1)^{\frac{k^2-1}{8}+\frac{k-1}{2}}}{\cos\frac{kp}{4p}} = \frac{1}{\sin\frac{\nu^2\pi}{4p}} + \frac{1}{\cos\frac{\nu^2\pi}{4p}}.$$

Considérons maintenant le second cas, à savoir

$$\nu^2 = k + (4\mu + 2)\, p\,;$$

on a évidemment

$$(-1)^{\frac{k^2-1}{8}} = (-1)^\mu,\ (-1)^{\frac{k-1}{2}} = -1,$$

$$\sin\frac{k\pi}{4p} = (-1)^{\mu+1} \cos\frac{\nu^2\pi}{4p},\ \ \cos\frac{k\pi}{4p} = (-1)^\mu \sin\frac{\nu^2\pi}{4p},$$

d'où par conséquent

$$(b)\quad \frac{(-1)^{\frac{k^2-1}{8}}}{\sin\frac{k\pi}{4p}} + \frac{(-1)^{\frac{k^2-1}{8}+\frac{k-1}{2}}}{\cos\frac{k\pi}{4p}} = -\frac{1}{\cos\frac{\nu^2\pi}{4p}} - \frac{1}{\sin\frac{\nu^2\pi}{4p}}.$$

En comparant avec (a) on voit que les seconds membres ont

le signe plus ou le signe moins suivant que le nombre $\frac{\nu^2-k}{2p}$ est pair ou impair; ce signe est par conséquent égal à la quantité

$$(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]},$$

et il s'ensuit pour le nombre premier p de la forme $4m+3$

$$(10)\qquad \sum_{\nu}(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]}\left(\frac{1}{\sin\frac{\nu^2\pi}{4p}}+\frac{1}{\cos\frac{\nu^2\pi}{4p}}\right)=\sqrt{2p}\,Cl\,(-8p),$$

avec les conditions sommatoires

$$\nu=1,3,5,\ldots.p-2,$$

ou bien

$$(10^0)\qquad \sum_{\nu}(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]}\frac{\sin\frac{(\nu^2+p)\pi}{4p}}{\sin\frac{\nu^2\pi}{2p}}=\frac{1}{2}\sqrt{p}\,Cl\,(-8p).$$

Enfin soit $\Delta=8p$, p un nombre premier de la forme $4m+1$; la formule (5) devient

$$\sum_{k}(-1)^{\frac{k^2-1}{8}+\frac{k-1}{2}}\left(\frac{k}{p}\right)\cot\frac{k\pi}{8p}=4\sqrt{2p}\,Cl\,(-8p),$$

avec les valeurs de l'indice

$$k=1,3,5,\ldots.8k-1.$$

J'observe que l'on a

$$(-1)^{\frac{k^2-1}{8}+\frac{k-1}{2}}=(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]},$$

et je vais évaluer la somme

$$\sum(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{8p}.$$

A cet effet je considère la fonction rationelle

$$\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x^{p-1}}{x^{2p}-1}\cdot\frac{1}{x^{4p}+1};$$

elle a un pôle du second dégré $x=1$ avec le résidu $R_1=-1$, puis $4p$ pôles du premier dégré $x=\xi=e^{\frac{k\pi i}{4p}}$ $(k=1, 3, 5, \ldots 8p-1)$, et enfin $2p-1$ pôles du premier dégré

$$x=\eta=e^{\frac{\nu\pi i}{p}},\ (\nu=1, 2, \ldots . 2p-1).$$

Le résidu correspondant au pôle η a la valeur

$$R_\eta=\frac{(-1)^\nu}{4pi}\cot\frac{\nu\pi}{2p},$$

et la somme

$$\Sigma R_\eta$$

est zéro. Le résidu correspondant au pôle ξ a la valeur

$$R_\xi=-\frac{1}{4p}\,\frac{\xi+1}{\xi-1}\,\frac{\xi^p}{\xi^{2p}-1}=\frac{1}{8p}\cot\frac{k\pi}{8p}\cdot\frac{1}{\sin\frac{k\pi}{4}};$$

or $\sin\frac{k\pi}{4}=(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\sqrt{\frac{1}{2}}$ et par conséquent

$$R_\xi=(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\frac{\sqrt{2}}{8p}\cot\frac{k\pi}{8p};$$

cela étant, la formule

$$\Sigma R_\xi+\Sigma R_\eta-1=0$$

fait voir qu'on a

$$(11)\quad \sum_k(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{8p}=4p\sqrt{2},\ (k=1, 3, 5, \ldots 8p-1).$$

Les termes $k=p$, $3p$, $5p$ et $7p$ donnent la somme

$$(-1)^{\frac{p-1}{4}}\ 4\sqrt{2},$$

et il s'ensuit

$$(11^0)\qquad \sum{}'(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{8p}=4p\sqrt{2}-(-1)^{\frac{p-1}{4}}4\sqrt{2},$$

les conditions sommatoires étant

$$k=1,3,5,\ldots 8p-1;\ k \text{ non congru } 0 \pmod{p}.$$

En ajoutant l'équation (11^0) membre à membre avec l'équation

$$\sum(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\left(\frac{k}{p}\right)\cot\frac{k\pi}{8p}=4\sqrt{2p}\,Cl\,(-8p),$$

il vient

$$2\sum{}'(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{8p}=4\left(p-(-1)^{\frac{p-1}{4}}\right)\sqrt{2}+4\sqrt{2p}\,Cl\,(-8p),$$

$$\left[k=1,3,5,\ldots 8p-1;\ \left(\frac{k}{p}\right)=1\right].$$

En prenant $k=h$ et $k=8p-h$, où $h=1,3,5,\ldots 4p-1$, on aura $\left(\frac{k}{p}\right)=\left(\frac{h}{p}\right)$ et puis

$$(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{8p}=(-1)^{\left[\frac{h}{4}\right]}\cot\frac{h\pi}{8p},$$

ce qui simplifie notre formule comme il suit

$$\sum{}'(-1)^{\left[\frac{h}{4}\right]}\cot\frac{h\pi}{8p}=\left(p-(-1)^{\frac{p-1}{4}}\right)\sqrt{2}+\sqrt{2p}\,Cl\,(-8p);$$

$$\left(h=1,3,5,\ldots 4p-1;\ \left(\frac{h}{p}\right)=1\right).$$

En réduisant de nouveau à l'aide de la transformation $h=4p-k$, le premier membre devient

$$\sum{}'(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\left(\cot\frac{k\pi}{8p}-tg\frac{k\pi}{8p}\right),\ \left(k=1,3,5,\ldots 2p-1;\left(\frac{k}{p}\right)=1\right),$$

ou bien

$$2\sum{}'(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{4p},$$

ce qui donne

$$\sum{}'(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}\cot\frac{k\pi}{4p}=\frac{p-(-1)^{\frac{p-1}{4}}}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2p}\;Cl(-8p),$$

$$\left(k=1,3,5,\ldots .2p-1;\ \left(\frac{k}{p}\right)=1\right).$$

On peut évidemment remplacer les nombres k par les nombres

$$\nu^2-2p\left(\frac{\nu^2}{2p}\right),\ (\nu=1,3,5,\ldots .p-2),$$

dans ce cas on a

$$(-1)^{\left[\frac{k}{4}\right]}=(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{4p}+\frac{1}{2}\right]}$$

comme il est aisé de voir, puis on peut écrire

$$\frac{\nu^2}{2p}-\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]=\Re\frac{\nu^2}{2p},$$

en représentant par $\Re x$ le plus petit reste positif de la quantité x; par conséquent, la formule deviendra

$$\sum_{\nu}(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{4p}+\frac{1}{2}\right]}\cot\left(\frac{\pi}{2}\Re\frac{\nu^2}{2p}\right)$$

$$=\frac{p-(-1)^{\frac{p-1}{4}}}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2p}\;Cl(-8p). \tag{12}$$

On a évidemmeut

$$\frac{1}{2}\Re\left(\frac{\nu^2}{2p}\right)=\Re\left(\frac{\nu^2}{4p}\right)-\frac{\varepsilon}{2},$$

où $\varepsilon=0$ ou $\varepsilon=1$, suivant que le nombre

$$\mu = \left[\frac{\nu^2}{2p}\right]$$

est pair ou impair; il s'ensuit que la quantité

$$\cot\left(\frac{\pi}{2}\,\Re\,\frac{\nu^2}{2p}\right)$$

a pour valeur la quantité

$$\cot\frac{\nu^2\pi}{4p},\ \text{si } \mu \text{ est pair,}$$

et la quantité

$$-\tan\frac{\nu^2\pi}{4p},\ \text{si } \mu \text{ est impair,}$$

ce qui s'exprime par la formule unique suivante:

$$\cot\left(\frac{\pi}{2}\,\Re\,\frac{\nu^2}{2p}\right) = \frac{1+(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]}}{2}\cot\frac{\nu^2\pi}{4p} - \frac{1-(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]}}{2}\tan\frac{\nu^2\pi}{4p}.$$

A cause de cette identité l'équation (12) s'écrira

$$\sum_{\nu}(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{4p}+\frac{1}{2}\right]}\cot\frac{\nu^2\pi}{2p} + \sum_{\nu}(-1)^{\left[\frac{\nu^2}{2p}\right]+\left[\frac{\nu^2}{4p}+\frac{1}{2}\right]}\frac{1}{\sin\frac{\nu^2\pi}{2p}}$$

$$= \frac{p-(-1)^{\frac{p-1}{4}}}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2p}\,Cl\,(-8p).$$

Or, d'après la formule

$$\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x+1}{2}\right] = [x]$$

on aura

$$\left[\frac{\nu^2}{2p}\right] + \left[\frac{\nu^2}{4p}+\frac{1}{2}\right] \equiv \left[\frac{\nu^2}{4p}\right] \pmod{2},$$

ce qui donne à notre resultat la forme définitive

$$(12^*)\quad \sum_\nu (-1)^{\left[\frac{\nu^2}{4p}+\frac{1}{2}\right]} \cot \frac{\nu^2 p}{2p} + \sum_\nu (-1)^{\left[\frac{\nu^2}{4p}\right]} \frac{1}{\sin \frac{\nu^2 \pi}{2p}}$$

$$-\frac{p-(-1)^{\left[\frac{p-1}{4}\right]}}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2p}\, Cl\,(-8p),$$

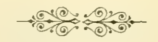
$$(\nu = 1, 3, 5 \ldots p-2).$$

A ces resultats nous joignons la formule suivante que nous avons rencontrée il y a six années, dans une occasion toute différente:

$$\sum_{\alpha=1}^{D_0-1} \left(\frac{D_0}{\alpha}\right) \frac{1}{\sin^2 \frac{\alpha\pi}{D_0}} = \frac{2}{\sqrt{D_0}} \sum_{\varrho=1}^{D_0-1} \varrho^2 \left(\frac{D_0}{\varrho}\right),$$

D_0 représentant un discriminant fondamental positif.

Remarque. M. Hermite a bien voulu me faire observer que la formule fondamentale (5) a été déjà obtenue par Lebesgue. Les recherches de ce savant français se trouvent surtout dans le Journal de Liouville, tome VII et XV; il ne nous semblait pas cependant inutile de publier des détails qu'on vient de lire, et sur lesquels nous nous reservons de revenir dans une prochaine occasion.



Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Edv. Grégra v Praze 1897.

XLVI.

Entwicklungen einiger zahlentheoretischer Functionen in unendliche Reihen.

Von **Franz Rogel** in Barmen.

(Vorgelegt den 9. Juli 1897.)

Die trigonometrische Analysis ermöglicht bekanntlich die Bildung von *Discontinuitätsfactoren*, welche bei einem *bestimmten* zahlentheoretischen Verhalten der darin auftretenden Grössen der Einheit gleich sind, sonst aber verschwinden.

Mit ihrer Hilfe gelingt es *zahlentheoretische* Functionen durch *stetige* Functionen, insbesonders durch unendliche Reihen, welche nach *stetigen* Functionen fortschreiten, auszudrücken.

Der Verfasser zeigte dies bereits für einige Functionen in seinen Arbeiten „*Über Primzahlmengen*“ (Sitzg.-Ber. d. kgl. böhm. Ges. d. Wiss. 1895 XXII.) und „*Darstellungen zahlentheoretischer Functionen durch trigonometrische Reihen*“ (Archiv f. Mathem. u. Phys., 2. Reihe, T. X., 1891, pag. 62 ff).

Im Folgenden sollen nun unendliche Reihen für „*Teileranzahl*“, „*Grösstes Ganze*“ und verwandte Functionen entwickelt werden, wozu sich der Discontinuitäts-Factor

$$[m, n] \equiv \frac{\sin 2m\pi}{2n \operatorname{tang} \frac{m}{n}\pi} = \begin{cases} 1, & n \text{ in } m \text{ enthalten} \\ 0, & n \text{ in } m \text{ nicht enthalten} \end{cases} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

besonders eignet; m und n bedeuten hierin beliebige *positive ganze* Zahlen.

Wird dieser Ausdruck in eine Reihe nach Potenzen von $\frac{m}{n}\pi = x$ umgesetzt, so convergiert dieselbe für *alle ganzen* m und n.

Denn es ist

$$[m, n] \equiv \frac{\sin 2nx}{2n \sin x} \cos x \qquad \ldots\ldots (2)$$

$$= \frac{1}{2n} \cos^2 x \left[2n - \frac{2^3 n (n^2 - 1^2)}{3!} \sin^2 x + \right.$$

$$\left. + \frac{2^5 n (n^2 - 1^2)(n^2 - 2^2)}{5!} \sin^4 x \ldots \right],$$

wo die in Klammern stehende Reihe *endlich* ist, da n als *ganz* vorausgesetzt wird. Sämmtliche Potenzen der *Sinus* und *Cosinus* durch ihre gleichwertigen für *jedes* x *commutativen* Potenzreihen ersetzt, ergiebt daher für $[m, n]$ eine ebenfalls für *jedes* x *commutative* unendliche Reihe. Das erlaubte Ordnen nach aufsteigenden Potenzen von x liefert die gewünschte Entwicklung, welche nicht verschieden ist von jener, welche durch Multiplication der Reihen für

$$\frac{1}{2n} \sin 2nx \,.\, \cos x \quad \text{und} \quad \operatorname{cosec} x$$

hervorgeht. Nun ist aber letztere nur für $-\pi < x < +\pi$ oder $-1 < \frac{m}{n} < +1$ convergent. Dass trotzdem das Resultat *beständig*, d. h. für jeden Wert des Arguments x convergiert, wurde aber soeben bewiesen. Es ist dies eine keineswegs vereinzelt dastehende Thatsache, dass eine nur für ein *beschränktes* Wertgebiet der Variabelen convergente Reihe durch Multiplication mit einer geeigneten *beständig* convergenten Reihe (hier für $\sin 2nx \,.\, \cos x = 0$) in eine ebenfalls *beständig* convergente Reihe übergehen kann.

Die wirkliche Berechnung der Coëfficienten dieser Reihe wird am vortheilhaftesten mit Hilfe des Maclaurin'schen Satzes vorgenommen, wobei die goniometrischen Functionen zweckmässig durch Exponentialfunctionen zu ersetzen sind; der Gang der Rechnung ist dann folgender:

$$[m, n] = Y = \frac{1}{4n} \frac{e^{(n+1)v} - e^{(n-1)v} + e^{nv} - e^{-nv}}{e^v - 1},$$

$$v = 2ix,$$

$$Y_{x=0} = 1,$$

$$D_x^\lambda Y_{x=0} = (2i)^\lambda D_v^\lambda Y_0 \qquad \ldots\ldots \quad (3)$$

$$= \frac{(2i)^\lambda}{4n} \left\{ D_v^\lambda \frac{e^{(n+1)v} - 1}{e^v - 1} - D_v^\lambda \frac{e^{-(n-1)v} - 1}{e^v - 1} + D_v^\lambda \frac{e^{nv} - 1}{e^v - 1} - \right.$$

$$\left. - D_v^\lambda \frac{e^{-nv} - 1}{e^v - 1} \right\}_{v=0}.$$

Nun ist

$$D_v^\lambda \frac{e^{nv} - 1}{e^v - 1} = \frac{1}{\lambda + 1} \mathbf{B}_{\lambda+1}(n),$$

wo $\mathbf{B}_{\lambda-1}$ das Functionszeichen für die *Bernoullische Function* $(\lambda + 1)$-ter Ordnung ist, für welche die Beziehungen

$$\mathbf{B}_{\lambda+1}(1 - n) = (-1)^{\lambda+1} \mathbf{B}(n), \quad \lambda > 0,$$

$$\mathbf{B}_{\lambda+1}(1 + n) = (-1)^{\lambda+1} \mathbf{B}_{\lambda+1}(-n) = \mathbf{B}_{\lambda+1}(n) + (\lambda + 1)\, n^\lambda$$

bestehen, denen zufolge obiger Ausdruck (3) sich verwandelt in

$$D_x^\lambda Y_0 = \begin{cases} \dfrac{(-1)^{\frac{\lambda}{2}} 2^\lambda}{n(\lambda + 1)} \left[\mathbf{B}_{\lambda+1}(n) + \dfrac{\lambda + 1}{2} n^\lambda \right], & \lambda \textit{ gerade}, \\ 0, \quad \lambda \textit{ ungerade} \text{ (giltig auch für } \lambda = 1). \end{cases}$$

Demnach ist

$$Y = 1 + \frac{1}{n} \sum_{\lambda=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\lambda}{2}} 2^\lambda}{(\lambda + 1)!} \mathbf{B}_{\lambda+1}(n)\, x^\lambda + S,$$

wo

$$S = \frac{1}{2n} \sum \frac{(-1)^{\lambda/2} (2nx)^{\lambda}}{\lambda!} = \frac{1}{2n} [\cos 2nx - 1]$$

$$= \frac{1}{2n} [\cos 2m\pi - 1] = 0;$$

somit

$$[m, n] \equiv \frac{\sin 2m\pi}{2n \operatorname{tang} \frac{m\pi}{n}}$$

$$= 1 + \frac{1}{n} \sum_{\lambda = 2, 4, \ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\lambda}{2}}}{(\lambda + 1)!} \left(\frac{2m\pi}{n}\right)^{\lambda} \mathsf{B}_{\lambda+1}(n) \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Für $n = 1$ verschwinden alle B, woraus das übrigens selbstverständliche $[m, 1] = 1$ folgt.

Dieselbe Reihe ergiebt sich auch aus der vom Verfasser in seiner „*Entwicklung nach Bernoulli'schen Functionen*". (Sitzgs.-Ber. d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss. 1896. XXXI. gegebenen Formel [49]*), wenn $a = 1$, $k = -\frac{h}{2}$, $h = \frac{2m\pi}{n}$ und $x = 2m\pi$ gesetzt wird.

Hieraus kann aber der Schluss gezogen werden, dass die für dieselbe angegebene Convergenzbedingung $|ah| < 2\pi$ für *diese* speciellen Werte der Variabelen x und der Constanten a, h und k ausser Kraft tritt.

Für *ungerade* m und *ungerade* n besteht im Discontinuitätsfactor

$$W = \frac{\sin 2m\pi}{4n \operatorname{cotg} \frac{m\pi}{2n}} = \begin{cases} 1, & n \text{ in } m \text{ enthalten}, \\ 0, & n \text{ in } m \textit{ nicht} \text{ enthalten}, \end{cases} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

welcher durch die Substitutionen

$$\frac{m\pi}{2n} = z, \quad iz = y$$

die Form annimmt

*) Auf der linken Seite soll es anstatt $\cos x \left(\frac{x}{2} + k\right)$ heissen $\cos a \left(\frac{x}{2} + k\right)$

$$W = \frac{1}{4n}\,\frac{\sin 4nz}{\cot z} = -\frac{1}{8n}\,\frac{e^{(4n+2)y} - e^{(-4n+2)y} - e^{4ny} + e^{-4ny}}{e^{2y}+1}$$

Hiefür ergiebt sich mit Beachtung von

$$D_y^\nu \left.\frac{e^{(1+p)y}}{e^{2y}+1}\right\}_{y=0} = \frac{1}{2}\,\mathsf{E}_\nu(p),$$

wo E_ν das Zeichen für die *Euler'sche Function erster Art* ν-ter Ordnung bedeutet (Vgl. d. Verfassers: Theorie der Euler'schen Functionen“, Sitzgs.-Ber. d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss., 1893, XXIII.) und

$$\mathsf{E}_\nu(-p) = (-1)^\nu\,\mathsf{E}_\nu(p)$$

$$D_z^\nu\,W\}_{z=0} = (i)^\nu\,D_{y=0}^\nu$$

$$= \frac{(-1)^{\frac{\nu}{2}+1}}{16n}\,[\mathsf{E}_\nu(4n+1) - \mathsf{E}_\nu(-4n+1) - \mathsf{E}_\nu(4n-1) +$$

$$+ \mathsf{E}_\nu(-4n-1)] \qquad \ldots\ldots \quad (6)$$

$$= \begin{cases} \dfrac{(-1)^{\frac{\nu}{2}+1}}{4n}\,\mathsf{E}'_\nu(4n), & \nu \quad \textit{gerade}, \\ 0, & \nu \quad \textit{ungerade}; \end{cases}$$

$W_{z=0} = 0$, wo E'_ν das Zeichen für die *Euler'sche Function zweiter Art* ν-ter Ordnung vorstellt.

Zufolge des Maclaurin'schen Satzes ist dann

$$W = \frac{\sin 2m\pi}{4n \operatorname{cotg} \dfrac{m\pi}{2n}}$$

$$= \frac{1}{4n}\sum_{\nu=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\nu-2}{2}}}{\nu!}\left(\frac{m\pi}{2n}\right)^\nu \mathsf{E}'_\nu(4n), \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

giltig für ***alle*** *ungeraden* m und n, da aus

$$W \equiv \frac{1}{4n} \frac{\sin 4nz}{\cos z} \cdot \sin z$$

$$= \sin^2 z - \frac{2^2}{3!}(\overline{2n}^2 - 1) \sin^4 z + \frac{2^4}{5!}(\overline{2n}^2 - 1)(\overline{2n}^2 - 2^2) \sin^6 z \ldots$$

wörtlich dieselben Schlüsse wie im ersteren Falle aus (2) gezogen werden können.

Die Reihe (7) fliesst auch aus der vom Verfasser in seiner *„Theorie der Euler'schen Functionen"* XII. Abschn. (Sitzgs.-Ber. d. Kgl. böhm. Ges. d. Wiss. 1896. II.) deducierten Formel [191], wenn $a = 1$, $h = \frac{m\pi}{2u}$ und $x = 2m\pi$ genommen wird, wofür die für dieselbe geltende Bedingung $| ah | < \frac{\pi}{2}$ entfällt.

Ebenfalls für jedes *ungerade m* und *ungerade n* gilt der Discontinuitätsfactor

$$Z \equiv \frac{\cos \frac{m\pi}{2}}{n \cos \frac{m\pi}{2n}} = \frac{1}{n} \sum_{\nu = 0, 2, \ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\nu}{2}}}{\nu!} \cdot \left(\frac{m\pi}{2n}\right)^{\nu} \mathrm{E}_{\nu}(n) \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

$$= \begin{cases} (-1)^{\frac{n-1}{2}}, n \text{ in } m \text{ enthalten} \\ 0, \quad n \text{ in } m \text{ nicht enthalten,} \end{cases}$$

zufolge der für *ungerade n endlichen* Entwickelung

$$nZ = 1 - \frac{n^2 - 1^2}{2!} \sin^2 z + \frac{(n^2 - 1^2)(n^2 - 3^2)}{4!} \sin^4 z \ldots,$$

$$z = \frac{m\pi}{2n} \text{ beliebig.}$$

Er ergiebt sich aus der Formel [189] der bereits citirten *„Theorie der Euler'schen Functionen" XII. Abschn. 1896,* pag. 44. mittelst der Einsetzungen $x = \frac{m\pi}{2}$, $h = \frac{m\pi}{2n}$, $a = 1$, wodurch die für diese Formel angegebene Bedingung $| ah | < \frac{\pi}{2}$ in Wegfall kommt.

Summe S_r der r-ten Potenzen aller Teiler einer Zahl m, welche eine gegebene Zahl q nicht übertreffen.

Es ist $S_r = \Sigma t^r$, wo t alle Teiler von m, welche $\leqq q$ sind, durchläuft, daher

$$S_r = \sum_{\nu=1,2,\ldots}^{q} [m, \nu]\, \nu^r = q + \sum_{\varkappa=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{(\varkappa+1)!} (2m\pi)^{\varkappa} \sum_{\nu=1,2,\ldots}^{q} \mathsf{B}_{\varkappa+1}(\nu) \,.\, \nu^{r-\varkappa-1}, \quad \ldots\ldots (9)$$

woraus sich für $r = 0$, $q = m$ die *Teileranzahl* der *beliebigen* ganzen Zahl m

$$S_0 = m + \sum_{\varkappa=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{(\varkappa+1)!} (2m\pi)^{\varkappa} \sum_{\nu=1}^{m} \frac{\mathsf{B}_{\varkappa+1}(\nu)}{\nu^{\nu+1}} \quad \ldots . (10)$$

ergiebt.

Eine andere Entwicklung von S_r, $q = m$, fand der Verfasser in seinen *„Reihensummirungen mittels bestimmter Integrale"*, Formel [49] Sitzgs.-Ber. d. Königl. böhm. Ges. d. Wiss. 1895, XXXIX).

Wird m als *ungerade* vorausgesetzt, so findet sich mit Benützung des Discontinuitätsfactors W in (7)

$$S_r = \frac{1}{4} \sum_{\varkappa=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa-2}{2}}}{\varkappa;} \left(\frac{m\pi}{2}\right)^{\varkappa} \sum_{\nu=1,3,\ldots}^{q} \mathsf{E}'_{\varkappa}(4\nu) \,.\, \nu^{r-\varkappa-1} \quad \ldots . (11)$$

und für die *Teileranzahl*

$$S_0 = \frac{1}{4} \sum_{\varkappa=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa-2}{2}}}{\varkappa!} \left(\frac{m\pi}{2}\right)^{\varkappa} \sum_{\nu=1,3,\ldots}^{m} \frac{\mathsf{E}'_{\varkappa}(4\nu)}{\nu^{\varkappa+1}} . \quad \ldots . (12)$$

Die *Teilerpotenzsumme* $\Sigma (-1)^{\frac{t-1}{2}} t^r = T^r$, wo t wieder alle Teiler der ungeraden Zahl m, welche $\leqq q$ sind, durchläuft, ergiebt sich mittels Z aus (8) u. zw. ist

$$T^r = \sum_{\varkappa=0,\,2,\,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{\varkappa!} \left(\frac{m\pi}{2}\right)^{\varkappa} \sum_{\nu=1,\,3,\,\ldots}^{b} \mathsf{E}_{\varkappa}(\nu) \,.\, \nu^{r-\varkappa-1}. \quad \ldots\ldots (13)$$

Grösstes Ganze.

$$E\left|\frac{m}{n}\right| = \sum_{\mu=1}^{m} [\mu, n]$$

$$= m + \frac{1}{n} \sum_{\varkappa=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{(\varkappa+1)!} \mathsf{B}_{\varkappa+1}(n) \,.\, \left(\frac{2\pi}{n}\right)^{\varkappa} \sum_{\mu=1,\,2,\,\ldots}^{m} \mu^{\varkappa};$$

nun ist

$$\sum_{\mu=0,\,2,\,\ldots}^{m} \mu^{\varkappa} = \frac{1}{\varkappa+1} \mathsf{B}_{\varkappa+1}(m+1),$$

daher

$$E\left|\frac{m}{n}\right| = m + \frac{1}{n} \sum_{\varkappa=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{(\varkappa+1)\,.\,(\varkappa+1)!} \left(\frac{2\pi}{n}\right)^{\varkappa} \mathsf{B}_{\varkappa+1}(m+1)\, \mathsf{B}_{\varkappa+1}(n). \quad \ldots\ldots (14)$$

Für *ungerade* m und n findet sich mittels (7) wegen

$$\sum_{\mu=1,\,3,\,\ldots}^{m} \mu^{\varkappa} = \frac{1}{\varkappa+1} \left[\mathsf{B}_{\varkappa+1}(m+1) - 2^{\varkappa}\, \mathsf{B}_{\varkappa+1}\left(\frac{m+1}{2}\right)\right]$$

$$E\left|\frac{m}{n}\right| = \frac{1}{4n} \sum_{\varkappa=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa-2}{2}}}{(1+\varkappa)!} \left(\frac{\pi}{2n}\right)^{\varkappa} \mathsf{E}'_{\varkappa}(4n) \,.\, \left[\mathsf{B}_{\varkappa+1}(m+1) - 2^{\varkappa}\, \mathsf{B}_{\varkappa+1}\left(\frac{m+1}{2}\right)\right] \quad \ldots\ldots (15)$$

Primzahl-Characteristiken ergeben sich aus (10) für $m = p$, Primzahl,

$$\sum_{\varkappa=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa+2}{2}}}{(\varkappa+1)!} (2\pi p)^{\varkappa} \sum_{\nu=1,\,2,\,\ldots}^{p} \mathsf{B}_{\varkappa+1}(\nu) \,.\, \nu^{-\varkappa-1} = p - 2 \quad \ldots\ldots (16)$$

und aus (12), p *ungerade* Primzahl,

$$\sum_{\varkappa=2,4,\ldots}^{\infty}\frac{(-1)^{\frac{\varkappa-2}{2}}}{\varkappa!}\left(\frac{\pi p}{2}\right)^{\varkappa}\sum_{\nu=1,3,\ldots}^{p}\mathsf{E}'(4\nu)\,.\,\nu^{-\varkappa-1}=8, \quad \ldots\ldots (17)$$

ferner aus (9) und (11) mit Beachtung von $S_r=\frac{p^{r+1}-1}{p-1}$, $(q=p)$. —

Anzahl φ *(m)* aller zu m teilerfremden Zahlen $< m$.

a) Aus der bekannten Relation

$$\Sigma\varphi(t)=m,$$

wo t sämmtliche Teiler von m durchläuft, geht sofort hervor

$$\sum_{n=1,2,\ldots}^{m}[m,n]\,\varphi(n)=m \quad \ldots\ldots (18)$$

und, wenn m *ungerade* ist, auch

$$\sum_{n=1,3,\ldots}^{m}[m,n]'\,\varphi(n)=m, \quad \ldots\ldots (19)$$

wo $[m, n]'$ identisch mit dem Discontinuitätsfactor W in (5) und (7) ist.

Wird (18) der Reihe nach für $m=1, 2, \ldots, m$ in Anspruch genommen, so entsteht ein System von m Gleichungen, aus welchen sich $\varphi(n)$ mittelst Determinanten bestimmt u. zw. ist, da $[m, m]=+1$ folglich die Determinante des Systems $=(-1)^{m-1}$ ist für **beliebige** m

$$\varphi(m)=\begin{vmatrix} [m,1], & [m,2], & \ldots, & [m,m-1], & m \\ [m-1,1], & [m-1,2], & \ldots, & 1 & ,m-1 \\ [m-2,1], & [m-2,2], & \ldots, & 0 & ,m-2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ [2,1], & 1, & \ldots & 0 & ,2 \\ 1, & 0, & \ldots & 0 & ,1 \end{vmatrix} \quad \ldots (20)$$

und für *ungerade* m

$$\varphi(m) = \begin{vmatrix} [m,\ 1]', [m,\ 3]', \ldots\ldots, [m, m-2]', m \\ [m-2, 1]', [m-2, 3]', \ldots\ldots, & 1, & m-2 \\ [m-4, 1]', [m-4, 3]', \ldots\ldots, & 0, & m-4 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdots\cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdots\cdots & \cdot & \cdot \\ [3, 1], \quad 1, \quad \cdots\cdots & 0, & 3, \\ 1, \quad 0, \quad \cdots\cdots & 0, & 1, \end{vmatrix} \quad \ldots (21)$$

Nach Einsetzung der für die Symbole $[m, n]$ gefundenen Reihen (4) und (7) liessen sich dann die Determinanten so zerlegen, dass nach aufsteigenden Potenzen von $m\pi$ geordnet werden könnte.

Es ergiebt sich hieraus die *Möglichkeit* einer Entwicklung von $\varphi(m)$ nach Potenzen von m, wenngleich der eben angedeutete Weg zu einem allzu complicierten Resultate führen würde. —

b) Eine nach Potenzen von $\varphi(m)$ fortschreitende Reihe kann mit Hilfe des verallgemeinerten *Fermat'schen* Satzes, dass $a^{\varphi(m)} \equiv 1$ mod. m nur in dem Falle als a relativ prim zu m ist, abgeleitet werden.

Zunächst ist also

$$[\nu^{\varphi(n)} - 1,\ n] = \begin{cases} 1, & \nu \sim n, \\ 0, & \nu \not\sim n, \end{cases}$$

folglich besteht

$$\frac{1}{2n} \sum_{\nu=n}^{\infty} \sin\{2\pi(\nu^{\varphi(n)} - 1)\} \,.\, \operatorname{cotg} \frac{\nu^{\varphi(n)} - 1}{n}\pi = \varphi(n) \quad \ldots\ldots (22($$

n beliebig,

oder zufolge (5)

$$\varphi(n) = \sum_{\varkappa=2, 4, \ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{(x+1)!} (2\pi)^{\varkappa} \frac{B_{\varkappa+1}(n)}{n^{\varkappa+1}} \sum_{\nu=1}^{n} (\nu^{\varphi(n)} - 1)^{\varkappa}. \quad \ldots\ldots (23)$$

Nun ist

$$(\nu^{\varphi(n)} - 1)^{\varkappa} = \sum_{\lambda=\varkappa}^{\infty} \frac{C_{\lambda}^{\varkappa}}{\lambda!} (\varphi(n) \log \nu)^{\lambda},$$

wo

$$C_{\lambda}^{\varkappa} = \varkappa^{\lambda} - \binom{\varkappa}{1}(\varkappa - 1)^{\lambda} + \binom{\varkappa}{2}(\varkappa - 2)^{\lambda} - + \ldots + (-1)^{\varkappa-1}\binom{\varkappa}{\varkappa-1} 1^{\lambda}$$

für alle $\lambda < \varkappa$ verschwindet und für $\lambda = \varkappa$ gleich $\varkappa!$ ist, daher — abkürzungsweise

$$\sum_{\nu=1}^{n} (\log \nu)^{s} = L_{s} \text{ gesetzt —}$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} (\nu^{\varphi(n)} - 1)^{\varkappa} = \sum_{\lambda=\varkappa}^{\infty} \frac{C_{\lambda}^{\varkappa}}{\lambda!} [\varphi(n)]^{\lambda} L_{\lambda},$$

folglich

$$\varphi(n) = \sum_{\varkappa=2,\,4,\,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\varkappa}{2}}}{(\varkappa+1)!} (2\pi)^{\varkappa} \frac{1}{n^{\varkappa+1}} \mathsf{B}_{\varkappa+1}(n) \sum_{\lambda=\varkappa}^{\infty} \frac{C_{\lambda}^{\varkappa}}{\lambda!} [\varphi(n)]^{\lambda} L_{\lambda} \qquad \ldots\ldots (24)$$

und nach Potenzen von $\varphi(n)$ geordnet:

$$1 + \frac{1}{2!\,3!} \frac{(2\pi)^2}{n^3} \mathsf{B}_3(n) C_2^2 . L_2 \varphi(n) + \frac{1}{3!\,3!} \frac{(2\pi)^2}{n^3} \mathsf{B}_3(n) C_3^2 L_3 [\varphi(n)]^2$$

$$+ \left[\frac{1}{3!} \frac{(2\pi)^2}{n^3} \mathsf{B}_3(n) C_4^2 - \frac{1}{5!} \frac{(2\pi)^4}{n^5} \mathsf{B}_5(n) C_4^4\right] \frac{L_4}{4!} [\varphi(n)]^3$$

$$+ \left[\frac{1}{3!} \frac{(2\pi)^2}{n^3} \mathsf{B}_3(n) C_5^2 - \frac{1}{5!} \frac{(2\pi)^4}{n_5} \mathsf{B}_5(n) C_5^4\right] \frac{L_5}{5!} [\varphi(n)]^4 \ldots\ldots = 0. \qquad \ldots\ldots (25)$$

Hieraus liesse sich für $\varphi(n)$ durch Umkehrung eine von Bernoulli'schen Functionen und den Grössen L abhängige Reihe gewinnen.

c) Eine einfache Potenzreihe

$$\varphi(n) = C_1 n + C_2 n^2 \ldots . \qquad \ldots (26)$$

wird erhalten mit Benützung der vom Verfasser in seinen „*Arithmetischen Relationen*“ (Sitzgs.-Ber. d. kgl. böhm. Ges. d. Wiss., I. 1892) gegebenen Formel [47]

$$\sum_{n=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{\varphi(n)}{n^s} f_s(x^n) = f_{s-1}(x), \quad \ldots\ldots (27)$$

worin
$$f_s(x) = \sum_{p=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{x^p}{p^s},$$

s beliebige reelle Zahl.

Da das Resultat von s *unabhängig* ist, so empfiehlt es sich behufs einfacherer Rechnung $s = 0$ zu nehmen, wofür die bereits von Liouville im *Journal de mathématiques pures et simples* 2-ième série, T. II., 1857, p. 433 mitgeteilte Summierung

$$\sum_{n=1,2,\ldots}^{\infty} \varphi(n) \frac{x^n}{1-x^n} = \frac{x}{(1-x)^2}, \; x^2 < 1, \quad \ldots (28)$$

entsteht

Bezeichnet $\mathfrak{F}(x)$ die Reihe $\sum_{n=1,2,\ldots}^{\infty} \varphi(n) x^n$, so ist letztere Gleichung identisch mit

$$\sum_{n=1,2,\ldots}^{\infty} \mathfrak{F}(x^n) = \frac{x}{(1-x)^2}, \; x^2 < 1,$$

woraus zufolge des Ableitungsgesetzes [2] der citierten „*Arithmetischen Relationen*“.

$$\mathfrak{F}(x) = \sum_{\nu=1,2\ldots}^{\infty} \mathfrak{k}_\nu \frac{x_\nu}{(1-x^\nu)^2}, \; x^2 < 1, \quad \ldots (29)$$

hervorgeht.

Hierin ist $\mathfrak{k}_1 = 1$, $\mathfrak{k}_\nu = +1$, wenn die Anzahl der in ν aufgehenden *verschiedenen* Primzahlen (mit Ausschluss der Einheit) *gerade*, $= -1$, wenn dieselbe *ungerade* und $= 0$, wenn ν durch ein Quadrat > 1 teilbar ist.

Um hieraus $\varphi(n)$ zu erhalten, ist der Satz der *„unbestimmten Coefficienten"* anzuwenden, was wegen der leicht beweisbaren Eindeutigkeit der Entwicklung nach den Functionen $x^{\nu} : (1 - x^{\nu})^2$, $\nu = 1, 2, \ldots$ gestattet ist.

Dabei kommt zu beachten, dass nur in solchen Gliedern

$$\mathfrak{f}_{\nu} \frac{x^{\nu}}{(1-x^{\nu})^2} = \mathfrak{f}_{\nu} \, (x^{\nu} + 2x^{2\nu} + 3x^{3\nu} \ldots)$$

ein x^n als Summand auftritt, bei welchem ν ein *Factor* von n ist. Da sein Coefficient $= \mathfrak{f}_{\nu} \frac{n}{\nu}$, so ist demnach

$$\varphi(n) = \sum_{\nu=1, 2, \ldots}^{\infty} \mathfrak{f}_{\nu} \, [n, \nu] \frac{n}{\nu}, \quad \ldots \ldots \ldots (30)$$

wo das Symbol $[n, \nu]$ die durch (1) erklärte Bedeutung hat.

Diese Grundformel kann auch direct aus der die zahlentheoretische Function $\varphi(n)$ definierenden Gleichung

$$\varphi(n) = n \left(1 - \frac{1}{a}\right)\left(1 - \frac{1}{b}\right) \ldots \left(1 - \frac{1}{h}\right) \ldots (31)$$

wo $a, b, \ldots \ldots, h$ die in n aufgehenden Primzahlen > 1 vorstellen, abgeleitet werden.

Es ist nämlich mit Heranziehung der Coefficienten $\mathfrak{f}$

$$\varphi(n) = n \, \Sigma \, \mathfrak{f}_{\omega} \frac{1}{\omega},$$

wo ω alle Teiler von n, die nicht durch ein Quadrat > 1 teilbar sind, zu durchlaufen hat, welche Relation mit Benützung der Vorzeichen $[n, \nu]$ sofort in obige (30) übergeht.

Werden die $[n, \nu]$ durch die gleichwertigen Reihen (4), $\nu = 1, 2, \ldots.$, in inf. ersetzt, so entsteht die Doppelreihe

$$\varphi(n) = n \sum_{\nu = 1, 2, \ldots}^{\infty} \mathfrak{f}_{\nu} \left[\frac{1}{\nu} + \sum_{4 = 2, \lambda, \ldots}^{\infty} \frac{(-1^{\frac{\lambda}{2}}}{(\lambda+1)!} (2n\pi)^{\lambda} \frac{\mathbf{B}(\nu, \lambda+1}{\nu^{\lambda+2}} \right], \ldots (32)$$

wo λ, ν als Zeiger der Vertical-, resp. Horizontal-Reihen zu betrachten sind. Die Reihe der von Null verschiedenen Glieder ist eine *endliche*, da alle Glieder, bei welchen $\nu > n$ ist, wegen $[n, \nu] = 0$, verschwinden.

Die Horizontal- und Verticalreihen convergieren auch noch dann, wenn die Vorzeichen $\mathfrak{k}_\nu$ und $(-1)^{\frac{\lambda}{2}}$ mit $+1$ vertauscht werden, wodurch wegen

$$\mathbf{B}(\nu, \lambda+1) = (\lambda+1)\left[1 + 2^\lambda + 3^\lambda + \ldots + (\nu-1)^\lambda\right]$$

alle Glieder das *positive* Vorzeichen bekommen.

Denn hiefür ist die ν-te Horizontalreihe

$$= \frac{n}{\nu^2} \frac{\mathfrak{Sin}\, n\pi\, \mathfrak{Cos}\, n\pi \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)}{\mathfrak{Sin}\, \frac{n\pi}{\nu}}, \quad \ldots\ldots (33)$$

was aus der Formel [49] der *„Entwicklungen nach Bernoulli'schen Functionen“*, pag. 42, durch die Substitutionen $a = 1$, $k = -\frac{h}{2}$, $h = i\frac{2n\pi}{\nu}$, $n = i2n\pi$ hervorgeht. Da sich dieser Ausdruck $\left(\frac{n\pi}{\nu} = z\right.$ gesetzt)

$$= \frac{n}{2\nu^2} \frac{\mathfrak{Sin}\, 2\nu z}{\mathfrak{Sin}\, z} \mathfrak{Cos}\, z - n \frac{\mathfrak{Sin}\, \nu z}{\nu^2}$$

$$= \frac{n}{\nu} \mathfrak{Cos}^2 z \left[2 - \frac{2^3}{3!} (\nu^2 - 1)\, \mathfrak{Sin}^2 z + \right.$$

$$\left. + \frac{2^5}{5!} (\nu^2 - 1)(\nu^2 - 2^2)(\nu^2 - 3^2)\, \mathfrak{Sin}^4 z \ldots\ldots \right] - \frac{n}{\nu^2} \mathfrak{Sin}\, \nu z, \quad \ldots\ldots (34)$$

wo die in Klammern stehende Reihe eine *endliche* ist, in eine *mindestens* für alle *ganzzahligen* ν und für *jedes* $z = \frac{n\pi}{\nu}$ convergierende Potenzreihe umsetzen lässt, so ist die Convergenz der ν-ten Hori-

zontalreihe der Absolutwerte für alle *ganzen* n und ν und hiemit die *absolute Convergenz* aller unter dem ersten Summenzeichen in (32) stehenden Reihen erwiesen.

Die Reihe der Summen ersterer Horizontalreihen

$$\sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{n}{\nu^2} \frac{\mathfrak{Sin}\, n\pi\, \mathfrak{Cos}\, n\pi\left(1-\frac{1}{\nu}\right)}{\mathfrak{Sin}\, \frac{n\pi}{\nu}} \quad \ldots\ldots (35)$$

$$= n\, \mathfrak{Sin}\, n\pi\, \mathfrak{Cos}\, n\pi \sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{1}{\nu^2}\, \mathfrak{Cotg}\, \frac{n\pi}{\nu} - n\, S_2 \mathfrak{Sin}^2\, n\pi,$$

$$S_2 = \sum_1^{\infty} \frac{1}{\nu^2} = \frac{\pi^2}{6},$$

convergiert ebenfalls *absolut*. Denn es ist

$$\mathfrak{Cotg}\, \frac{n\pi}{\nu} > \mathfrak{Cotg}\, \frac{n\pi}{\nu+1}, \quad \nu = 1, 2, 3, \ldots,$$

daher

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{\nu^2}\, \mathfrak{Cotg}\, \frac{n\pi}{\nu} < S_2\, \mathfrak{Cotg}\, \frac{n\pi}{2}.$$

Um nun auf obige Doppelreihe (32) den bekannten Satz von Cauchy mit Vorteil anwenden zu können, empfiehlt es sich von der in der Klammer stehenden absolut convergenten Reihe die gleichartige Reihe

$$\frac{\nu}{n}\left[1 - \frac{2n\pi^2}{3!} + \frac{2n\pi^4}{5!} \ldots\right] = \frac{1}{2\pi\nu} \sin 2n\pi = 0,$$

abzuziehen und das $\nu = 1$ entsprechende Glied abzusondern, wodurch das Ergebnis (32) die Form erhält:

$$\varphi(n) = n + n \sum_{\nu=2,3,\ldots}^{\infty} \mathfrak{k}^{\nu} \sum_{\lambda=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\lambda}{2}}}{(\lambda+1)!} (2n\pi)^{\lambda} \,.$$

$$\cdot\left[\frac{\mathrm{B}(\nu, \lambda+1)}{\nu^{\lambda+2}} - \frac{1}{\nu}\right], \quad \ldots\ldots\ldots (36)$$

worin

$$\frac{\mathsf{B}(\nu, \lambda+1)}{\nu^{\lambda+2}} - \frac{1}{\nu}$$

$$= -\frac{\lambda+1}{2\nu^2} + \binom{\nu+1}{2}\frac{B_1}{\nu^3} - \binom{\lambda+1}{4}\frac{B_2}{\nu^5} \ldots + $$

$$+ (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} \binom{\lambda+1}{\lambda} \frac{\mathsf{B}_{\lambda|2}}{\nu^{\lambda+1}} \ldots \ldots \ldots \ldots (37)$$

ist.

Da selbstredend das über die Horizontalreihen und ihrer Summe für (32) Bewiesene hiedurch keine Aenderung erleidet, so ist dem Cauchy'schen Doppelreihensatz zufolge gestattet, die Summationsordnung in (36) umzukehren, d. h. zu setzen

$$\varphi(n) = n + n \sum_{\lambda=2,4,6,\ldots}^{\infty} (-1)^{\frac{\lambda}{2}} \frac{(2n\pi)^{\lambda}}{(\lambda+1)!} \sum_{\nu=2,3,4,\ldots}^{\infty} \mathfrak{k}_\nu \left[\frac{\mathsf{B}_{(\nu,\,\lambda+1)}}{\nu^{\lambda+2}} - \frac{1}{\nu}\right] \ldots \ldots \ldots (38)$$

Um die zweite auf ν sich beziehende Summe

$$= -\frac{\lambda+1}{2} \sum_{\nu=2,\ldots} \frac{\mathfrak{k}_\nu}{\nu^2} + \binom{\lambda+1}{2} B_1 \sum_{2}^{\infty} \frac{\mathfrak{k}_\nu}{\nu^3} -$$

$$- \binom{\lambda+1}{4} B_2 \sum_{2}^{\infty} \frac{\mathfrak{k}_\nu}{\nu^5} \ldots + (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} \binom{\lambda+1}{\lambda} \frac{B_\lambda}{2} \sum_{2}^{\infty} \frac{\mathfrak{k}_\nu}{\nu^{\lambda+1}} \ldots (39)$$

bestimmen zu können, ist es nothwendig die Summe von

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\mathfrak{k}\,\nu}{\nu^m}$$

auszuwerten, was bewirkt wird durch das System

$$\begin{array}{lcl}
1^{-m} + 2^{-m} + 3^{-m} + 4^{-m} + 5^{-m} & = & S^m \\
\mathfrak{k}_2 (2^{-m} + \qquad 4^{-m} \quad \ldots) & = & \mathfrak{k}_2\ 2^{-m} S_m \\
\mathfrak{k}_3 (\qquad 3^{-m} \qquad\qquad + 6^{-m} \ldots) & = & \mathfrak{k}_3\ 3^{-m} S_m \\
\mathfrak{k}_5 (\qquad\qquad\qquad\qquad 5^{-m} \ldots) & = & \mathfrak{k}_5\ 5^{-m} S_m \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & &
\end{array}$$

$$1 = S_m \left(1 + \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\mathfrak{f}_\nu}{\nu^m}\right), \quad S_m = \sum_1^{\infty} \frac{1}{\nu^m},$$

woraus

$$\sum_{\nu=2,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{f}_\nu}{\nu^m} = \frac{1}{S_m} - 1 \quad \ldots \ldots \ldots (40)$$

folgt.

Mit Rücksicht darauf ist dann die Summe (39) wegen $\mathbf{B}(1) = 0$:

$$1 - \frac{\lambda+1}{2 S_2} + \binom{\lambda+1}{2} \frac{B_1}{S_3} - \binom{\lambda+1}{4} \frac{B_2}{S_5} \cdots + (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} \binom{\lambda+1}{\lambda} \frac{B_{\lambda/2}}{S_{\lambda+1}} \quad \ldots \ldots \ldots (41)$$

was in (38) eingesetzt zur Entwicklung führt:

$$\varphi(n) = n + n \sum_{\lambda=2,4,\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\lambda}{2}}}{(\lambda+1)!} \left(1 - \frac{\lambda+1}{2S_2} + \binom{\lambda+1}{2} \frac{B_1}{S_3} - \right.$$

$$\left. - \binom{\lambda+1}{4} \frac{B_2}{S_1} \ldots + (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} \binom{\lambda+1}{\lambda} \frac{B_{\lambda/2}}{S^{\lambda+1}} \right) (2 n\pi)^{\lambda}, \quad \ldots (42)$$

welche durch Vertauschung von B_p mit $\frac{2\,(2p)!}{(2\pi)^{2p}} S_{2p}$ übergeht in

$$\left.\begin{aligned} &\varphi(n) = \\ &n + 2\left[\left(\frac{1}{2!\,S_2} - \frac{1}{2.3!}\right)(2\pi)^2 - \frac{S_2}{S_3}\right) n_3 \\ &-2\left[\left(\frac{1}{4!\,S_2} - \frac{1}{2.5!}\right)(2\pi)^4 - \frac{(2\pi)^2}{3!}\frac{S_2}{S_3} + \frac{S_4}{S_5}\right) n^5 \\ &+2\left[\left(\frac{1}{6!\,S_2} - \frac{1}{2.7!}\right)(2\pi)^6 - \frac{(2\pi)^4}{5!}\frac{S_2}{S_3} + \frac{(2\pi)^2}{3!}\frac{S_4}{S_5}\right. \end{aligned}\right\} (43)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\qquad\qquad - \frac{S_6}{S_7}\Big) n^7 \\
&\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\
&+ (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} 2 \left[\left(\frac{1}{\lambda ! S_2} - \frac{1}{2(\lambda+1)!} \right) (2\pi)^\lambda - \right. \\
&\left. - \frac{(2\pi)^{\lambda-2}}{(\lambda-1)!} \frac{S_2}{S_3} \cdots + (-1)^{\frac{\lambda}{2}} \frac{S_\lambda}{S_{\lambda+1}} \right) n^{\lambda+1} \\
&\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot
\end{aligned}\right\} (43)$$

n ganze Zahl, λ *gerade*,

wo die in Klammern stehenden Factoren der Coefficienten stets *positive* Grössen sind.

Bei unendlich zunehmendem λ convergieren die Coefficienten wegen $\lim (S_\lambda : S_{\lambda+1}) = 1$ gegen $\pm \frac{1}{\pi} \sin 2n\pi = 0$.

Zu dieser *absolut convergenten* Reihe können nun beliebig — jedoch *nicht* unendlich viele Reihen

$$C_\mu n^\mu \left(1 - \frac{\overline{2n\pi}^2}{3!} + \frac{\overline{2n\pi}^4}{5!} \cdots \right) = \frac{1}{2\pi} C_\mu n^{\mu-1} \sin 2n\pi = 0$$

addirt werden, ohne dass sich die Summe und die Art der Convergenz ändert, wodurch sich aber unendlich viele Reihen für $\varphi(n)$ ergeben.

Das allgemeine Glied der Entwicklung für $\varphi(n)$ in ihrer grössten Allgemeinheit geht daher aus jenem der Reihe (43) hervor, wenn zu dem in Klammern stehenden Factor des Coefficienten von $n^{\lambda+1}$ der Ausdruck

$$\frac{(2\pi)^\lambda}{(\lambda+1)} C_1 - \frac{(2\pi)^{\lambda-2}}{(\lambda-1)!} C_3 + \frac{(2\pi)^{\lambda-4}}{(\lambda-3)!} C_5 \cdots + (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} C_{\lambda+1},$$

$$(\lambda = 0, 2, 4, \ldots)$$

in welchem nur eine *endliche* Anzahl der endlichen, sonst beliebigen, reellen Constanten C von Null verschieden sind, addirt wird.

Durch schickliche Wahl dieser Constanten C lässt sich demnach eine *endliche* Anzahl von Reihengliedern eliminieren.

Aus der *absoluten* Convergenz für *ganzzahlige* Werte von n folgt aber, dass diese Reihe (43), welche in ihrer allgemeinsten Form gedacht werden soll, auch für jeden *gebrochenen*, also überhaupt für jeden *endlichen* Wert von n eine bestimmte endliche Summe $\Phi\ (n)$ hat. Die Abhängigkeit derselben von der Art des Unterschiedes der Reihe von der Normalform verschwindet, sobald n eine *ganze* Zahl ist, wofür $\Phi\ (n)$ in $\varphi\ (n)$ übergeht. Es können somit unendlich viele stetige Reihenfunctionen einer Variabelen n angegeben werden, die für ganze Werte derselben $\varphi(n)$ zur Summe haben.

Für *ungerade* u besteht analog mit (30) die Entwicklung

$$\varphi\ (u) = \sum_{\sigma=1,3,5,\ldots}^{\infty} \mathfrak{k}_\sigma\, [u, \sigma]' \frac{u}{\sigma}, \quad \ldots\ldots\ldots (44)$$

welche nach Einsetzung der für $[u, \sigma]' = w$ in (7) gefundenen Reihe und nach der hier ebenfalls erlaubten Umkehrung der Summierungsordnung mit Beachtung von

$$\sum_{\sigma=1,3,5,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{k}_\sigma}{\sigma^m} = \frac{1}{T_m}, \quad Tm = 1 + \frac{1}{3^m} + \frac{1}{5^m} + \frac{1}{7^m} \cdots =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2^m}\right) Sm,$$

übergeht in

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi(u) = \\
&= \frac{(2\pi)^2}{2!} \binom{2}{1} \frac{\varepsilon_1}{2^4 T_3}\, u^3 - \frac{(2\pi)^4}{4!} \left[\binom{4}{1} \frac{\varepsilon_1}{2^4 T_3} - \binom{4}{3} \frac{\varepsilon_3}{2^8 T_5}\right] u^5 \\
&\quad + \frac{(2\pi)^6}{6!} \left[\binom{6}{1} \frac{\varepsilon_1}{2^4 T_3} - \binom{6}{3} \frac{\varepsilon_3}{2^8 T_5} + \binom{6}{5} \frac{\varepsilon_5}{2^{12} T_7}\right] u^7 \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\quad + (-1)^{\frac{\lambda-2}{2}} \frac{(2\pi)^\lambda}{\lambda!} \left[\binom{\lambda}{1} \frac{\varepsilon_1}{2^4 T_3} - \binom{\lambda}{3} \frac{\varepsilon_3}{2^8 T_5} \cdots\cdots + \right. \\
&\qquad \left. (-1)^{\frac{\lambda+2}{2}} \binom{\lambda}{\lambda-1} \frac{\varepsilon_{\lambda-1}}{2^{2\lambda}\, T_{\lambda+1}}\right] u^{\lambda+1} \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}\right\} (45)$$

worin $\varepsilon_1, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_{2r-1} = 2^{2r} \dfrac{2^{2r}-1}{2r} B_r$ die *Tangenten-Coefficienten* bedeuten, oder

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\,\varphi(u) = \\
&= \frac{2^2-1}{2^3-1}\,\frac{S_2}{S_3}\,u^3 \\
&- \left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\,\frac{(2\pi)^2}{3\,!}\,\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\,\frac{S_4}{S_5}\right) u^5 \\
&+ \left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\,\frac{(2\pi)^4}{5\,!}\,\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\,\frac{(2\pi)^2}{3\,!}\,\frac{S_4}{S_5} + \frac{2^6-1}{2^7-1}\,\frac{S_6}{S_7}\right) u^7 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+ (-1)^{\frac{\lambda-2}{2}} \left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\,\frac{(2\pi)^{\lambda-2}}{(\lambda-1)\,!}\,\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\,\frac{(2\pi)^{\lambda-4}}{(\lambda-3)\,!}\,\frac{S_4}{S_5} \cdots + \right. \\
&\qquad\qquad \left. + (-1)^{\frac{\lambda+1}{2}}\,\frac{2^{\lambda}-1}{2^{\lambda+1}-1}\,\frac{S_\lambda}{S_{\lambda+1}}\right) u^{\lambda+1} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\right\} (46)
$$

u ungerade, λ gerade,

wo die in Klammern stehenden Coefficienten stets *positive* Grössen sind.

Bei unendlich zunehmendem λ convergieren die Coefficienten wegen $\lim \dfrac{2^{\lambda}-1}{2^{\lambda+1}-1}\,\dfrac{S}{S_{\lambda+1}} = 1$ gegen $\dfrac{1}{2\pi} \sin 2\pi = 0$.

Die Summe dieser *absolut convergenten* Reihe bleibt ungeändert, wenn zur letzteren beliebig viele Reihen von *endlicher* Zahl

$$
\underset{\mu = 1, 3, 4,}{C_\mu\, u^{\mu+2}} \left(1 - \frac{1}{2\,!}\left(\frac{\pi u}{2}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{\pi u}{2}\right)^4 \cdots\right) = C_\mu\, u^{\mu+2} \cos\frac{\pi u}{2} = 0
$$

addiert werden, wodurch ein Resultat von möglichst grosser Allge-

meinheit entsteht. Das allgemeine Glied geht aus jenem von (46) dadurch hervor, dass zu dem in Klammern stehenden Factor der Ausdruck

$$\frac{C_1}{(\lambda-2)!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\lambda-2}-\frac{C_3}{(\lambda-4)!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\lambda-4}+\frac{C_5}{(\lambda-6)!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\lambda-6}\cdots\cdots+(-1)^{\frac{\lambda+2}{2}}C_{\lambda-1},$$

in welchem nur eine *endliche* Anzahl der endlichen, sonst beliebigen reellen Constanten C von Null verschieden sind, hinzugezählt wird.

Die Constanten können so gewählt werden, dass eine *endliche* Anzahl von Coefficienten verschwindet.

Alle aus der *absoluten Convergenz* der durch Einführung von Constanten in (43) gebildeten Reihen gezogenen Schlüsse gelten wörtlich für die aus (46) abgeleiteten verallgemeinerten Reihen.

Transformation der Reihe $\sum\limits_{\varkappa=1,2,3\ldots}^{\infty}\varphi(\varkappa)\,\varkappa^r z^\varkappa = \Psi(z)$.

Um diese Reihe, welche für $z^2 < 1$ convergiert, in eine andere umzuwandeln, die nach algebraischen Functionen fortschreitet, genügt es, die φ $(\varkappa)$ durch die gleichwertigen Reihen zu ersetzen, wodurch sich

$$\Psi(z)=\sum_{\varkappa=1,2,\ldots}^{\infty}\varkappa^r z^\varkappa\left\{\varkappa+2\sum_{\lambda=2,4,\ldots}^{\infty}(-1)^{\frac{\lambda+2}{2}}\left[\left(\frac{1}{\lambda!\,S_2}-\frac{1}{2(\lambda+1)!}\right)(2\pi)^{\lambda}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{(2\pi)^{\lambda-2}}{(\lambda-1)!}\frac{S_2}{S_3}\ldots+(-1)^{\frac{\lambda}{2}}\frac{S_\lambda}{S_{\lambda+1}}\right]\varkappa^{\lambda+1}\right\}\ldots.(47)$$

ergiebt.

Bezeichnet $P_m(z)$ die Potenzreihe $\sum\limits_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty}\nu^m z^\nu$, so findet sich nach der hier zulässigen Umkehrung der Summationsordnung

$$\Psi(z)=P_{r+1}(z)+2\left[\left(\frac{1}{2!\,S_2}-\frac{1}{2\,.\,3!}\right)(2\pi)^2-\frac{S_2}{S_3}\right]P_{r+3}(z)$$

$$-2\left[\left(\frac{1}{4!\,S_2}-\frac{1}{2\,.\,5!}\right)(2\pi)^4-\frac{(2\pi)^2}{3!}\frac{S_2}{S_3}+\frac{S_4}{S_5}\right]P_{r+5}(z)$$

$$\ldots.(48)$$

. . . .

Ist r eine *positive ganze* Zahl, so sind die $P_m(z)$ rationale gebrochene Functionen u. zw. ist nach der vom Verfasser in seiner Abhandlung *„Die Nullwerte höherer Ableitungen gewisser zusammengesetzter Functionen“*, Archiv f. Mitth. u. Phys. (2), T. XI., abgeleiteten Formel [108] pag. 63

$$P_m(z) = \frac{1}{(1-z)^{m+1}} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} \overset{m+1}{\underset{\lambda}{\mathfrak{L}}} z^\lambda \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathfrak{A})$$

$$= \frac{1}{1-z} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=m} \left(\frac{z}{1-z}\right)^{\lambda} \overset{m}{\mathfrak{A}_\lambda}, \quad m \geqq 1, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathfrak{B})$$

wo

$$\overset{m+1}{\underset{\lambda}{\mathfrak{L}}} = \lambda^m - \binom{m+1}{1}(\lambda-1)^m + \binom{m+1}{2}(\lambda-2)^m \ldots +$$

$$+ (-1)^{\lambda+1}\binom{m+1}{\lambda-1} 1^m,$$

$$\overset{m}{\underset{\lambda}{\mathfrak{A}}} = \lambda^m - \binom{\lambda}{1}(\lambda-1)^m + \binom{\lambda}{2}(\lambda-2)^m \ldots + (-1)^{\lambda-1}\binom{\lambda}{\lambda-1} 1^m,$$

$$\overset{m}{\underset{s}{\mathfrak{L}}} = \overset{m+1}{\underset{m-s+1}{\mathfrak{L}}}.$$

Diesen beiden Formen $(\mathfrak{A})$ und $(\mathfrak{B})$ von $P_m(z)$ entsprechen nun die Entwicklungen:

$$\Psi(z) \equiv \sum_{\varkappa=1,2,\ldots}^{\infty} \varphi(\varkappa)\, \varkappa^r\, z^\varkappa$$

$$= \frac{1}{(1-z)^{r+2}} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=r+1} \overset{r+1}{\underset{\lambda}{\mathfrak{L}}} z^\lambda + 2\left[\left(\frac{1}{2!\,S_2} - \frac{1}{2\,.\,3!}\right)(2\pi)^2 -\right.$$

$$\left. - \frac{S_2}{S_3}\right] \frac{1}{(1-z)^{r+4}} \sum_{\lambda=1}^{r+3} \overset{r+3}{\underset{\lambda}{\mathfrak{L}}} z^\lambda \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + (-1)^{\frac{\mu+2}{2}}\left[\left(\frac{1}{\mu!\,S_2} - \frac{1}{2\,(\mu+1)!}\right)(2\pi)^\mu - \frac{(2\pi)^{\mu-2}}{(\mu-1)!}\,\frac{S_2}{S_3} \ldots +\right.$$

$$+ (-)^{\frac{\mu}{2}} \frac{S\mu}{S_{\mu+1}}\Bigg] \frac{1}{(1-z)^{r+\mu+2}} \sum_{\lambda=1}^{r+\mu+1} \overset{r+\mu+1}{\underset{\lambda}{\mathfrak{L}}} z^{\lambda}$$

. . . . (49)

$$(1-z)\,\Psi(z) = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=r+1} \left(\frac{z}{1-z}\right)^{\lambda} \mathfrak{A}_{\lambda}^{r+1} +$$

$$+ 2\left[\left(\frac{1}{2!\,S_2} - \frac{1}{2\,.\,3!}\right) 2\pi^2 - \frac{S_2}{S_3}\right] \sum_{\lambda=1}^{r+3} \left(\frac{z}{1-z}\right)^{\lambda} \mathfrak{A}_{\lambda}^{r+1} \ldots$$

$$\ldots + (-1)^{\frac{\mu+2}{2}}\, 2 \left(\left(\frac{1}{\mu!\,S_2} - \frac{1}{2\,.\,(\mu+1)!}\right)(2\pi)^{\mu} - \frac{(2\pi)^{\mu-2}}{(\mu-1)!}\frac{S_2}{S_3} \ldots +\right.$$

$$\left. + (-1)^{\frac{\mu}{2}} \frac{S_{\mu}}{S_{\mu+1}}\right) \sum_{\lambda=1}^{r+\mu+1} \left(\frac{z}{1-z}\right)^{\lambda} \mathfrak{A}_{\lambda}^{r+\mu+1}$$

. . . . (50)

u und μ *gerade*, $r \geqq 0$.

Transformation der Reihe $\sum_{\varkappa=1, 3, 5, \ldots}^{\infty} \varphi(\varkappa)\, \varkappa^r\, z^{\varkappa} \equiv X(z)$.

Werden die $\varphi(\varkappa)$ mittels (46) ausgedrückt, so ergiebt sich nach Umkehrung der Summationsordnung eine Reihe, welche aus (46) dadurch hervorgeht, dass die beliebige Potenz $u^{\lambda-1}$ ersetzt wird durch

$$\underset{r+\lambda-1}{Q}(z) = \sum_{\nu=1, 3, 5, \ldots}^{\infty} \nu^{r+\lambda+1} z^{\nu}, \quad \begin{matrix} z^2 < 1 \\ r \geqq -2 \end{matrix}, \quad \lambda = 2, 4, 6, \ldots,$$

wofür die Summenformeln [„Nullwerthe . . . (110)] bestehen

$$\underset{m}{Q}(z) = \frac{z}{(1-z^2)^{m+1}} \sum_{\lambda=0}^{\lambda=m} \overset{m+1}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{L}}} z^{2\lambda}$$

$$= \frac{z}{1-z^2} \sum_{\lambda=0}^{\lambda=m} \left(\frac{z^2}{1-z^2}\right)^{\lambda} \overset{m}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{A}}}, \; m \geqq 1,$$

worin

$$\overset{m+1}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{L}}} = (2\lambda+1)^m - \binom{m+1}{1}(2\lambda-1)^m + \binom{m+1}{2}(2\lambda-3)^m \ldots .$$

$$\ldots + (-1)^{\lambda+1}\binom{m+1}{\lambda-1}3^m + (-1)^{\lambda}\binom{m+1}{\lambda}1^m,$$

$$\overset{m}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{A}}} = (2\lambda+1)^m - \binom{\lambda}{1}(2\lambda-1)^m + \binom{\lambda}{2}(2\lambda-3)^m \ldots .$$

$$\ldots + (-1)^{\lambda-1}\binom{\lambda}{\lambda-1}3^m + (-1)^{\lambda}\binom{\lambda}{\lambda}1^m.$$

Dies berücksichtigt ergeben sich die Entwicklungen

$$\frac{1}{2}X(z) =$$

$$= \frac{2^2-1}{2^3-1}\frac{S_2}{S_3} \cdot \frac{z}{(1-z^2)^{r+4}} \sum_{\lambda=0}^{\lambda=r+3} \overset{r+4}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{L}}} z^{2\lambda}$$

$$- \left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\frac{(2\pi)^2}{3!}\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\frac{S_4}{S_5}\right)\frac{z}{(1-z^2)^{r+6}} \sum_{\lambda=0}^{\lambda=r+5} \overset{r+6}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{L}}} z^{2\lambda}$$

. . . .

$$+ (-1)^{\frac{\mu-2}{2}}\left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\frac{(2\pi)^{\mu-2}}{(\mu-1)!}\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\frac{(2\pi)^{\mu-4}}{(\mu-3)!}\frac{S_4}{S_5} \ldots + \right.$$

$$\left. + (-1)^{\frac{\mu+2}{2}}\frac{2^{\mu}-1}{2^{\mu+1}-1}\frac{S_\mu}{S_{\mu+1}}\right)\frac{z}{(1-z^2)^{r+\mu+2}} \sum_{\lambda=0}^{\lambda=r+\mu+1} \overset{r+\mu+2}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{L}}} z^{2\lambda}$$

. . . . (51)

$$\frac{1-z^2}{2z}X(z) = \frac{2^2-1}{2^3-1}\sum_{\lambda=0}^{\lambda=r+3}\left(\frac{z^2}{1-z^2}\right)^{\lambda} \cdot \overset{r+3}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{A}}}$$

$$- \left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\frac{(2\pi)^2}{3!}\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\frac{S_4}{S_5}\right)\sum_{\lambda=0}^{\lambda+r+5}\left(\frac{z^2}{1-z^2}\right)\overset{r+5}{\underset{\lambda,1}{\mathfrak{A}}}$$

. . . .

$$+ (-)^{\frac{\mu-2}{2}}\left(\frac{2^2-1}{2^3-1}\frac{(2\pi)^{\mu-2}}{(\mu-1)!}\frac{S_2}{S_3} - \frac{2^4-1}{2^5-1}\frac{(2\pi)^{\mu-4}}{(\mu-3)!}\frac{S_4}{S_5} \ldots + \right.$$

$$+ (-1)^{\frac{\mu+2}{2}} \frac{2^{\mu}-1}{2^{\mu+1}-1} \frac{S_\mu}{S_{\mu+1}}\Bigg) \sum_{\lambda=0}^{\lambda=r+\mu+1} \left(\frac{z^2}{1-z^2}\right)^\lambda \mathfrak{A}_{\lambda,1}^{r+\mu+1}$$

. . . . (52)

$$z^2 < 1, \; r \geqq -2.$$

Aehnliche Resultate finden sich mit Zugrundelegung der Formel (43).

Verzeichniss

der Druckfehler in der Abhandlung „Die Entwicklung nach Bernoulli'schen Functionen" XXXI. 1896.

Seite 3, 13te Zeile von oben

$$\text{anstatt } \lim \frac{1}{n(n+1)} \frac{An+1}{An} \text{ soll stehen}$$

$$\lim \frac{1}{n(n+1)} \frac{An+1}{An-1};$$

Seite 3, Fussnote:

$$\text{anstatt } \Sigma \frac{Av}{v!} (z) \text{ soll stehen}$$

$$\Sigma \frac{Av}{v!} B_v(z);$$

Seite 23, 14-te Zeile von oben

$$\text{statt } \lim \frac{An}{A_{2-n}} \text{ lies:}$$

$$\lim \frac{An}{An-2},$$

Seite 42, 3-te und 4-te Zeile von oben

statt [$\mathfrak{Sin}\; a(k+h) - \mathfrak{Sin}\; ak\, \Sigma$ ist zu setzen

$$[\mathfrak{Sin}\; a(k+h) - \mathfrak{Sin}\; ak]\, \Sigma\,.$$

Seite 42, 5-te Zeile

statt $\mathfrak{Cos}\, a(k+h) - \mathfrak{Cos}\, ak\, \Sigma$ ist zu setzen

$$[\mathfrak{Cos}\, a(k+h) - \mathfrak{Cos}\, ak]\, \Sigma\ .$$

Seite 42. 3-te Zeile von unten

statt $\cos x \left(\frac{x}{2}+k\right)$ ist zu setzen

$$\cos a \left(\frac{x}{2}+k\right)\ .$$

Seite 42 2-te Zeile von unten:

statt $(-1)^{\frac{\nu}{2}}$ hat zu stehen

$$(-1)^{\frac{\nu-2}{2}}\ .$$

Seite 43. 3-te Zeile von unten

statt $e^{\frac{\pi}{4}} \cos \frac{\pi}{4} x$ soll stehen

$$e^{\frac{\pi}{4} x} \cos \frac{\pi}{4} x\ .$$

Seite 45 Fussnote

Statt „Darstellungenzahlen theoretischer“ . . . .
lies „*Darstellungen zahlentheoretischer*“ . . ,

und statt „Primzahlungen“
lies „*Primzahlmengen*“.

Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag.

XLV.

O histologické stavbě chordy dorsalis a o tak zvané chordální chrupavce*).

Napsal **F. K. Studnička** v Praze.

(Předloženo dne 23. července 1897.)

(*S dvěma tabulkami.*)

Obsah:

Studiem chordy dorsalis, orgánu jakožto prvý základ axiálního skeletu tak důležitého a pro celou velikou dle něho pojmenovanou skupinu chordátů význačného, zaměstnávala se až do nejnovější doby velká řada odborníků, kteří nás s genesí a anatomii jeho seznámiti

*) Práci tuto započal jsem v Praze na jaře t. r. ve vlastní laboratoři, kde jsem ji v červenci též dokončil; ale velkou část její provedl jsem za svého pobytu ve Vídni, kde jsem během letního semestru t. r. v histologickém ústavu lékařské

hleděli. Vzdor tomu není vlastní histologická stavba tkaniva chordy samé — „Chordagallerte“ nazývají je nesprávně někteří odborníci — podnes dosti známa. Příčinou toho jest ta okolnost, že většina autorů, kteří s histologického stanoviska s chordou se zabývali, koncentrovala pozornost svou spíše na zajímavé obaly chordy a na homologisaci jich u různých skupin, kdežto o vlastním tkanivu chordálním nevěděla mnoho zajímavého pověděti, a to jak dovoluji si tvrditi, též z té příčiny, že nebylo toto studováno na dosti vhodných objektech. Máme-li k disposici materiál z různých tříd obratlovců, a respektujeme-li při zkoumáních svých chordu v celém průběhu jejím, a sice od přídy až ku kaudálnímu zakončení, nacházíme velice rozmanité poměry, a můžeme pak právem toto posud tak málo známé tkanivo počítati ku nejzajímavějším v těle živočišném. A bližší známost jeho není, zejména pro všeobecnou histologii, snad bezvýznamná.

Právě dnešního dne opět jest otázka o původu chordy, která zdála se býti definitivně rozřešenou, na základě nových pozorování diskutována. Domníváme se, že třeba nemůžeme v čistě histologickém pojednání našem přímo na řešení velice důležité otázky oné se zúčastniti, aspoň vylíčením jemnější stavby orgánu toho přispějeme ku bližšímu ocenění jeho. Zejména chceme upozorniti na to faktum, že tkanivo chordy zachovává až do velikých podrobností nápadně ráz tkáně epithelialní, specielně epidermoidální, a že naprosto se liší ode všech druhů vaziva. I ona již před dávnou dobou konstatovaná a často od té doby, ba až podnes připomínaná podobnost tkaniva chordálního ku chrupavce parenchymové jest pouze zdánlivá. Tím zajímavější jest pak další otázka, která se tu přímo namane a která stále ještě zajímá histology, zda a kterak se může měniti tkáň chordy v hyalinní chrupavku, jakou v chordě často nacházíme.

Pro všeobecnou histologii jest věc tato, s níž se též v pojednání tomto hodláme zabývati, důležitá tím, že ukazuje se nám tu, kterak z jednoho základu (Chordaepithelu) dvě zcela různé tkáně povstati mohou.

---

fakulty byl zaměstnán. Dovoluji si proto vysloviti zde panu dvornímu radovi prof. V. v. Ebnerovi své díky za laskavé povolení ku práci v jeho laboratoři. Material z části konservoval jsem si za svého lonského pobytu na Terstské stanici zoologické a letošního na stanici Neapolské. Jinak použil jsem též materialu, který jsem byl pomocí subvence, udělené mi českou akademií pro vědy, slovesnost a umění, zakoupil v přírodovědeckém závodě p. Václava Friče v Praze. Ačkoliv nebyl původně s ohledem na výzkum histologický konservován, byla líhová konservace jeho přece takového druhu, že jsem s výhodou jej mohl použíti.

I. O histologické stavbě chordy dorsalis.

1. Embryologický úvod.

Chorda dorsalis byla ode dávna anatomům u nižších obratlovců, kde hraje, jak známo, důležitou roli ve skeletu, a embryologům na obyčejných objektech jich zkoumání, na kuřeti neb na larvách amfibií známa. Otázku o způsobu vzniku chordy v zárodku se velice záhy embryologové pokoušeli rozřešiti. Baer [28.], jehož methody zkoumací ovšem byly primitivní, domníval se, že chorda vzniká z axiálního ztluštění zárodku, ve kterém dle jeho mínění všechny zárodeční blány splývají. Názor ten zachoval se i u některých jeho následníků, a nacházíme podobný na příklad ještě u Hise v jeho velké práci „Ueber die erste Anlage des Wirbelthierkörpers“ [68.]. Záhy vyskytla se jiná theorie o vzniku chordy a sice z mesodermu, opírající se, jak naše doba ukázala, o správnější pozorování. Ze zastanců theorie té jmenujeme Remaka [50.], který studoval poměry u kuřete a žáby, Goetteho [75.], jenž si vzal též žáby (Bombinator) za předmět svého zkoumání, Waldeyera [69. kuře]., Salenského [ganoidei 81.] a Balfour-Forsterovu embryologii kuřete [76.]. I Kölliker ve starším vydání své embryologie [74.] kloní se k názoru o mesodermálním původu chordy. Theorie o ectodermálním původu chordy objevila se též záhy; zastávali ji Oellacher [75.], Mihalkowicz [75.] a Radwaner [76.] většinou dle pozorování na teleosteích. Náhled tento vznikl tím způsobem, že základ chordy byl považován za jeden celek (jakési ventrální prodloužení) se základem medullární roury, u teleosteí jak známo massivním, kterýžto jest ovšem sám o sobě ectodermálního původu.

V letech sedmdesátých povstala čtvrtá, až do našich dnů všeobecně platná theorie o genesi chordy, která vznik její vykládala vchlípením se entodermu. Názor ten zastáván byl sice již roku 1867 Kowalewskim, jenž zkoumáním Amphioxa k němu přišel, avšak zůstal tehdy osamělý; a až teprve když Balfour [74.] své nálezy na selachiích ve svých klassických pojednáních publikoval (zde mluví o lištnovitém ztluštění entodermu), byla obrácena všeobecněji znovu pozornost na chordu, a řada pojednání potvrdila nálezy jmenovaných učenců. Od té doby až podnes byla považována chorda dle Balfoura za „a true hypoblastic structure,“ jak se však zdá pouze na základě příliš jednostranného studia příčních řezů; neboť nejnovější práce přicházejí, jak uvidíme, k resultátům jiným. Na Amphioxu potvrdil Hatschek [81.]

nálezy Kowalewského, pro Cyclostomy, specielně Petromyzonta dokazoval v detailní studii Calberla [82.] entodermalní vznik chordy, pro Amphibia (Triton, Axolotl), Scott a Osborn [79.], dále Bambeke [80.], Hertwig [83.] a Lampert [83.], pro reptilie Balfour [79.] a Strahl [82.], pro ptáky, u nichž nedávno před tím ještě Balfour-Forster chordu z mesodermu odvozovali, Gerlach [81.], načež Balfour s Deightonem [82.] sami došli k jiným názorům. Poměry u ssavců vykládali v dotyčném směru Hensen [76.] a i Balfour sám ve své embryologii [81.]

V posledních letech vyšla práce Lwovova [96.], v níž revidována byla pozorování o vzniku zárodečních listů u celé řady obratlovců. Na základě studia hlavně podélných řezů došlo se ku závěrku, že dlužno chordu spolu se somity mesoblastovými, s nimiž ve vývoji souvisí, odvozovati od ectodermu. Lwoff poukázal na příklad na tu okolnost, že u Amphioxa jmenované orgány tvoří se ze skupiny „ectodermalních“ rýhovacích buněk, a t. zv. gastrulace má dle jeho vývodů u různých skupin obratlovců význam velice různý. To, co příční řezy ukazují jako vychlípeninu z entodermu, jest jen obraz nesprávně vyložený, vskutku jedná se o podrůstání mesoblastu, jehož střední partii tvoří právě základ chordy, entodermem. Udání Lwovova o tvoření se zárodečních listů, která se nám, revidujeme-li vyobrazení podaná jednotlivými autory, zdají býti velmi pravdě podobnými, vyžadují ovšem, aby byla potvrzena dalšími zkoumáními; a tu právě jest zajímavo, že Brauerova [97.] pozorování na Gymnophionidech jsou jim velice příznivá. Brauer jmenuje chordu na základě těchže asi nálezů, jelikož souvisí ve vývoji svém s mesodermem, přímo derivatem mesodermu. Zdá se, že se tu potvrzují proti názorům moderních odborníků pozorování některých starších autorů, které jsme již svrchu byli jmenovali.

2. Stavba chordy u různých tříd obratlovců, specielně anamnií.

Ačkoliv se v pojednání našem omezíme pouze na chordu craniotů, kteréžto pouze týkají se naše výzkumy, nutno jest přece předeslati několik slov o chordě, jak ji nacházíme u nejbližších jejich příbuzných, u Tunicatů a Amphioxa; tato mají přispěti ku bližšímu porozumění fylogenetického vývoje tkaniva chordy a ukázati, že i zde existuje od nejnižších forem ku vyšším znenáhlý postup, jehož stopy se i ve vývoji individua zřetelně zachovaly.

Jak Klaatsch [95.] udává, jest již chorda *Tunicatů* (Distaplia

magnilarva) stavena z buněk, obsahujících pro chordu charakteristické, čirou tekutinou naplněné vacuoly. Tyto postaveny jsou v chordě střídavě, klínovitě mezi sebe zasahujíce, a sice tak, že na příčním řezu jich jest vždy několik zasaženo. V dalším stadiu vývoje mizí tento obraz; v chordě objeví se totiž dutina, kterou buňky bývají zatlačeny na periferii chordy.

U Amphioxa v embryonální době pozorujeme stadium odpovídající onomu u Tunicat; buňky ležeji též zde, jak Hatschkova [81.] vyobrazení ukazují, v první době vývoje střídavě; rovněž tak jest tomu ostatně i u craniotů, chorda se zakládající tvořena jest všude několika (ač málo) vrstvami buněk do sebe zasahujících. Tento způsob stavby jest význačný pro prvé stadium vývoje chordy a jak řečeno, u Tunikatů zůstává nejdéle zachován; pozdější stav jest tu jen modifikací jeho. (Klaatsch.)

Amphioxus. Zvláštní jest stavba vyvinuté chordy Amphioxa, o níž vzdor tomu, že celá velká literatura jí se zaměstnává,*) do nedávna byly spory. Chorda ta budována jest řadou destiček asi vazivového rázu kolmo těsně za sebou postavených a tvořících jakási septa uvnitř obalů chordálních (Chordaplatten). Na jednotlivých z nich asi uprostřed leží malé, celkem hvězdovité buňky. Nejhořeji a nejdoleji, kde destičky ty nedosahují docela k obalům, jest malý prostor po celé délce chordy tímto způsobem vzniklý vyplněn tak zvanou Müllerovou tkaní,**) sestávající z hvězdovitých neb kulatých buniček.

Habitus chordy této jest úplně jiný, nežli obyčejné chordy craniotů, která jest všude, jak známo, parenchymem velikých, vacuolou opatřených buněk stavena. Starší histologové neodvážili se vykládati tuto různost, teprve v novější době se někteří o to pokusili. Lwoff [89.] domnívá se, že rozdíly ve stavbě chordy u Amphioxa a craniotů jsou jen zdánlivé. On tvrdí, že to, co považujeme za kolmo celou chordu přepažující desky, není ničím jiným, než-li hranicemi vacuolisovaných buněk chordálních, které jsou tvaru asi čočkovitého, a kterých prý leží několik nad sebou. I chordu craniotů jest prý možno po maceraci na podobné destičky, jako je u Amphioxa vidíme, rozděliti; i zde adhaerují prý buňky v jednom směru více na sebe nežli ve druhém. Náhledy Lwovovy, ačkoliv došly leckde uznání, nejsou nikterak správné. Snadno můžeme se přesvědčiti na praeparátech dobře konservovaných, že destičky

*) Podrobné zprávy o sem spadajících pojednáních podává ve své práci Joseph [95].

**) W. Müller [71] ji popsal poprvé.

v chordě Amphioxa leží parallelně a jen tu a tam na sebe částečně adhaerují, a že netvoří nikdy síť nějakou, jak by se dle Lwovova názoru muselo předpdkládati. Že Lwoff přišel k tomuto názoru, můžeme si asi tím vysvětliti, že zkoumal hlavně čerstvý materiál, a na tom jsou, jak sám jsem se mohl ze svého pobytu na Neapolské zoologické stanici přesvědčiti, tu a tam (často střídavě nahoře a dole v chordě) čirou tekutinou destičky chordální od sebe roztaženy a obraz, který se nám tu naskytuje, upomíná pak ovšem na chordu craniotů s jejími vacuolisovanými buňkami. Jinak nikterak nemohu si vyložiti, jak došel Lwoff ku poznání, že tkáň chordy craniotů dá se kolmo na délku její štípati, v centrum chordy jsou přece vždy buňky do délky protažené. (Chordastrang!) Řadu různých námitek proti Lwovovi podal ostatně před nedávnem ve své práci Joseph [95] a též Ebner [96] vyslovil se proti jeho náhledům.

Nesmíme si zapírati, že chorda Amphioxa jest vskutku velice odchylně od všeobecného typu stavena, přece však nečiní tu příroda žádný skok; ne sice s dospělou chordou craniotů, za to však s embryonální dá se chorda Amphioxova porovnávati.

Destičky chordalní (Chordaplatten) Amphioxa vznikly vyloučením z buněk bez pochyby tímže způsobem, jako obaly chordální (Klaatsch, 95.), prostor mezi nimi v dospělém stavu čirou tekutinou vyplněný, byl původně tělem buňky vyplněn; tyto se teprve později stáhly v nynější hvězdovitý tvar, kdežto destičky, které představovaly kdysi přepážky mezibuněčné, se zachovaly, a jak se zdá, i dále vlivem oněch buněk vzrůstaly.*)

Stadium podobné, jak jsme je právě popsali, nenacházíme pouze u Amphioxa, nýbrž, což jest zvlášť zajímavé, i ve vývoji chordy aspoň nižších craniotů; sám mohl jsem je pozorovati u Petromyzonta, Pristiura, Bufona a Lophia. Chorda sestává zde, když byla prošla stadiem střídavě ležících buněk, z řady destičkovitých, za sebou uložených buněk; jen na periferii leží menší buňky jiné, náležející ku pozdějšímu Chordaepithelu [Klaatsch 95. Taf. XXIII. Fig. 3, 5]. Představíme-li si nyní, že mezi jednotlivými oněmi buňkami vyloučí se pevnější blány, máme tu ony destičky z chordy Amphioxa před sebou. Můžeme směle toto stadium z vývoje chordy nazvati stadiem Amphioxovým.

---

*) Joseph [95 Str. 523.] vyjadřuje se o těchto buňkách následovně: „Wir dürfen wohl diese Gebilde, die wir Chordakörperchen nennen wollen, als Reste von Zellen betrachten, deren Grenzen verloren gegangen sind in Folge der Ausscheidung der aus Fibrillen und einer spärlichen Zwischensubstanz bestehenden Platten.“

Klaatsch [95.] poukázal první na nápadnou podobnost tu a vyslovil zároveň theorii, jíž vykládá vzájemný vztah obou typů chordy. Vacuolisované tkanivo chordy craniotů jest dle náhledu jeho třeba odvozovati od Müllerova tkaniva u Amphioxa,*) kdežto ve skupině tlustostěnných buněk ve středu chordy craniotů t. zv. „chordastrang“ hledá homologon centrálních malých buněk Amphioxa.

S tímto posledním jeho náhledem souhlasiti nemůžeme, jelikož jak na několika místech v práci naší na to poukázati budeme moci, tvoří se onen „Chordastrang“ velice pozdě v postembryonalní době, což jest dostatečným důvodem proti tomu náhledu, že by hrál ve fylogenii chordy nějakou roli. Řada oněch původních centrálních buněk z embryonální doby jest asi ovšem v chordastrangu v jeho středu obsažena, avšak ostatní jeho část vznikla přirůstáním z periferie a třeba jí odvozovati od oněch periferních buněk embryonalní chordy craniotů. Na tvrzení Klaatschově, že vacuolisované tkanivo craniotů třeba srovnávati se tkaní Müllerovou jest, jak se zdá, něco pravdivého; myslel bych však, že správnější by bylo přímo homologisovati je s chordaepithelem, a jelikož chordaepithelové buňky produkují u craniotů dělením se tkaň chordalní, kryl by se tento poslední můj názor asi s názorem Klaatschovým. Na Klaatschově výkresu 3. Taf. XXII. [95] odpovídá pak uprostřed chordy ležící velké jádro jádru buněk ležících na destičkách Amphioxa a dorsalně i ventrálně od něj ležící jádra jádrům pozdějších Chordaepithelových buněk, a při srovnání s Amphioxem oněm Müllerovy tkáně. Definitivní tkáň chordální vznikne ze stadia na citovaném vyobrazení nakresleného dělením právě oněch ventrálních a dorsalních buněk, a buňky centrální se asi v ohromné masse buněk definitivní tkáně chordální úplně ztratí.

Hlavní rozdíl mezi tkaní chordy Amphioxa a Craniotů činí ta okolnost, že buňky u prvého jsou malé, massivní, celkem hvězdovité a upomínají spíše na buňky vazivové, kdežto u těchto jsou buňky velikou vacuolou roztažené, a dotýkajíce se navzájem, tvoří tak onen charakteristický parenchym chordální.

---

*) [Klaatsch 95. Str. 556]. „Was bei Amphioxus nur an beschränkter Stelle der Fall war (Müllerova tkáň) gewinnt jetzt allgemeine Geltung. Das kleinzellige Chordagewebe dehnt sich fast über den ganzen Querschnitt der immer voluminöser sich entfaltender Chorda aus. Das grosszellige dickwändige Gewebe hat seine Hauptrolle ausgespielt. Es erhält sich jedoch noch in Resten. Als solche betrachte ich alle jene Verdichtungen des Chordagewebes, die als Chordastrang etc. bekannt sind.“ Klaatsch myslí dokonce, že i tvoření se chrupavky má k onomu „tlustostěnnému“ tkanivu vztah nějaký; jak naše vlastní pozorování ukázalo, není však domněnka ta oprávněna.

Petromyzon fluviatilis. U Petromyzonta rovněž jako u Chimaery a chrupavčitých ganoidů nacházíme nejpůvodnější způsob stavby chordy z celé řady craniotů. Chorda tvoří zde pravidelný válec a není tu ještě těly obratlů stlačována, jako jinde. Tkáň chordy neobsahuje v sobě nikde větší konstantně se objevující dutiny; ony skuliny, které někdy na praeparátech v centru chordy vídáme a které někteří autorové [Schneider 79, Lwoff 87] za něco skutečným poměrům odpovídajícího považovali (Chordahöhle), nejsou ničím jiným, nežli artefaktem, vznikajícím kontrakcí tkáně při konservaci; na vhodně konservovaných praeparátech skulin těch nevídáme. Chorda Petromyzonta jest odevšad obaly chordovými obklopena, pouze na nejzadnějším konci svém na samotném zakončení, kde tkáň chordální jest ostatně poněkud abnormální, tyto scházejí.

Buňky chordy jsou vacuolou vyplněné a celkem kulaté, jen ve středu chordy prodlužují se ve směru longitudinálním a tvoří zde pevnější část tkáně, tak zvaný „Chordastrang". Na periferii chordy jest známý Chordaepithel, jehož buňky jsou kolmo na obaly postaveny a spořádáním svým upomínají na nějaký cylindrický epithel, ačkoliv jinak o pravém epithelu zde ovšem nemůže býti řeči.

U zcela malých larev (Ammocoetů) a u větších embryonů nacházíme od popsaného právě způsobu stavby tu odchylku, že „chordastrang" zde úplně schází. Okolnost tu zvláště proto vytýkáme, ježto svědčí proti Klaatschovu názoru, dle něhož má onen „chordastrang" míti důležitý význam fylogenetický. Chorda upomíná zde asi na chordu larev žabích, která též nemá žádný „chordastrang"; chordaepithel jest zde zejména u starších embryonů spíše plochý než cylindrický, právě tak jako u larev žabích. Buněk chordu stavících jest na tomto stadiu vývoje ještě málo, na příčném řezu bývá jich často jen asi 8—10 zasaženo, dělením se buněk chordaepithelu vzniká celé to množství buněk, které nacházíme u živočicha dospělého.

Na ještě mladší stadia vývoje chordy zacházeti zde nemíníme, ačkoliv zejména „stadium amphioxové" jest zde velmi zajímavé a lákalo by tu k podrobnějším výzkumům; leč o tom budeme snad v jiné embryologické práci míti příležitost blíže se zmíniti. Zde podáme jen krátký nástin právě pro tuto dobu embryonalního vývoje charakteristického pochodu vacuolosace buněk chordálních.

Buňky chordy Petromyzonta jsou vyplněny de norma jedinou velikou vacuolou, která obsahuje čirou tekutinu; Lwoff [87.] domnívá se o nich, že obsahují též plyny, jak se prý dá poznati dle toho, že kousky chordy hozené do vody plavou na této. Z vlastních zkušeností

nemohu to potvrditi; též Ebnerovi [96.] nebylo to možno. Process, kterým z obyčejných embryonalních buněk tento definitivní stav, kde plasma jest vyloučenou v buňce tekutinou na periferii zatlačeno, popsal poprve zevrubněji Goette [75.] u Bombinatora; ježto však tento autor měl poněkud odchylné náhledy o stavbě chordy, stěny mezi vacuolami považoval na př. za pouhé blány a upíral buňkám chordalním jich povahu buněčnou,*) není jeho popis**) úplně případný. Týž autor podává však na tabulkách k jinému pojednání [78c, Taf. VII. Fig. 1, 2] správné vyobrazení processu onoho u Teleosteí. V poslední době popsal pochod vznikání vacuol znovu Scheel dle zkoumání na 3—4 *mm* dlouhých embryonech druhu Rhodeus amarus [92, Taf. I., Fig. 1, 2], dle toho, že však kreslí ve vnitřku svých „vacuol“ jádro i s plasmatem, soudím, že se tu jedná o jiný druh buněk než u Petromyzonta, o buňky se ztuhlým exoplasmatem, jak je později poznáme, a nemůžeme zde tudíž na udání jeho dále zacházeti. Já sám měl jsem v Neapoli příležitost pozorovati process vacuolisace na embryonech od Lophius piscatorius. Zadní část chordy, zůstávající na stadiu primitivnějším, měla ještě buňky bez vacuol, kdežto v přední části bylo plasma vzniklými vacuolami zatlačeno na periferii.

O processu vacuolisace u Petromyzonta samého k vůli některým zvláštnostem s ním spojeným nehodlám se prozatím na tomto místě zmiňovati.

Process vacuolisace upomíná asi na objevování se tuku v tukové tkáni neb na obdobné processy v některých vazivech (blasiges Bindegewebe) evertebratů.

Jemnější histologickou stavbou chordy Petromyzonta v dospělém stavu jeho zabývali se v novější době Retzius [81.], Lwoff [87.], Renaut [93.] a nejnověji Ebner [96.]. Zkoumání odborníků těchto nevedla ku zajímavějším resultátům, a v četných i důležitých detailech si jednotliví z nich odporovali. Stěny dělící vacuoly od sebe považovali někteří za dvojité, jiní za jednoduché; o tom, že Goette svého času buněčnou povahu jich naprosto popíral, zmínili jsme se již dříve. Též panoval spor o strukturu stěn těch; Retzius nalezl na nich vláknitou skladbu, kterou Lwoff rozhodně popřel; až před nedávnem zastával se Ebner opět

---

*) „Die zellige Natur dieser Vacuolen führenden Chordaelemente ist verloren gegangen.“ „Die Kerne liegen frei an den Vacuolenwänden.“

**) „Durch den immer grösser werdenden Druck in den Vacuolenwänden enthaltenen Interstitialflüssigkeit schwindet die Anfangs an den Seitenwänden der Vacuolen zusammenhängende Protoplasmaschicht erst an einigen Stellen, dann immer mehr, schliesslich vollkommen.“

správnosti nálezů Retziových. Týž autor formuloval nejnověji naše dosavádní známosti o způsobu stavby tkáně chordální asi následujícím způsobem: [95., Str. 9.] „Seit Schwann [39.] sieht man mit Recht in der sogenannten Chordagallerte ein Gewebe, das einem Pflanzenparenchyme sehr ähnlich ist. Polygonale, grosse Zellen stossen dicht gedrängt aneinander. Die Membranen dieser Zellen sind ringsum geschlossen, sie sind gemeinsam für je zwei Nachbarzellen, nur selten sieht man in den Zwickeln, wo mehrere Zellen aneinanderstossen, Andeutungen von Mittellamellen und von Interzellularräumen. Die Membranen der Chordazellen sind doppelbrechend und von ziemlicher Festigkeit, bei den Cyclostomen sieht man die Membranen aus feinen Fasern zusammengesetzt. Der Hohlraum der Zelle ist zum grössten Theil von einer Flüssigkeit (Vacuole) erfüllt; der Plasmakörper der Zelle bildet nur einen dünnen fein granulirten Überzug der inneren Fläche der Zellmembran und an einer etwas verdickten Stelle desselben befindet sich, ebenfalls der Membran innig anliegend, der Zellkern."

Naše vlastní pozorování poučila nás o tom, že stavba chordy jest poněkud jiná, než nám ji tento popis Ebnerův líčí. Autoři, kteří dosud chordou se zabývali, brali si za objekt ku svému výzkumu chordu z kterékoliv části těla, a nalezli ovšem všude velmi tenkostěnné tkanivo, na němž byl další výzkum nesmírně těžký. Nám naproti tomu podařilo se objeviti daleko vhodnější objekt ku zkoumání a sice tkáň chordy, jak ji nacházíme v kaudálním zakončení jejím.

Otázky, které na tenkých stěnách tkáně chordální v ostatním těle naprosto nelze rozřešiti, řeší se na jmenovaném právě místě na téměř schematických obrazech, které praeparáty naše poskytují, velmi lehce.

Při zkoumání příčních řezů*) vidíme při poněkud jen silnějším zvětšení zřetelně, že zde všechny buňky chordy mají vlastní a to ne právě příliš tenké „stěny" kolem vacuoly. Na mnoha místech, kde buňky jednotlivé jsou přirozenou jakousi macerací od sebe odtaženy, podán jest přímý důkaz pro dvojitost oněch domnělých „blan". Názor posléze Ebnerem vyslovený o tom, že stěny mezi vacuolami jsou jednoduché, jeví se tudíž býti nesprávným; můžemeť přece dle poměrů zde v kaudální ploutvi souditi jistým právem na poměry v přední části chordy. Tkáň chordy jest jistě všude dle stejného principu stavená, jen že naše pomůcky dovolují nám pouze na zvlášť příznivých místech způsob stavby rozřešiti.

---

*) Popis následující vztahuje se na praeparáty konservované Müllerovou tekutinou, které ukazují poměry ty daleko lépe nežli kterékoliv jiné.

Na prvý pohled zdálo by se, že tkáň, kterou tu v chordě nacházíme, upomíná na nějakou chrupavku parenchymovou [Tab. I., obr. 3.], avšak bližší zkoumání poučí nás o tom, že domnělá stěna buňky, která by na nějakou „Knorpelkapsel“ měla připomínati, není ničím jiným, nežli vrstvou hustého homogeního plasmatu kolem Vacuoly. Ebner zmiňuje se sice o jemné vrstvě plasmatu uvnitř blány dělící vacuoly, já však ani v kaudální chordě, kde přece stavba buněk jest dostatečně zřetelná, žádné takové jsem nenalezl, a nepatrné tu a tam velice zřídka se objevující sraženiny uvnitř blány dají se vyložiti jako zbytky tekutého obsahu vacuoly. Chtěli-li bychom tedy stěny vacuol považovati za nějaké blány buněčné, kryl by se tento způsob nazírání asi úplně s Goetteovým, o němž jsme zprvu se zmiňovali. Že se tu skutečně jedná o třeba dosti silně pozměněnou ztuhlou a jistě asi ne více „života schopnou“ vrstvu plasmatů, a nikoliv o vyloučenou blánu buněčnou, poznáme s určitostí, sledujeme-li přechod od nejkrajnější řady vacuolisovaných buněk chordálních ku nevacuolisovaným buňkám t. zv. Chordaepithelu. Massivní plasma těchto posledních má stejný asi vzhled jako ona tenká vrstva kolem vacuoly, a její chování se vůči barvivům jest též naprosto stejné.

Jako buňky chordaepithelu nejsou ani ostatní buňky chordy obloženy nějakou blanou, jak se zejmena při bližším zkoumání hranic buněk za pomoci silných zvětšení přesvědčiti můžeme. Jelikož chceme poměrům na hranicích buněk chordálních zvláštní kapitolu věnovati, stačí, když se o těchto věcech zde jen stručně zmíníme.

Plasma buněk jest homogenní, a často obsahuje drobounké kuličky tuku, jak na praeparátech osmiem neb Flemmingovou směsí fixovaných lze konstatovati. Strukturu vláknitou, kterou na něm popsal již Retzius, jest snad možno jiným způsobem vyložiti, jak se doleji o tom zmíníme.

Jádro buněk chordálních jest vždy sploštělé a leží na vnitřním povrchu plasmatické vrstvy, vyčnívajíc více méně do vacuoly, někdy jest téměř úplně obklopeno vrstvou plasmatu. [Tab. I., Obr. 11.] Jak se zdá, nejsou však ve vacuolisovaných buňkách Petromyzonta nikdy jádra úplně do vrstvy plasmatu ponořena, a vidíme-li na praeparátech podobné obrazy, dá se to vyložiti směrem řezu podobně jako i ony případy, kde bychom na volně ve vacuole ležící jádra pomýšleti mohli. V buňkách t. zv. Chordastrangu, které mají malé neb žádné vacuoly, ležívá jádro celé v plasmatu [Tab. I., Obr. 1, 5, 10, 15a], podobně ovšem i v buňkách chordaepithelu.

Kdežto se o tvaru buněk v ostatním průběhu chordy v těle ži-

vočicha málo dalo pověděti zajímavého, jest zde v kaudální partii její tvar buněk velmi rozmanitý. Vlivem vzájemného tlaku vzniká zde za prvé mnohohranný tvar tlustostěnných buněk, jak jej zejmena na příčních řezech [Tab. I., obr. 2, 3] pozorovati můžeme. Jelikož pak vacuola zachovává svůj kulatý tvar, vzniká přirozeně na hranách silnější vrstva plasmatu. Kdyby se zde jednalo o blánu vyloučenou plasmatem buňky, musela by přece tato býti všude stejně silná, jak vskutku všude též v pletivech živočišných nacházíme; a tak i tato zdánlivě nepatrná okolnost svědčí pro (původně) plasmatickou povahu stěny vacuoly. Zajímavo jest dále, že buňky chordy mají též výběžky, které jsou mezi sousední buňky zaklíněny. Již na příčních řezech vidíme stopy po nich, [Tab. I., obr. 2.], hlavně však jest možno je pozorovati na řezech podélných a na macerované tkáni chordální.

Měl jsem příležitost zkoumati praeparáty z kaudální chordy Petromyzonta (fluviatilis), na kterých byly buňky od sebe isolovány; vznikla zde totiž uprostřed chordy přirozenou macerací*) dutina, na jejímž kraji se buňky od sebe odlupovaly. Naše obrazy 4—8 na Tab. I. znázorňují nám takové isolované buňky, které zde na našem praeparátu byly v celém téměř průměru chordy, vyjma jen periferii její, vřetenovité, a jak viduo z vyobrazení, mnohdy ve velmi dlouhé, vláknem zakončené výběžky protažené. Jindy vidíme více takovýchto výběžků [Obr. 7, Tab. I.], též křídlovité, široké výběžky nejsou vzácností. Vacuola se nachází vždy uprostřed délky takovéto buňky, která jest zde naduřelá, vše ostatní sestává z plasmatu a to. jak se zdá ztuhlého. Vláknitá struktura některých těchto výběžků [Obr. 7.] má snad svůj základ ve stavbě plasmatu. Na příčních řezech chordou nacházíme mezi buňkami často průřezy těchto massivních konců, činících dojem nevacuolisovaných buněk.

Jest třeba zmíniti se blíže o tak zvaném chordastrangu", o němž posud nebylo řečeno nic více, nežli to, že jest tvořen nápadně protaženými buňkami. Zde v kaudální chordě můžeme zejmena dobře studovati stavbu této části pletiva chordálního.

Sledujeme-li na příčním řezu chordou stavbu buněk, nacházíme nejprve přímo na obaly chordální nasedající, cylindrické chordaepithelové buňky bez vacuol a s hustým plasmatem.**) Hned sousední

---

*) Konservace byla jinak velice dobrá, objekt byl za živa vložen do Müllerovy tekutiny.

**) Často mají dvě nad sebou uložená jádra, což snad na počátek dělení jich poukazuje.

řada buněk jest roztažena vacuolami na mnohonásobně větší objem než jaký mají buňky chordaepithelové. Plasma těchto „vacuolisovaných" buněk jest na velmi tenkou vrstvu omezeno teprve u oněch, které leží blíže středu chordy, a jest obyčejně v poněkud tlustší vrstvě uloženo; současně vidíme, že průřez buňky jesti blíže středu menší, což jest si možno vysvětliti tím, že buňky tyto jsou za to do délky protaženy [Tab I., Obr. 1.]. Od buněk těchto vedou dále přechody ku skupině malých buněk, u nichž vacuoly vůbec neexistují, takže jádro jest se všech stran plasmatem obklopeno. Jak nás porovnání s podélnými řezy poučí, jsou to vesměs vláknovité buňky, „Chordafaserzellen", jak je Ebner [96.], jenž je poprve u štiky nalezl, pojmenoval [Tab. I., Obr. 10.]. Tyto buňky tvoří vlastní „chordastrang", jenž tudíž, vyjma snad velmi řídké případy,*) od ostatní tkáně není nikterak ostře ohraničen.

Vlastní střed „chordastrangu" zaujímá provazec tvořený buňkami zvláštním způsobem zcvrklými, jejichž chemicky změněná hmota jest tmavší, kompaktnější a nápadně se leskne. Na příčních řezech vidíme obyčejně jen chumáč těchto buněk, jejichž hranice nelze již více rozeznati [Tab. I., Obr. 1.]; podélné řezy neukazují též poměry nikterak zřetelně [Tab. I., Obr. 9.]. Vůči barvivům chovají se též tato změněná těla buněk naprosto odchylně; na praeparátech haematoxylinem barvených vidíme na př. často, že zůstávají žluté, safraninem barví se na př. červeně. Zdá se, že máme zde zrohovatělé buňky chordální před sebou. Podrobnější chemické výzkumy byly by však žádoucí: Retzius [81.] zkoumal svou dobou chordu v tomto ohledu a dokázal, že chorda se v zažívacích tekutinách rozpouští, co však o chování se jak se zdá resistentnějšího chordastrangu v těchto píše není dostatečně přesvědčující. Kdežto na periferii chorda pomocí dělení buněk chordaepithelu stále přirůstá, hynou v centrum jejím buňky zmíněným processem. Úkaz tento, jak se přesvědčíme, můžeme téměř u všech nižších živočichů v chordě pozorovati.

Když jsme byli studiem kaudální chordy Petromyzonta na způsob stavby této upozorněni, najdeme poměrně snadno všechny poměry, o nichž jsme byli tuto mluvili, i v ostatní chordě v těle živočicha dotýčného vzdor tomu, že jest zde tak tenkostěnná. Vrstva plasmatu jest zde minimalní, jinak však můžeme zde přece hranice buněk velmi dobře, ovšem za pomoci nejsilnějších zvětšení, rozeznati. Buňky jsou i v těle živočicha poněkud polyedrické a proto jest i zde

*) U Petromyzonta samého pozoroval jsem jednou též zcela ostře ohraničený „Chordastrang".

blíže hran těch tlustší vrstva plasmatu nahromaděna a poměry zřetelnější. Již Ebnerovi byla povědoma, jak citát z jeho práce (naše str. 10.) uvádí, tato okolnost. Dokonce i malé výběžky mají tenkostěnné buňky v ostatní chordě, ovšem tak bizzarní tvary, jak ony které jsme dříve popsali, mezi nimi nevídáme.

Myxine glutinosa má tkanivo chordální celkem od onoho, jak jsme je u Petromyzonta poznali, se nelišící. Jest též velice tenkostěnné a tam, kde jest více, jak se zdá, jemně vacuolisovaného plasmatu nahromaděno, jest často nemožno nalézti hranice buněk; zdá se jakoby vše byla jedna massa plasmatu, kdežto na místech jiných opět velice zřetelně vidíme dvojité stěny v septech mezi vacuolami. Kaudální chorda nejeví zde žádnou zvláštní stavbu, a proto právě nehodí se chorda Myxiny tak dobře ke studiu jako ona Petromyzonta; jen v samotném konci jejím přechází chorda ve chrupavce podobnou tkáň (podobně jako u Petromyzonta), jakou i ve přídě její jest možno pozorovati.

Selachii. Ze selachií jsou to jenom nejnižší typy, které mají chordu stavenou jako Petromyzon. Zejména jest to Chimaera, jejíž chorda jest ještě zcela pravidelně válcovitá, kdežto u všech jiných forem jest vlivem obratlů zaškrcována.

Chordaepithel jest u Chimaery velice nízký a často těžko k pozorování, jelikož krajní vrstvy vacuolisovaných buněk jsou někdy silně stlačené směrem k obalům chordy, zjev to, kterýž ostatně často i jindy se objevuje; tam kde konservováním se bylo tkanivo chordy ve svém centru roztrhlo, dá se to snadno tím vzniklým tlakem vyložiti, těžko ovšem ve případech jiných. Jest však i tu nutno předpokládati, že jest to zjev, který odpovídá normálním poměrům.

„Chordastrang“, jenž byl u Petromyzonta celkem na průřezu okrouhlý, jest u Chimaery sploštělý, páskovitý a v chordě kolmo postavený (Chordaband autorů). Ani zde u Chimaery, ani nikde jinde nenalezl jsem v kaudální chordě již více podobné poměry jako u Petromyzonta, za to častěji jiný zjev, o němž při pojednání o vyskytování se chrupavky v chordě znovu se zmíníme. Buňky chordy v kaudalní partii chordy vyplňují se u Chimaery totiž úplně jakousi hyalinní, reakci chrupavky dávající hmotou.

Z Hexancha (Hexanchus griseus) měl jsem pouze lihem konservované praeparaty, které úplně nevyhovovaly; přes to mohl jsem však se přesvědčiti, že tu nejsou velké úchylky ve způsobu skladby tkaniva chordy od typu Petromyzontova. I zde mohl jsem konstatovati dvojité stěny mezi vacuolami.

Acanthias Mustelus Pristiurus a Scyllium ukazují celkem stejné poměry, jako jsme dosud popisovali, ovšem jen v meziobratlových částech chordy; neboť tlakem obratlů zúžuje se v pravidelných vzdálenostech od sebe chorda a tkanivo její se zde mění. Buňky jsou celkem kulaté, jen v Chordastrangu zde plochém a kolmo postaveném*) a dále v onom páteří podmíněném zúžení vláknité. Můžeme se vyjádřiti též v tom smyslu, že ono zúžení v páteři jest vyplněno pouze chordastrangem a myslíme, že nechybíme tu mnoho. Chordaepithel jest jako u Selachií vůbec velmi nízký. Hranice jednotlivých vacuolisovaných buněk jest jako u Petromyzonta a to i v tenkostěnné jinak tkáni znatelná. U prvých tří forem, které jsme jmenovali, nenalezl jsem na plasmatické vrstvě buňky žádné struktury, za to bylo mi možno u Scyllia pozorovati síťovité obrazy na jinak zcela souvislé stěně mezi vacuolami;**) snad jest tento obraz přechodem ku jinak velmi těžko vyložitelným poměrům u mnou zkoumaných vyšších Selachií.

U Squatina angelus, Torpedo marmorata, Raja Schultzii, Raja miraletus a Alopias vulpes jsou jednotlivé vacuoly místo souvislými, z tenkých vrstev plasmatu tvořenými stěnami pouze sítovitě perforovanou jemnou membránou od sebe odděleny. Ani nejsilnějším zvětšením není možno na této bláně složení ze dvou vrstev rozeznati [Taf. I., Obr. 18.] a jest pravděpodobno, že jest vůbec jednoduchá. Barví se silně haematoxylinem, zejmena pak ztluštělé okraje skulin, které ji hustě pronikají [Tab. I., Obr. 19.]. Jest otázka zda blána ta odpovídá plasmatické stěně buněk v jiných tkáních chordálních; způsob barvení nenasvědčuje aspoň tomu, že by se tu jednalo o plasma. Blána ta pokryta jest jemnou sraženinou, pocházející z tekutého obsahu vacuoly. Jádra leží těsně na této bláně, leč bližší poměr jich k ní a zejmena nejsou-li obklopena plasmatem, nedá se zjistiti. Chordastrang v tomto zvláštním tkanivu chordálním, které se spíše síti nějaké podobá, schází úplně, též chordaepithel, jak se zdá, schází ve mnohých případech, jindy jest zcela sploštělý a sotva znatelný. Tkanivo toto ostatně vůbec zaniká, jak o tom dehiscencí vznikající nepravidelné skuliny v jeho středu nasvědčují.

Ve zúžení obratlovém bývá, pokud jsem pozoroval, chorda vždy z okolí vnikající chrupavkou zatlačena.

---

*) U Acanthia a Mustela sahá v kaudální chordě plochý „Chordaband“ dorsalně a ventrálně až k obalům chordálním a dělí ji takto úplně na dvě polovice.

**) Retzius kreslí též strukturu, jakou na stěnách buněčných u Selachií (81) nalezl, jeho vyobrazení [Taf. V.] jest však naprosto odchylné od našich nálezů.

Ganoidei, z nichž od nás byl Acipenser sturio, Polyodon folium a Polypterus senegalus zkoumán, blíží se spolu s Chimaerou co do struktury chordy nejblíže Cyclostomům; postavení a tvar buněk jest tu týž, jen „chordastrang“ jest zejmena v kaudální partii chordy mohutný buď válcovitý neb plochý a v případě posledním buď kolmo (Polyodon Polypterus) neb vodorovně (Acipenser) uvnitř chordy napjatý. Chordaepithel skládá se buď z velkých buněk jako u Petromyzonta (Acipenser), jindy z malých nepatrných buněk (Polypterus). Hrubší poměry v chordě Acipensera popsal mimo jiné na příklad Goette [78c, Tab. XXIX, Fig. 1—3]; s jemnějšími poměry ve tkanivu chordálním zabývali se ve svých pracích v poslední době Retzius [81] Lwoff [87] a Ebner [96]; jejich popisy dokazují však jen, že tkáň tato u Acipensera jakožto velmi tenkostěnná není příliš příhodná k výzkumům; teprve pak když u Petromyzonta pravé poměry jsme byli seznali, najdeme i jemnější detaily na těchto jinak velmi obtížných objektech.

Naprosto od mých nálezů odchylný obraz podává Leydig [57, Fig. 17.]; jedná se tu snad o chordu z přední části těla Polyptera; v zadní časti nenachází se aspoň mezi buňkami nikdy ona vláknitá hmota,*) kterou Leydig kreslí. Nejzadnější část chordy skládá se u Polyptera pouze z vláknitých, jinak pro chordastrang charakteristických buněk; jest tu uložena v chrupavčité rouře, tvořené ze splynulých těl obratlů a částečně i ze zchrupavčitělých obalů chordálních.

Teleostei. Od posud popisovaných poměrů největší úchylky nacházíme v nejvýše organisované skupině ryb, ve skupině ryb kostnatých. Ze mnou zkoumaného materialu**) pouze Syngnathus, Hippocampus a částečně i Lophius piscatorius upomínají, co se chordy týče, blíže na nižší typy. Tkáň chordy stavena jest u těchto forem ze celkem stejně velkých buněk [u Syngnatha připadá jich malý počet na příční řez chordou], „chordastrang“ zde schází na exemplárech prostřední velikosti, jaké jsem zkoumal úplně***) a jen v úžině obratle jest tkáň chordy oď obyčejného způsobu odchylně stavená; nacházíme tuto totiž vyplněnou stlačenými a jak se zdá zrohovatělými buňkami, prodlouženými kolmo na směr chordy. Jádra leží u jmenovaných

---

*) Rozvlákněné exoplasma?

**) Syngnathus sp., Hippocampus, sp. Anguilla fluviatilis, Belone acus, Trigla hirundo, Esox lucius, Pagellus erythrinus, Carassius auratus, Ophidium barbatum, Lophius piscatorius, Arnoglossus lanterna, Cepola rubescens, Scorpaena porcus, Cobitis fossilis a j.

***) Ebner na svých patrně starších exemplárech chordastrang nalezl.

forem Teleosteí (vyjma u Lophia) v nepříliš hustém plasmatu buněk, jsouc tímto úplně obklopena. Hranice jednotlivých buněk jest úplně zřetelná a jest tvořena vrstvou zvláštních malých vacuolek, o nichž se chceme později v jiné kapitole našeho pojednání podrobněji zmíniti. [Tab. I., Obr. 27.].

Vyjmouc Syngnatha a Hippocampa, částečně i Lophia, ostatní mnou zkoumané formy vykazují poměry daleko složitější, jak hned na následujícím případu, jednom z nejzajímavějších, poznáme.

Od úhoře (Anguilla fluviatilis) měl jsem příležitost jak zcela malé, ne více nežli 1 *dm* dlouhé exempláry (monté), které jsem kdysi laskavostí p. dra J. Babora byl obdržel, tak i úplně dospělé exempláry, které jsem si minulého roku za svého pobytu na Terstské zoologické stanici konservoval, zkoumati.

Velice zajímavé a přímo překvapující jsou poměry, které nacházíme u prvých.

Zkoumáme-li pomocí slabého zvětšení příční řez chordou, mohli bychom se domnívati, že jest tato v celém svém průměru ze skutečné hyalinní chrupavky stavena. Tkáň, kterou tu vidíme [Tab. II., Obr. 1, 2] obsahuje, jak se na prvý pohled zdá, malé okrouhlé neb ovální buňky, které mají dosti husté plasma a v něm jádro; tyto jsou něco tmavěji se barvící hyalinní základní hmotou od sebe odděleny. Dokonce i něco, co na nějaká pouzdra chrupavčitých buněk (Knorpelkapsel) se zdá upomínati, můžeme tu a tam na ostrém okraji buněk jednotlivých objeviti. Pouze chování se oné základní hmoty k různým barvivům jest jiné, než jak jsme u chrupavky zvyklí vídati; hmota ona barví se těmiže barvivy jako plasma buněk, jenže, poněvadž jest hutnější, poněkud silněji. Haematoxylin, jenž barví chrupavku velmi intensivně, barví hmotu onu jen slabě fialově. Za to musíme se však domnívati soudíce dle vzhledu hmoty na praeparátech, že tato jest značně hutná.

Vezmeme-li si ku pomoci silnější zvětšení, vidíme na zbarvených praeparátech ihned, že ona domnělá základní hmota jest rozdělena ostrými hranicemi na jednotlivá territoria, v jejichž středu právě ony buňky leží. Na silně zbarvených praeparátech a při velmi silném zvětšení vidíme dokonce, že na hranici mezi těmito territoriemi jsou skuliny, které zůstávají nezbarveny. Detailnějším zkoumáním přicházíme konečně k tomu poznání, že musíme celá ona territoria k buňce počítati; zevní massa jejich tvoří zde obal, a to co jsme původně za samotnou buňku považovali, jest jen vnitřní obsah této. [Tab. I. Obr. 14.]. Porozumění poměrům popsaným není lehké, a musíme porovnávati to, co zde vidíme, se stavbou chordy u jiných živočichů; pak

zejmena přijdeme k určitému poznání, že nejedná se tu o vyloučení obalu nějakého kolem buňky, jako to ve chrupavkách vídáváme, nýbrž že ona hutná massa jest ztuhlou zevní vrstvou plasmatu buňky původně veliké. Mimo jiné svědčí proti prvnímu způsobu výkladu ta okolnost, že vrstva oné massy není všude stejně silná, dále jeví to přesvědčivě přechody od těchto buněk ku normalním buňkám chordálním. Můžeme zevní massu onu nazývati „exoplasmatem“ na rozdíl od řídšího „endoplasmatu“, koncentrovaného uvnitř buňky. Jádro a pro chordální buňky tak význačná vacuola uzavřeny jsou ve vnitřním druhu plasmatu, avšak někdy, ač velmi zřídka, jsou i v exoplasmatu malé vacuolky. Vacuola jest v tomto druhu buněk vždy malá a vrstva plasmatu kolem ní širší; často jsou dvě i více vacuol, jindy schází vauola úplně.

V našem případě u mladých exemplárů úhoře jsou oba druhy plasmatu od sebe ostře ohraničeny, a zevní tvoří zde de facto pouzdro obalující vnitřní jedině života schopné endoplasma. [Tab. I., Obr. 1, 2; Tab. II., Obr. 14]. Tak jest tomu ve většině případů u teleosteí; vyjimky jsou dosti řídké, tak na př. u Belone acus vidíme, že hranice exoplasmatu oproti endoplasmatu není tak ostrá. [Tab. I., Obr. 17.].

Velice často, i u této posledně jmenované ryby (u Belone) tvoří se zhuštěním nejvnitřnější části exoplasmatu ještě zvláštní obal kolem vnitřní plasmy, tento barví se silněji všemi barvivy, a jest na zevnějšek jen vyminečně ostře ohraničen. [Tab. I. Obr. 14, 17.].

V našem případě u úhoře nacházíme v chordě na příčním řezu téměř jen buňky s exoplasmatickým obalem [Tab. II., Obr. 1.], v jiných případech vidíme však dva druhy buněk: na periferii obyčejné vacuolisované pletivo, jako jsme nalezli na příklad u Cyclostom (blasiges Chordagewebe), kdežto v centrum vidíme přechody do pevného tkaniva s exoplasmatickými obaly kol buněk (kompaktes Chordagewebe). Tak zvaný „Chordastrang“ jest u teleosteí téměř vždy zcela z tohoto pevného tkaniva budován. Jest zvláštní že, jak právě na těchto přechodech lze pozorovati, exoplasma svým vzhledem a svou schopností přijímati barviva odpovídá téměř úplně plasmě obyčejných vacuolisovaných buněk. Okolnost tato vedla mne dříve k tomu, že jsem předpokládal, abych si vysvětlil rozdíl mezi obojím druhem buněk též u obyčejných buněk chordálních na př. u Petromyzonta existenci jemné vrstvy endoplasmatu, která by tu pokrývala stěnu vacuoly; dokázati takovou se mi však ani barvením ani jinak nepodařilo a jen v nepatrných stopách po sraženinách obsahu vacuoly domníval jsem se viděti zbytky onoho jemnějšího druhu plasmatu, který však

de facto u tohoto druhu buněk schází. Jinak utvrzovala mne v názoru tom též poloha jádra, která obyčejně do vnitřka vacuoly vyčnívá [Tab. I., Obr. 11.], avšak od té doby, co nalezl jsem u Syngnatha buňky s jádry normalně v onom plasmatu ponořenými [Tab. I., Obr. 28a], musel jsem uznati svůj omyl. Vykládám si nyní, že dotyčná podoba buněk vzniká tím, že zevní vrstva plasmatu záhy ztuhne, kdežto jemnější životní schopnosti zachovávající plasma i s jádrem koncentruje se do vnitřku. Jak Scheelův [92.] popis a vyobrazení ukazují, děje se tato differenciace plasmatu již současně s processem vacuolisace; jeho výkresy znázorňují aspoň buňky, které mají uvnitř domnělé vacuoly v živém jemnějším druhu plasmy uložené jádro. Ona zajímavá okolnost, že plasma prvého druhu chová se stejně jako exoplasma buněk s differencovaným plasmatem, dá se asi tak vyložiti, že prvé i druhé asi jest ztuhlé a nejeví žádnou schopnost k životu, o čemž též ona podivná jinak poloha jader na povrchu plasmatu zdá se svědčiti. Význačné jest ono faktum, že u Syngnatha [Fig. 28.], kde, jak jsem pravil, leží jádro celé uvnitř nedifferencovaného plasmatu, jest toto daleko jemnější a řidší než-li v obyčejných případech. Buňky v chordě teleosteí mají uvnitř od exoplasmatu poměrně mnoho čerstvého plasmatu, kdežto buňky normální jsou ztrnulé a dalších jevů života neschopné. Buňky teleosteí mohou se dokonce uvnitř svých obalů exoplasmatických děliti,*) neboť jinak aspoň nemohu si obrazy, které Ebner [96, Tab. IV. Obr. 14, 15] podává a na kterých (u štiky) zobrazuje opouzdřené buňky uvnitř starého silného pouzdra exoplasmatického, vysvětliti.

K tomu, co jsme byli o buňkách s exoplasmatickým pouzdrem pravili, poznamenáváme ještě, že toto exoplasma není vždy beze vší struktury, jak jsme je byli z prvu popsali; již u objektu, jímž jsme se posud zabývali, u úhoře, vidíme na některých buňkách, že jest aspoň jemně rozvlákněné, a sice probíhají vlákna ta někdy parallelně, často však též kolmo na povrch buněk [Tab. I., Obr. 14.]. U jiných teleosteí jest vláknění to nápadnější; tak zejmena na příklad u štiky, jak obr. 9, tab. II. znázorňuje, vidíme již při slabém zvětšení toto vláknění zřetelné, a jelikož zde vlastní jemné hranice buněk nejsou znatelny, zdá se, jakoby byly buňky nějakou rozvlákněnou základní hmotou od sebe odděleny. O intercellularních mezerách a o můstcích

*) Ovšem asi jen ve vzácných případech, a jistě neděje se nikdy způsobem tímto vzrůst chordy, který jest všude podmíněn dělením se buněk chordaepithelových.

spojujících jednotlivé buňky, které též na mnohých z citovaných vyobrazení vidíme, zmíníme se podrobněji až v následující kapitole.

Na našich řezech chordou mladého úhoře [Tab. II, Obr. 1.] vidíme tu a tam, že mnohé z territorií, ba mnohdy většina jich jest zcela homogenní a neobsahuje žádné vnitřní plasma. Vyložiti si to můžeme tak, že tu řez zasáhl jen pevné konce buněk jinak normálních, právě tak jako jsme již dříve u Petromyzonta byli viděli; endoplasma s vacuolou jest tu totiž [jako vacuola onde] omezeno na prostřední část do délky poněkud protažené buňky. Jinak vidíme všude, kde se v buňce nachází jádro, kolem tohoto třeba sebe užší dvůrek endoplasmatu, a kde toto poslední schází, jedná se o buňky zanikající, vyznačující se zároveň též svým tmavším hutnějším tělem. Zdá se, že pouze malé buňky chordaepithelu nemají plasma differencované podobně jako u jiných živočichů nevidíme žádné vacuoly v nich.

Territoria buňky zaujímají celý průřez chordy až ku pokraji tohoto, kde hraničí přímo na vrstvu zcela nízkých buněk chordaepithelových. Často nevidíme od těchto posledních nic více nežli silně oploštělá jádra jejich. [Tab. II., Obr. 2.]

Skutečný „chordastrang“ schází v tomto zvláštním pletivu chordy mladých úhořů. Buňky uprostřed chordy jsou celkem asi stejné velikosti jako ony na periferii. Jen tu a tam vidíme uprostřed chordy osamocené scvrklé a jak se zdá zrohovatělé buňky, jejichž jádra po většině byla již zanikla. Těla jejich jsou lesklá, na zbarvených haematoxylinem praeparatech poněkud nažloutlá, většinou barev barví se slaběji než ona normalních buněk, pouze modř methylová, která ostatní tkáň nebarví, barví je velmi intensivně. Teprve u dospělých živočichů vidíme, že se byl utvořil skutečný „chordastrang“, jest tedy zjevem sekundárním.

Jak nás podélné řezy chordou [Obr. 3., Tab. II.] poučují, nachází se ono zvláštní tkanivo v celé chordě; serie řezů hlavou a kaudálním koncem těla ukazují že i oboje zakončení chordy staveno jest stejným způsobem. Na podélných řezech vidíme zároveň, že territoria — buňky jsou silně do délky protažená a vnitřní, endoplasma obsahující část jejich asi ovalní. Intervertebrálně jest endoplasmatická část buňky značně větší a sice na úkor exoplasmatického obalu; následkem toho zdá se na prvý pohled, jakoby buňky ležely blíže při sobě.*) Na periferii této intervertebrální partie jest malá část chordy dokonce i z normálního tenkostěnného tkaniva s velkými vacuolami budována.

*) Řez zobrazený na Obr. 1., Tab. II. pochází z partie vertebrální, onen na Obr. 2. blízko od partie intervertebrální.

V definitivním stavu chordy u dospělého úhoře nacházíme v chordě poměry, které od popsaných velice jsou odchylné.*) Jako jest to u teleosteí vůbec pravidlem, jest i zde chorda vertebrálně (tělem obratle) silně zaškrcena. Vlastní chorda může tu vyplňovati vlastně jen biconický prostor mezi oběma obratli. Tkáň chordální jest tu většinou silně vacuolisována a stavena dle prvého typu, jen v centrum chordy nacházíme vřetenovité buňky s exo- a endoplasmatem (často jen nezřetelně rozlišeným) tvořící „chordastrang". Dutina nějaká (Chordahöhle) není tu v chordě žádná, poměry, které zde nacházíme, jsou tudíž poměrně jednodušší nežli jinde u teleosteí.

Vyjmouc ve „chordastrangu" nacházíme u dospělého úhoře též ve zúženině vertebrální kompaktní tkáň, avšak poněkud zvláštního rázu. Kdežto chordastrang byl tvořen buňkami prodlouženými, jsou zde buňky ve všech směrech asi stejných rozměrů [Tab. II, Obr. 5.]. Ve většině buněk endoplasma úplně vymizelo, a jen tu a tam nacházíme v těle zanikajících buněk scvrklá jádra neb malé vacuolky. Toto zanikání tkáně dá se vyložiti tlakem obratle. Domnívám se, že v této výplni úžiny obratle, jakož i v ostatní kompaktní tkáni chordální musím spatřovati Gegenbauerovu chordální chrupavku, jaká prý u teleosteí častěji se vyskytuje.

„Chordastrang" a tato výplň obratle leží v jedné čáře, nepřecházejí však do sebe; na hranicích, kde oboje se stykají, leží totiž vrstva zcela scvrklých vacuolisovaných buněk, na nichž jich vlastnosti nedají se již blíže poznati. Úžina páteře bývá u teleosteí vyplněna buď podobným tlakem atrofujícím massivním tkanivem neb aspoň stlačenými vacuolisovanými buňkami (toto poslední shledáváme na příklad u Syngnatha), ve případech jiných, kde objevuje se dutina chordální (Chordahöhle), jest, jak doleji se zmíníme, prázdná.

Chordální tkanivo, které vyplňuje u dospělého úhoře biconický prostor mezi obratlemi, jest na periferii, tam kde obratle na sebe hraničí, budováno z tenkostěnných vacuolisovaných buněk; dále na obě strany jakož i směrem k centru přecházejí tyto ve formy protažené, z nichž krajní jedním svým koncem přímo na obaly chordální se usazují, neboť zvláštní chordaepithel zde jakož i u jiných teleosteí (Arnoglossus, Belone) ve stavu dospělém úplně schází. Veliké tenko-

---

*) Vyobrazení znázorňující podélný řez páteří u Anguilla fluviatilis podává Kölliker [64, Taf. XVI, Fig. 16.]; vyjma „chordastrang" nejsou v něm však jiné detaily nakresleny.

stěnné buňky periferie upomínají na ony, které jsme již u mladých exemplárů v intevertebralní části chordy byli viděli, jinak ovšem byly od dob mládí zvířete vytvořeny dělením buněk chordaepithelu. V tlustostěnných buňkách massivního pletiva mladých exemplárů jen periferie „chordastrangu" jest asi již pozdějšího původu.

Příční řez „Chordastrangem" upomíná tu, nebeře-li se při tom zřetel na rozlišené plasma buněk a na polohu jáder, nápadně na podobné místo chordy Petromyzonta; stejný pochod zrohovatění buněk můžeme i zde pozorovati. Srovnej v té příčině Obr. 4., Tab. II. s Obr. 1., Tab. I. Jedinou úchylku velmi zajímavou pozorujeme na některých praeparátech našich [Tab. II., Obr. 4.]. Kdežto u Petromyzonta viděli jsme uvnitř „chordastrangu" na příčním řezu chumáč změněných buněk, vidíme v našem případě (na některých jen praeparatech) mezi nejvnitřnějšími buňkami zvláštní homogenní massu, která svým chováním se vůči barvám i celým svým vzhledem od těl sousedních buněk se liší a též na nějakou rohovitou hmotu připomíná. Způsob tvoření se této massy nemohl jsem u úhoře dosti dobře, za to však velmi pěkně u jiné ryby kostnaté, u Ophidium barbatum studovati. V následujících řádkách chceme poměry ty, jelikož jsou i pro všeobecnou histologii velice zajímavé, blíže popsati.

Jako u úhoře jest i u Ophidium barbatum celý prostor meziobratlový vyplněn tkanivem sestávajícím z buněk majících obal exoplasmový, jinak však obsahujících veliké vacuoly. Na buňkách blíže ku centrum chordy ležících jest ona vrstva exoplasmatu silnější a záoveň jest příční průřez buněk menší, jelikož tyto jsou silně do délky protažené. [Tab. II. Obr. 7.] Od vrstvy těchto malých buněk můžeme sledovati přechody ku nápadně velikým buňkám s velmi silnou vrstvou exoplasmatu a s nápadně hustým endoplasmatem bez vacuol. Jádro leží vždy přesně ve středu buňky, jest 5—6krát tak veliké jako u obyčejných buněk téže chordy. [Tab. II., Obr. 8 g.] Povrch buněk jest velmi dlouhými, obyčejně jemnými zoubky pokryt, které jak se zdá u sousedících buněk do sebe zasahují; leč o zjevu tom chceme blíže promluviti až na jiném místě naší práce. Veliké tyto buňky náležejí již ku „chordastrangu".

Některé nejblíže ku středu chordy položené buňky [Obr. 8u.] liší se velmi nápadně od sousedních svým vzhledem, jsou totiž zcela homogenní, něco lesklé a barví se jinak nežli ony; připomínají na zrohovatělé buňky, jaké jsme již častéji u jiných živočichů byli pozorovali. Zvláštní touto proměnou chemickou přecházejí konečně nejvnitřnější buňky chordastrangu, když jich hranice staly se nezřetelnými,

v onu dříve připomenutou centralní massu homogenní. Jen při pozornějším zkoumání této silný provazec v centrum chordy tvořící massy vidíme zejmena na okraji jejím stopy hranic jednotlivých buněk, které splynutím svých těl daly látku k utvoření jejímu [Tab. II., Obr. 8. m]. Zde neb onde vidíme též malé vacuolky neb stopy scvrklých jader v centrální masse.

Náš dosavadní popis poměrů u Ophidia vztahuje se na příční řezy vedené asi uprostřed mezi dvěma sousedícími obratli; dále směrem k úžině obratlové vidíme, že tu zrohovatělá těla buněk, místo aby v onu homogenní massu se proměnila, zůstávají stále znatelná, tak že obraz, který tu máme příležitost pozorovati, naprosto na zrohovatělou epidermis upomíná. V tom ovšem, že tu na hranici zrohovatělé partie scházejí známé granulované buňky, musíme shledávati důležitější rozdíl.

Zcela blízko u úžiny páteřní mizí v chordě tkáň chordální a úžina ona jest prázdná.

Mikrochemicky chová se centralní ona massa celkem stejně jako „zrohovatělé“ buňky v jiných chordách, a jest asi jen posledním stadiem jednoho a téhož pochodu chemického, jímž tkáň chordy v centrum jejím se mění a zaniká.*) Kyselý fuchsin a modř methylová mění hmotu onu intensivně, kdežto okolí barví se slabě. Haematoxylin barví daleko intensivněji ony veliké buňky „chordastrangu“ nežli massu samu. Připomínali jsme několikráte podobnost processu, o němž tuto řeč byla, se zrohovatěním; ovšem jest podobnost ta jen přibližná process keratinisace počíná, jak známo, v epidermis vylučováním jemných zrnek keratinu v těle buněk, kdežto zde nic podobného neexistuje, tělo buňky stává se zcela poznenáhlu homogenním. Na podrobnější výzkum chemický nemohl jsem ovšem pomýšleti, bohužel že nemohl jsem pro nedostatek materialu ony buňky a onu massu ani s ohledem na chování se jich v tekutinách zažívacích zkoumati. Doufám, že budu moci, až při nejbližší příležitosti se mi nový material dostane do rukou, tuto dosti závažnou mezeru ve svých zkoumáních vyplniti. Zde omezil jsem se pouze na popsání poměrů morfologických tohoto dosud neznámého processu.

U Anguilly a Ophidia popsali jsme dva celkem dosti extrémní typy chordy teleosteí z materialu, který nám byl k disposici, a po-

*) Myslím, že i mimo „chordastrang“ v ostatní tkáni tu a tam některé buňky podobným způsobem zanikají; vidím na př. u Belone mnoho podobných míst v chordě. Tab. I. Obr. 17x.

dali tak příklady, jak odchylně od ostatních nižších craniotů jest u těchto ryb chorda stavena. U jiných teleosteí jest chorda v principu všude (vyjma Syngnatha a Hippocampa) stejně stavena; vedle buněk vacuolisovaných s jedním plasmatem, které jsou obyčejně na periferii omezeny, nacházíme více ku středu buňky s pouzdrem exoplasmatickým, a konečně i buňky vláknité s homogenním plasmatem. V četných případech (Pagellus, Carassius, Trigla, mladá Anguilla) mají vyjmouc jen vnitřní vláknité buňky u „chordastrangu" všechny buňky chordy exoplasmatické pouzdro.

Tkáň chordy posledně jmenovaných teleosteí má často jen nepatrné neb žádné vacuoly v buňkách a úplně připomíná na nějakou epithelialní tkáň.

Vyjma u Syngnatha, Hippocampa a Lophia nacházíme všude vyvinutý „chordastrang", obyčejně jest však týž stavěn pouze z vláknitých buněk. Provazec homogenní hmoty, jaký jsme u Ophidia popsali, jest asi vzácnějším zjevem; pouze ještě u úhoře nalezli jsme, že jest něco podobného naznačeno. „Chordastrang" teleosteí jest vždy na průřezu okrouhlý (u Cobitis fossilis viděl jsem jednou též hvězdovitý „chordastrang"), nikdy není však týž deskovitý, jak jsme to u ganoidů a selachií byli nalezli.

Vedle t. zv. „chordastrangu" vyskytuje se u mnohých teleosteí zvláštní septa v chordě, „chordální septa", analogicky jako onen z protažených homogenních buněk tvořená.

U Selachií pozorovali jsme, že tkáň chordy může v dospělém stavu mizet, utvořují se tu v chordě častěji dehiscencí dutiny, následkem čehož tkáň chordální tvoří jen povlak na vnitřní straně obalů chordových a obratlů. Dutiny ty jsou tvaru nepravidelného a liší se tak od oněch pravidelných dutin, které u teleosteí často nalézáme.

U Syngnatha a Hippocampa, kde poměry jsou skutečně velice primitivní,*) jest prostora mezi obratly úplně vyplněna buňkami stejné asi velikosti, tvořícími parenchym jakýsi. „Chordastrang" schází úplně. Úžina obratle vyplněna stlačenými buňkami. I u ostatních teleosteí schází v mládí chordastrang, prodělávají tudíž všichni stadium „lophobranchiové", jak je tu provisorně nazvat můžeme. Cartier [75.] na př. na své Taf. IV., Fig. 5. kreslí podobné poměry od Salmo salar.

U Anguilly (dospělé), Belone, Cepoly a j. vidíme, že objevuje se chordastrang, jak jsme jej byli dříve na příslušném místě popsali.

---

*) Ono nedifferencované plasma buněk s jádry v něm skrytými, o němž byla již dříve řeč!

Úžina obratle jest tu vyplněna buď kompaktní tkání chordální neb stlačenými vacuolisovanými buňkami.

Dalším postupem vývoje jest objevení se tak zvaných „Chordasept.“

Zajímavé stadium z fylogenese tohoto pochodu nalezl jsem, zdá se mi, u druhu Pagellus erythrinus. V normálním jinak „chordastrangu“ jsou uprostřed asi mezi oběma úžinami obratlovými, v rovině vedené místem dotyku obou těl obratlových, některé vláknité buňky postaveny kolmo na ostatní, a tvoří tak nevelkou k periferii chordy nikterak nedosahující destičku, začátek septa. V úhlu mezi deskou touto a chordastrangem leží zde veliké buňky s obalem a bez vacuol. U celé řady jiných ryb jest system takto postavených vláknitých neb jindy jen málo protažených buněk mohutnější, a jimi utvořená deska sahá až zcela blízko k intervertebrální periferii chordy, na kteréžto samotné jest ve všech případech partie vacuolisované tkáně chordální zachována. Toto septum, „Chordaseptum“ dle Ebnera, dělí meziobratlovou část chordy přesně na dvě polovice. Tvoření se „chordasepta“ snad vždy provázeno jest tvořením se dutin v chordě a jak se zdá částečně i podporováno tímto; jen ve svrchu zmíněném případě u Pagella nenacházím žádné dutiny.

Objevování se dutin v chordě pozoroval jsem u štiky na jednom malém asi $1^1/_2$ *dm* dlouhém exempláru. Podélný řez chordou tohoto nakreslený na Tab. II., obr. 9., znázorňuje nám téměř schema chordy vyšších teleosteí. Vidíme zde v centrum chordy, proud podélně protažených buněk — základ „chordastrangu“ (Chs.), intervertebralně protaženy jsou zde buňky kolmo na směr chordy, čímž založena jsou chordální septa (Chsp.). Vertebrálně kde dosud v tomto případě chorda není nikterak zaškrcena, jelikož obratel jest posud sotva založen, vidíme prvý počátek později veliké dutiny chordální (Chh.).

Tato „Chordahöhle“ zakládá se, jak vidíme, jednotně pro celou vertebrální část chordy, a sice jakožto skulina objímající celou periferii chordy v dotyčných místech; jen málo vrstev buněk tvoří zevní stěnu této dutiny. Pouze v nejpřednější části chordy schází, jak mé praeparaty (podélné řezy) ukazují, „chordastrang“, i septa, a celá chorda jest tu stavena z velikých tenkostěnných buněk, které mají zvlášť velká jádra.

Dle popisu Ebnerova [96, Taf. I, Fig. 1.] nacházíme u dospělé štiky z celého tkaniva chordy hlavně jen ona chordasepta, na něž malé čípkovité zbytky „chordastrangu“ nasedají, zachována, jinak jen malá na intervertebrální periferii (kraji septa) se nacházející partie chordál-

ního vacuolisovaného tkaniva jest zachována. Vše ostatní jest zde velikými, zevně vláknitými buňkami vystlanou dutinou zatlačeno. Mezi obratly jsou zde dvě oním septem oddělené dutiny, prostřednictvím úžiny obratlové kommunikují sousední dutiny chordální.

U druhů Trigla hirundo a Carassius auratus a Scorpaena porcus nacházím asi tytéž poměry jako u štiky; zejména u posledního druhu jsou zbytky „chordastrangu" pranepatrné. Jinde jako u pstruha [Kölliker 64, Taf. XV., Fig. 14.] jsou „chordastrangy" úplně zachovalé a jsou napjaty volně v dutině chordální od jednoho septa ke druhému.

Některé rozdíly jsou ve stavbě „chordasepta"; tak na příklad jest toto u Carassia a Cepoly z velkých pěkných, obalem exoplasmatickým opatřených buněk staveno, kdežto u štiky, Trigly a Scorpaeny pouze z vláknitých z části jako zrohovatělých buněk sestává.

Dutina chordální zakládá se, jak jsme poznali, vertebrálně a sice asi uprostřed délky obratle. Někdy zůstane na toto místo omezena a zatlačí zde tkáň chordální v celé šířce chordy; tak si vysvětliti můžeme ony případy, kde v celé chordě pouze ve vertebrální úžině a jejím sousedství nacházíme dutinu chordální.

Něco zcela zvláštního nacházím u druhu Arnoglossus lanterna; chordastrang odlupuje se tu od ostatního tkaniva a vzniká tudiž skulina kolem něho. Ze ztuhlých vláknitých buněk tvoří se nový obal kolem ní a pak nová skulina zevně od tohoto dělící jej od ostatní normální tkáně. Máme zde několika pochvami obdanou centrální dutinu chordální, v níž chordastrang probíhá, a sice souvisle i skrze úžinu obratlovou do ostatní páteře. U Rhodea soudě dle vyobrazení Ebnerova 96, Taf. IV, Fig. 19, jest něco přibližně aspoň podobného; „chordastrang" však jesť zde jen na prostředek intervertebralní chordy omezen.

Právě vypočítané různé typy vnitřní stavby chordy dorsalis teleosteí poznali jsme ze studia jen několika málo forem z ohromného množství druhů této nejčetnější třídy ryb. Na úplnost nečiní popis náš ovšem žádné nároky; jest možná, že popsané poměry, zejmena ony týkající se dutin v chordě, varirují, snad i na tomže exemplaru na různých místech páteře, leč na tom nám nezáleželo. Chtěliť jsme podati jen některé ukázky z velkého bohatství různých forem. Detailní udání o tom neměla by snad pro morfologii ani tak velkou důležitost, ježto teleostei leží stranou v řadě vývoje obratlovců.

Dipnoi. U dipnoí má tkanivo chordální, pokud na svém materialu mohu poznati, zcela zvláštní povahu, a zdá se mi, že jest dle

téhož typu staveno jako ono teleosteí. Septa mezi velikými vacuolami jsou dosti silná, a jak se zdá, velmi tuhá, struktura jich jest zejmena u Ceratoda vláknitá. Jádra jsou nápadně veliká, kulatá a leží na septech. Nějaké jemnější plasma jsem sice nemohl kolem jader nalézti, myslím však jen vinou konservace. Chordaepithel jest velmi vysoký též s velikými jádry, „chordastrang" znatelný, ne příliš silný. Retzius [81, Str. 98.] popisuje ve své práci chordu Protoptera; praví o ní: „Die Zellen sind von einander durch ein verzweigtes, balkig aussehendes Gewebe getrennt." Na svém vyobrazení Taf. V., Fig. 13. kreslí též onu rozvlákněnou hmotu mezi buňkami; obraz jeho připomíná poněkud naše vyobrazení Obr. 9, Tab. II. (štika) a ona hmota není snad ničím jiným, nežli rozvlákněným exoplasmatem, jehož hranice Retzius byl přehlédl. My sami podobné obrazy na našich praeparátech jsme nenalezli, snad proto, že jsme zkoumali jen kaudální chordu, a to od malého jen exempláru tohoto druhu.

Amphibia. Chorda jest zde stavena dle téhož typu jako u Cyclostom neb Ganoidů. U Amblystomy [Tab. I., Obr. 24.] jsem mohl snadno tenkou vrstvu nedifferencovaného plasmatu kol vacuoly a částečně do ní ponořená jádra pozorovati. Chordaepithel jest tu vždy sploštělý, „chordastrang" schází. I buňky chordaepithelu jsou zde plasmatickými komunikacemi navzájem spojeny, a dokonce i na jich zevní ku obalům chordálním obrácené straně nacházíme podobné plasmatické výběžky [Tab. I, Obr. 23.]. Larvy anur (Rana, Bufo, Pelobates, Bombinator) jakož i Tritona a Salamandry mají stěny buněk chordálních neobyčejně tenké, tak že podrobnější studium stavby chordy zejmena u prvých jest naprosto nemožné; dá se předpokládati, že nebudou tu asi žádné důležitější úchylky od způsobu stavby chordy, jak jsme tuto u Amblystomy nalezli.

U ***Amniotů*** hraje chorda, jak známo, výhradně v době embryonální důležitější roli, později bývá zatlačena vyvinujícími se obratli a pouze mezi nimi zachovává se části tkaniva jejího ve silně změněné formě. Zanikání chordy speciálně u ssavců popsali mimo jiné Löwe [79.] a Kölliker [74.].

Stavba chordy u embryonů jeví jisté zvláštnosti; chordaepithel jest naznačen, nikdy však, pokud mi známo, nějaký „chordastrang". Obr. 30. na Tab. I. znázorňuje část pletiva chordy od 1 *cm* dlouhého embryona kuřete. Buňky mají veliké vacuoly; plasma, v němž jsou jádra uložená, jest jemně granulované, hranice jednotlivých buněk nejsou však dosti zřetelné. Kölliker [79.] podává podobné obrazy od kuřete Fig. 247 a od kočky: Fig. 253. Ranvier popis: 88. str. 256.

Přehled: 1. Nemáme-li zřetele k Tunicatům a Amphioxu, jejichž chorda se dá jen s prvním embryonálním stavem chordy craniotů srovnávati, nalezli jsme při svých výzkumech, že se chorda skládá všude ze dvojího druhu buněk: Na periferii chordy leží vrstva na plasma bohatých buněk tak zvaného „chordaepithelu", činností jejich tvoří se jednak obaly chordální (Ebner 97.), dělením jich množí se při vzrůstu chordy buňky tkaniva jejího. Tyto poslední, vlastní to buňky chordální, obsahují de norma velkou vacuolu, čirou tekutinou naplněnou. Buňky v centrum chordy ležící jsou, jak z tohoto od periferie vycházejícího způsobu vzrůstu jest jasno, nejstarší.

2. Tak zvaný „chordaepithel" jest u Cyclostom a Ganoidů vysoký cylindrický, u Selachií, Teleosteí a Amphibií většinou plochý, dlaždicovitý. U Selachií a Teleosteí může v dospělém stavu, kdy tkáň chordy asi přestala vzrůstati, též scházeti. Buňky jeho nejsou vacuolisované.

3. U Cyclostom, Ganoidů, nižších Selachií, některých Teleosteí a u Amphibií, jest plasma v buňkách chordálních vacuolou, vnitřek jich zaujímající, na periferii zatlačeno, a tvoří tu jen zcela tenkou vrstvu. Obyčejně jest ztuhlé, pročež bylo od většiny autorů nesprávně za nějakou blánu buněčnou (jaká tu však vůbec neexistuje) považováno. Jádra leží buď ve vrstvě plasmatu (Syngnathus), obyčejně však na vnitřním povrchu jejim. (Normální tkáň chordální — Blasiges Chordagewebe).

4. U většiny námi zkoumaných Teleosteí a jak se zdá, i u Dipnoí tvoří v buňkách chordy ztuhlé plasma (exoplasma) obal kolem vnitřního živého plasmatu (endoplasmatu) obsahujícího jádro i — obyčejně menší — vacuolu, která mnohdy i zcela scházeti může. (Kompaktní tkáň chordální).

5. Zcela odchylný jest způsob stavby chordy u dospělých exemplářů některých vyšších Selachií, jak jsme jej na str. 15. byli popsali. Zde tvoří septum mezi dvěma vacuolami jediná tenká blána.

6. Buňky v periferních částech chordy jsou obyčejně kulaté; v centru, kde nacházíme nejstarší buňky, jsou tyto obyčejně silně do délky protažené (Ebnerovy Chordafaserzellen), „stěny" jich jsou tlustší a vacuola menší, neb mizí úplně. Řídčeji nacházíme, a to jen na některých místech chordy, na celém průřezu této vláknité buňky, často i buňky s několika výběžky. (Petromyzon na př.; srovnej str. 12.).

7. Pevný provazec, který prodloužením a ztuhnutím buněk v centrum chordy vzniká, jest t. zv. „chordastrang", jest buď válcovitý (někdy hvězdovitý) (Petromyzon, Myxine, Teleostei atd.) neb na průřezu sploštělý; v posledním případě stojí buď kolmo ve tkanivu chordálním

(nižší Selachii) neb horizontálně (na př. Acipenser). U Syngnatha, Hippocampa, Lophia, vyšších Selachií a Amphibií schází chordastrang vůbec. Ve vývoji jedince začíná se dosti pozdě v postembryonální době objevovati, a nemá patrně pražádný význam fylogenetický. Jest to pouze nejstarší část tkáně chordální, která začíná na tomto místě zanikati a sice, jak jsme byli ukázali (str. 13. a 22.), processem upomínajícím na zrohovatění.

8. Mimo „chordastrang" nacházíme u některých Teleosteí kolmá, z pevnější tkáně budovaná septa v intervertebrální partii chordy (Chordasepta).

9. U Cyclostom, Chimaery a chrupavčitých Ganoidů zůstává tkáň chordy celkem všude nezměněná, u Selachií, Teleosteí jest obratly na určitých místech zaškrcována, a pozorujeme na místech těch pak zanikání tkáně, do níž mimo to, jak uvidíme, často vniká chrupavka z okolí (u Selachií). U vyšších Amphibií a Amniotů podlehá, jak známo, chorda téměř úplně tlaku obratlů.

10. Tkáň chordy samotná zaniká často u nižších živočichů, aspoň místy, a tvoří se pak dutiny v chordě. Nepravidelné dehiscence tkáně nacházíme u vyšších Selachií, pravidelné dutiny chordální u velmi mnohých Teleosteí. U těchto zbývá často z celé tkáně pouze chordastrang a chordasepta v chordě. To co Lwoff a jiní v centrum chordy Cyclostom a Ganoidů považují za normální dutinu, jest artefakt podmíněný konservací.

3. O poměrech na hranicích buněk chordálních.*)

V posavádním našem popisu tkaniva chordy dorsalis nezmínili jsme se podrobněji o velmi zajímavých poměrech, které nacházíme tam, kde dvě sousední buňky na sebe hraničí. Jediné, co jsme vytkli, bylo, že hranice buněk jsou, vyjma případy, kde stěny mezi vacuolami jsou příliš tenké, všude zřetelné; dále pravili jsme, že na povrchu buněk ani prvého ani druhého typu nevidíme žádné na venek vyloučené blány buněčné.

Buňky chordální, jak jsme je na př. v kaudální chordě Petromyzonta mohli pohodlně studovati, jsou skutečně nahé a jest zají-

*) Pod titulem „Ueber das Vorhandensein von interzellularen Verbindungen im Chordagewebe" zaslal jsem předběžnou zprávu o svých výzkumech tohoto thematu se týkajících do časopisu „Zoologischer Anzeiger".

mavo, že plasmatická jich těla jsou navzájem více méně jemnými kommunikacemi spojeny.

Jemnější poměry na hranicích buněk jest možno ve pletivu prvého typu poměrně velmi obtížně a jen silnými zvětšeními pozorovati, velmi zřetelně za to vidíme je i při slabším zvětšení u některých Teleosteí v kompaktním tkanivu chordálním; a zde též byly poprvé poměry ty a sice Ebnerem objeveny.

Ve svém pojednání o chordě Teleosteí popsal Ebner [96.] u štiky pode jmenem „Chordastachelzellen," jak se domníval, zvláštní typ buněk, které dle jeho popisů*) a vyobrazení jemnými ostnovitými výběžky jsou opatřeny, kteréžto navzájem se dotýkají. Ebner nazývá buňky ty epidermoidálními, jelikož upomínají na buňky v epidermis, u kterých již před delší dobou Max Schultze [64.] podobný „ostnitý" povrch poprvé objevili a později Bizzozero [71.] též přímé spojení oněch ostnů, kommunikace intercellularní, pozoroval.

Před nedávnem dokázal Barfurth existenci podobných kommunikací i pro buňky epithelií zažívací roury a pro hladké svaly. Jelikož mimo to od moderních botaniků, zejmena od Tangla, Gardinera a jiných byly podobné poměry i ve pletivech rostlinných objeveny, musíme předpokládati, že ony intercellulární můstky mají pro život jednotlivých pletiv zvláštní význam.

Při svém studiu tkaniva chordálního mohl jsem nejprvé jen nálezy Ebnerovy potvrditi, a domníval jsem se zprvu, jako on, že tu mám jen zvláštní podivný typ buněk před sebou, teprve později, když jsem pomocí silného zvětšení**) své praeparaty revidoval, nalezl jsem, že jedná se o zjev, který jest patrně vůbec pro tkanivo chordální význačný.

Kdežto Ebner prováděl výzkumy své na dospělých exemplárech štiky, byl mi k disposici jeden malý asi $1^1/_2$ *dm* dlouhý kus této ryby, na jehož chordě jsem nálezy Ebnerovy mohl kontrolovati. Buňky chordální, o které se jedná, mají silný obal exoplasmatický, a od tohoto, jak vidíme na praeparátech, vycházejí můstky ku sousedním buňkám. [Tab. II., Obr. 10.].

---

*) l. c. Str. 19.: „Gegen das Septum und die Wand der Chordahöhle geht nun dieses blasiges Chordagewebe eine sehr merkwürdige Veränderung ein. Die Zellen verlängern sich, die Zollwände werden dicker und nehmen eine deutlich faserige Structur an. Zugleich zeigen die faserigen Zellwände an ihrer Oberfläche deutliche Stacheln, wie die Zellen der Stachelzellenschicht einer Epidermis, durch welche die benachbarten Zellen mit einander zusammenhängen. [Fig. 14. 15 u. 16].

**) Reichertovou immersi $^1/_{18}$. majetkem to botan. ústavu české university.

Prostora mezi oněmi můstky, jichž pravou povahu později na jiném objektu poznáme, jest patrně lymfou vyplněna.

Exoplasma buněk jest, jak již Ebner udává, silně rozvlákněno, a zdá se mi, že vlákna jeho probíhají skrze ony můstky z jedné buňky do druhé na podobný způsob, jak byl Ranvier [79.] pro buňky epidermoidalní byl dokázal. Vlákna ona barví se poněkud silněji na praeparátech než ostatní plasma, a při slabém zvětšení, kdy hranice buněk nejsou znatelné, zdá se, že jde tu o vláknitou základní hmotu mezi buňkami.

Ebner popisuje zvláštní plasma a i jádra,*) obsahující kulaté elementy v některých těchto „Chordastachelzellen". Jedná se tu patrně o dělení plasmatu uvnitř mateřské buňky, což, jak na jiném místě jsme připomenuli, o zvláště veliké životní činnosti oněch buněk svědčí. Na svých ze mladého exempláru pocházejících praeparátech nenalezl jsem nikdy takové obrazy, jako je Ebner na své Taf. IV., Fig. 14, 15 kreslí; vnitřní buňky viděl jsem jen v řídkých případech a tu ještě nikdy tak určitě, jak onen autor na svých dospělých exemplárech.

Bližší poměry oněch kommunikací intercellulárních mohl jsem daleko lépe, než-li u štiky, u druhu Belone acus studovati. U této ryby, podobně jako u některých jiných, mohl jsem na velice jemných kommunikacích mezibuněčných, asi uprostřed každé jednotlivé z nich, malé haematoxylinem tmavě se barvící uzlíky pozorovati, [Tab. I., Obr. 17, 27]. Jest zajímavo, že jak Kienitz a Gerloff [91.] dokázali, mají podobné uzlíky i ony intercellulární můstky pletiv rostlinných ve svém průběhu.**) Jinak existuje důležitý rozdíl mezi intercellulárními kommunikacemi rostlinnými a živočišnými; u oněch jedná se o sku-

---

*) l. c. Str. 33. „Elemente höchst eigenthümlicher Art sind die faserig differenzirten und mit Stacheln versehenen Zellen der Hechtchorda, welche in ihrem Inneren mit besonderen Membranen versehene Blasen einschliessen. Wie diese Elemente entstehen ist unbekannt; es wäre möglich, dass die Wände einer Reihe von vacuolisirten Chordazellen sich verdicken und dann faserig differenziren und endlich secundaer neuerdings homegene Membranen um die einzelnen Zellen bilden; wahrscheinlicher aber ist es, einzelne Zellen zu faserigen Stachelzellen umwandeln und dann secundaer der Protoplasmakörper im Inneren sich ein oder mehrmals theilt, worauf um die Theilstücke, nach Vacuolisirung derselben, sich neuerdings Membranen bilden, wie sie bei typischen Chordazellen auftreten."

**) Za upozornění na botanickou literaturu o těchto můstcích jednající, jsem panu dru Lad. Čelakovskému jun. a dru Boh. Němcovi zvláštními díky zavázán.

tečné plasmatické můstky, kdežto v našem případě u chordy, jak jsem se podrobným studiem Belony a zejmena Syngnatha přesvědčiti mohl, jsou buňky spojeny celým systemem sept, rozdělujících mezibuněčnou „skulinu“ na veliké množství vacuol. Poměry ty není ovšem jinak nežli na parallelně s povrchem buňky vedených řezech možno poznati; neboť na řezech příčních dělají místa, kde septa ona se stykají, dojem skutečných můstků plasmatických. Na našem vyobrazení obr. 28, tab. I., jsou poměry ty kresleny od Syngnatha, kde jsou velice zřetelny; zde zároveň vidíme ony uzlíky, které v tomto případě vlastně toho jména ani nezasluhují; jsou to zde spíše destičky jakési v oněch septech pravidelně rozdělené. Obraz 15 b, tab. I., znázorňuje poměry ony od Petromyzonta, obr. 29 b od Myxine.

Vše, co jsme dosud o mezibuněčných kommunikacích v chordě pravili, shoduje se zvláštním způsobem s poměry, jak je byl minulého roku F. E. Schulze [96.] z epidermis popsal. O domnělých můstcích mezi buňkami epidermoidálními poznal tento odborník na příhodném materiálu též, že nejsou ničím jiným, nežli stěnami jakési intercellulární vrstvy malých vacuolek. Jeho fotografie živých buněk z pokožky larev žabích, které ku své práci přidává, ukazují existenci takovéto vrstvy velice zřetelně.

Jedná se o to, máme-li zde přímé spojení plasmatu dvou sousedních buněk před sebou neb pouhý kontakt těchto. Přijali-li bychom výklad prvý, byla by velice na snadě myšlénka považovati celé tkanivo chordální za jediný celek plasmatický, v němž by byly uloženy pravidelně veliké vacuoly a v plasmatických septech mezi nimi vrstvy malých vacuol. Výklad takový upomínal by velice na starou Heitzmannovou theorii o continuitě plasmatu v těle živočišném. Jest však jisto, že ani pak, kdybychom byli nuceni uznati přímé spojení sousedních těl buněčných, nebylo by to důkazem proti cellulární theorii. Jednotlivé celky plasmatu — buňky — zachovávají všude svou samostatnost a jsou dle možnosti soustředěny kolem jich jádra, pokud tomu okolnosti — v našem případě vacuola — nebrání. Právě v chordě, ač jest tu plasma, jak jsme ukázali, na tenkou jen vrstvu omezeno, vidíme krásně, kterak tu vzdor tomu zachovává každá buňka svou individualitu. Existují ostatně tkáně takové, ve kterých s moderním stupněm vědy obeznámený odborník nemůže předpokládati kontinuitu plasmatu ve smyslu onoho dávno právem odmítnutého učení; jmenuji na příklad jen hyalinní chrupavku. Nesmíme konečně zapomínati, že kde takovéto přímé kommunikace mezi buňkami nacházíme, vyvinuly se tyto sekundárně, jak se o tom můžeme přesvědčiti, všimneme-li si poměrů

v prvých dobách vývoje toho kterého živočicha. Jest ostatně velice pravdě podobno, že se nám tu v domělých kommunikacích v chordě jedná jen o kontakty buněk; snad označují nám ony uzlíky na kommunikacích místa kontaktu, kde soudě dle reakce jejich, jest vložena mezi plasma sousedících buněk nějaká jiná hmota.

Podařilo se mi nalézti ony kommunikace mezi těly jednotlivých buněk chordálních v celé řadě obratlovců, též tam, kde vrstva ztuhlého plasmatu kolem buněk jest tak tenká, že autoři pochybovali o tom, zda stěna mezi vacuolami sestává ze dvou blan. Ovšem v takové chordě (na př. Acipensera) nepodaří se nám je nalézti ihned všude, nýbrž musíme déle hledati, než najdeme příhodná místa, obyčejně tam, kde se více buněk stýká, na blízku „chordastrangu“ neb v kaudální chordě (Petromyzon!) Jinak musí se zkoumání díti jen nejsilnějšími homogenními immersemi a za zvláště příznivého osvětlení.

Zřetelně pozoroval jsem podobné můstky, které dle povahy tkaniva chordálního jsou hned krátké a tlusté, tak že skuliny mezi nimi upomínají přímo na vacuoly, [obr. 15, 28, tab, I.], hned dlouhé jakoby vláknité [tab. I., obr. 14, 17, 26] u druhů Myxine glutinosa [tab. I., obr. 29a], Petromyzon fluviatilis [tab. I., obr. 15a], Acanthias vulgaris, Chimaera monstrosa, Acipenser sturio [tab. I., obr. 25], Syngnathus sp. [tab. I., obr. 28], Belone acus [tab. I., obr. 17, 27], Esox lucius [tab. II., obr. 10], Ophidium barbatum, Anguilla fluviatilis, Arnoglossus lanterna, Trigla hirundo [obr. 26], Pagellus erythrinus, Carassius auratus, Lophius piscatorius a Amblystoma mexicanum [tab. I., obr. 23, 24]. Jsem přesvědčen, že i tam existují, kde se mi pro tenkost „stěn“ buněk chordálních, vzdor nejsilnějším zvětšením, jichž jsem při zkoumání svém použil, pouze skuliny mezi jednotlivými buňkami podařilo objeviti, tak u Hexanchus griseus, Scyllium canicula, Polypterus senegalus, Ceratodus Forsteri, Protopterus annectens.

Někdy jest velice těžko jemnější detaily ve stavbě chordy na hranicích buněk rozřešiti; zdá se nám, že tyto jsou od sebe pouze ostrou temnou linií odděleny [tab. I., obr. 11. 12]; teprve při dosti silném zvětšení poznáme, že linie ta tvořena jest řadou teček — dotyčných uzlíků na kommunikacích. Tak na př. dlouho nemohl jsem poměry u dospělého úhoře, u mihule, Carassia a Pagella rozřešiti. Jindy zdá se nám, jakoby buňky byly na svém okraji ozubené, a jednotlivé zuby jakoby do sebe zasahovaly jako to vidíme u ozubených kol. [Tab. II., obr. 8.]. I tyto obrazy podaří se rozřešiti jakožto zdánlivé, a tam, kde se nám to nepodaří, můžeme předpokládati, že vinou konservace neb jinak jsou poměry poněkud změněny. Jediné u vyšších

selachií, kteří mají, jak jsme se na str. 15. zmínili, vacuoly v chordě jen tenkými blanami od sebe oddělené (Squatina, Torpedo, Raja, Alopias), jest stěna tato vskutku jednoduchá; zdá se však, že nepředstavuje nám původní plasmatické stěny vacuol, které by tu snad splynuly, nýbrž nějakou látku, která se na hranici jejich původně vyloučila a pak, když plasma buněk bylo zaniklo, samotná zůstala. Jest zvláštní aspoň, že proděravělá membrana ona se barví haematoxylinem; právě tak chovají se, jak známo, ony uzlíky na intercellulárních kommunikacích.

U buněk prvního typu vycházejí ona kommunikační spojení ovšem přímo z nedifferencovaného plasmatu [tab. I., obr. 15a, 28], u oněch s exoplasmatickým obalem vycházejí z exoplasmatu [tab. I., obr. 14, 17k], svědectví to přímé, že ono exoplasma jest částí těla buněčného a žádnou z něho na venek vyloučenou blanou.

U buněk typu druhého (v kompaktní tkáni chordální) jest, jak bylo řečeno, plasma často silně rozvlákněné, u buněk typu prvého jest však, jak se zdá, až na velmi vzácné vyjimky plasma úplně homogenní a to, co bychom v posledním druhu buněk za strukturu plasmatu považovati mohli, ona vláknitá struktura plasmatu buněk Myxiny, Petromyzonta neb Mustela, kterou popisuje na př. Retzius [81, Taf. V., Fig. 2], dá se vyložiti existencí oné vrstvy vacuolek na hranici buněk. Tam kde struktura ona jest areolární, a takovou vidím na př. u Syngnatha [tab. I., obr. 28a, na pravo] nebo Scyllia, jest to snadno pochopitelné, kde jest stěna vacuoly zdánlivě vláknitá, jako to na příklad u Myxiny lehce můžeme pozorovati, dá se to vyložiti tím, že vacuoly jsou v řadách uloženy. Náš obr. 29b, tab. I., znázorňuje schematicky poměry u Myxiny, jak si je představuji, vedlejší obraz 29a znázorňuje mezibuněčné kommunikace na příčním řezu.

Tkanivo chordální upomíná neobyčejně na nějakou tkáň epithelialní, specielně na pokožku, Nehledíme-li k tomu, že vzrůst jeho děje se Malpighické vrstvě odpovídajícím „chordaepithelem“, a že centrální, povrchu odpovídající část jeho podlehá processu na rohovatění upomínajícímu, o čemž všem bylo v předešlé kapitole promluveno, jest to i existence zvláštního exoplasmatu, které rovněž tak, ba ještě silněji než ono v buňkách epidermoidálních, může býti rozvlákněno. Poměry na hranicích buněk, zejmena však ony kommunikace mezibuněčné jsou v obou tkanivech naprosto tytéž. Buňky epidermis nemají sice takové vacuoly jako buňky chordální, ale i tu vídáme častěji též v chordě Teleosteí na některých místech velkobuněčnou tkáň, téměř bez vacuol.

Chorda dorsalis jest, jak způsob jejího vzniku nás poučuje, přímým derivátem epithelií, ať již meso- nebo entodermu, histologická stavba její jest též celkem tatáž jako u všech epithelii.

II. O tak zvané chrupavce chordální.

I. Tkáň chordy a chrupavka parenchymová.

Častokráte bylo již v odborné literatuře na velkou podobnost tkaniva chordálního s některými formami chrupavky a sice oněmi, v nichž mimo pouzdra buněčná (Knorpelkapsel) žádnou, neb jen málo, základní hmoty spatřujeme,*) poukázáno.

Již Theodor Schwann ve svém klassickém pojednání [39.], v němž poprve dokázal shodnost ve stavbě tkáně živočišné a rostlinné, připomíná nám, že chorda jest dle podobného asi typu stavena jako chrupavka larev žabích a různé parenchymy rostlinné. Po něm vřadil Johannes Müller [55.] chordu do příbuzenstva chrupavky; podobně považuje z předních histologů Kölliker ve své příruční knize histologie [89.], dokonce i v nejnovějším vydání jejím, chordu přímo za „chrupavku bez základní hmoty“.

Nám, kteří jsme přišli ku poznání, že buňky chordy nevylučují kolem sebe žádné blány, která by se s pouzdrem buněk chordálních dala porovnávati, nepřipadne ovšem na mysl chordu za chrupavku považovati; ovšem jest však vysvětlitelno, že došli k onomu náhledu autorové dřívější, kteří považovali stěny vacuol pouze za membrany buněk, jichž plasma zmizelo neb na minimum redukováno bylo. Ostatně i mnozí z těch odborníků, kteří v poslední době studiem chordy se zabývali, [Retzius, Lwoff, Ebner], došli, ač jinak neměli zcela správné ponětí o stavbě chordy, k náhledu, že tkáň chordy jest přece od chrupavky odchylná, ba jeden z nich, Lwoff [87.], tvrdí přímo, že tkáň ta nemá s chrupavkou pranic společného. Ačkoliv ovšem s tímto posledním náhledem jmenovaných odborníků souhlasíme, nejsou přece důvody jednotlivé, které proti chrupavkové povaze uvádějí, nikterak správné.

Tvrdí-li na příklad Retzius [81.], že tkáň chordy proto není chrupavkou, že membrány buněk nedávají zde reakci na chondromucín, dá se proti tomu namítnouti, že tak zvaná žlutá chrupavka cyclostom,

*) Zellenknorpel Joh. Müllera, Parenchymknorpel Rolletův, Knorpel ohne Grundsubstanz dle Köllikera.

kterážto přece jest jinak skutečnou chrupavkou, onu reakci též nedává. Proti Lwovovu důvodu, ve kterém se klade na to důraz, že tkáň chordy nemá žádné základní hmoty mezi jednotlivými buňkami, dá se namítnouti, že v některých chrupavkách též takovou nevidíme, a že naopak v chordě a sice mezi buňkami chordaepithelu se někdy může vylučovati, jak doleji se o tom chceme zmíniti. Třetí důvod proti dotyčné povaze chordy, že totiž nemůže býti chrupavkou, jelikož jest původu epitheliálního, dá se též lehce vyvrátiti; neboť právě v chordě samé, jak ukážeme, vyvinuje se, vzdor jejímu původu, na určitých místech z pravých chordových buněk (chordaepithelu) chrupavka hyalinní.

Myslím, že o poměru tkáně chordální ku chrupavce není třeba dále mluviti; způsob stavby chordových buněk bez blány buněčné s kommunikacemi mezibuněčnými s velkou vacuolou neb jindy s differencovaným plasmatem, nedopouští naprosto, abychom přijímali příbuznost těchto dvou tkání.

Zajímavé jest ono již dříve připomenuté faktum, že vzdor tomu všemu, co jsme o různosti obou tkaniv byli uvedli, přece ve mnohých případech nachází se uvnitř chordy chrupavka. Již starším autorům byla okolnost ta známa, avšak utvrzovala je jen v jejich domnění o blízké příbuznosti obou tkání. Studujeme-li sami stavbu chordy v tomto ohledu, musíme především vyloučiti všechny ony případy, kde se jedná jen o chrupavce zdánlivě podobnou tkáň, jakou jest na příklad ono námi popsané kompaktní tkanivo chordy Teleosteí; avšak i pak, když jsme tak byli učinili, zbudou mnohé případy, kde musíme doznati přítomnost pravé, haematoxylinem modře se barvící, hyalinní chrupavky s pouzdry buněčnými (Knorpelkapsel) a i s charakteristickým pro chrupavku spořádáním buněk uvnitř chordy.

Na dvojí způsob jest možno vykládati si přítomnost hyalinní chrupavky v chordě; buďto vyvinula se in loco ze tkáně chordální, aneb vznikla z okolí, z obalů chordálních neb oblouků obratlových. Posledním způsobem rádi by vyložili někteří [Lwoff 87., Zykoff 93.] všechny případy intrachordální chrupavky, tvrdíce, že tkáň chordy jakožto orgánu původem svým epitheliálního, nemůže se měniti v některou formu podpůrné tkáně. Je-li tvrzení autorů těch oprávněno, o tom promluvíme si v následujícím oddílu práce naší; předem chceme však pokusiti se o kritickou revisi různých udání z literatury, oné chrupavky chordální (Chordaknorpel) se týkajících. Uvidíme, že vlastně případů takových, kde by byl vznik chrupavky ze samotné chordy dokázán, jest velice málo.

2. Kritický přehled udání z literatury, týkajících se tak zvané chrupavky chordální.

První snad udání, týkající se domnělé přeměny tkaniva chordy dorsalis ve chrupavku, nacházíme v Köllikerově pojednání o kaudálním konci páteře některých ganoidů [60.] U Polyptera tvořena prý jest tato část chordy „aus einem echten hyalinen Knorpel mit kleinen Höhlen" a též u Lepidostea jest prý „Chordastrang stellenweise aus hyalinem Knorpel gebaut". Divím se, že toto staré udání, které se zakládalo na omylu při makroskopickém vyšetřování, dosud se cituje, tak na příklad od V. Schmidta [92.]. Sám jsem se mohl na podélných řezech kaudální partie chordy od Polypterus senegalus přesvědčiti, že chorda jest tu všude zachovaná, třeba že poněkud ztenčená.*) Jest pouze obalena silným válcem chrupavkovým, který vznikl z části z axiální skeletogenní tkáně, z části též i přeměněných obalů chordálních.

Důležitější jsou pro nás udání Gegenbauerova [62.], týkající se různých Amphibií a Reptilií. Gegenbauer nalezl u druhů Menobranchus lateralis, Amblystoma mexicanum, Menopoma sp., Salamandra maculata, Coecilia, Lacerta agilis a Phyllodactylus Leucri zvláštní v chordě vždy v krajině mezi těly dvou obratlů ležící massy chrupavčité (Chordaknorpel), které přímo na obaly chordální, na vnitřní jich povrch přiléhají; jsou buď tvaru prstencovitého, a tísní pak chordu tak, že jen úzký ze stlačených buněk tvořený provazec (Funiculus chordae) z ní v dotyčných místech zbývá, neb ve případech jiných tvoří úplná septa chordu napříč přepažující. Dle Gegenbauerových udání vznikla tato chrupavka vyloučením základní hmoty mezi obyčejné buňky chordální, kterýžto pochod má asi jeho Fig. 1, Taf. IV. (Lacerta agilis) znázorňovati. Jak jsem se na př. na Amblystoma mexicanum mohl sám přesvědčiti, nachází se tu skutečná hyalinní, haematoxylinem se barvící chrupavka v chordě, o čemž ostatně již obrazy Gegenbaurovy a Zykovovy nedávají pochybnosti. Jiná otázka jest, zda vznikla skutečně všude intrachordálně. Udání Gegenbauerova nebyla dosud až na malé výjimky kontrolována; v literatuře nacházíme jen stručná udání Fieldova [95.] o Amphiumě, a Ebnerovo [96.] o Tritonu a Salamandře, která svědčí pro chordální původ a Zykovovo [92.], dle něhož vniká chrupavka ze zevnějšku do chordy, leč o těchto později.

---

*) Jest tu tvořena pouze vláknitými buňkami (Chordafaserzellen).

Gegenbauer zmiňuje se ve svém pojednání též o teleosteích, u nichž prý ve velmi častých případech v chordě chrupavčitou tkáň nalézti můžeme.*) Jsem přesvědčen, že toto udání jeho vztahuje se na ono námi popsané kompaktní tkanivo chordální, které se svými exoplasmatickými obaly buněk, zejmena na slabě barvených praeparátech, zcela na hyalinní chrupavku upomíná. [Srovnej náš obr. 6., tab. II.] Skutečná chrupavka v chordě teleosteí, pokud jsem se na řadě mnou zkoumaných forem přesvědčiti mohl, neexistuje.

Od vyjití práce Gegenbauerovy můžeme z litteratury jen poměrně málo a to ojedinělých udání zaznamenati, neboť soustavným studiem chrupavky v chordě, vyjímaje onu v terminálním zakončení její (Chordastab) nezabýval se posud nikdo. Z různých autorů mluví na př. Hasse [92.] na jednom místě o „bujení chordaepithelu a o tvoření se chrupavky tím způsobem“, dále nacházíme jednotlivá udání u Gotteho [75.] a ve Fraisseově práci o Pleurodeles Waltii [82.]. Lwoff [87.], jenž však sám na praeparátech otázku onu nestudoval, vyslovil se v poslední době přímo proti tomu, že by bylo možno, aby chrupavka vznikala z tkáně chordální a domníval se, že vniká spíše ze zevnějšku do chordy: „Der Knorpel, welcher sich in der Chorda befindet, wird nicht, wie Gegenbauer und Goette meinen, von den Elementen der Chorda gebildet, sondern wächst aus dem Perichordalgewebe hinein und zerstört die Chorda“. Správnost tvrzení tohoto snažil se brzy na to Zykoff [92.] studováním poměrů u Amblystomy (Siredon) kontrolovati. Autor tento nalezl sice na svém objektu extrachordální vznik chrupavky, která prý protrženými obaly vniká do chordy, avšak zdá se mi, že obrazy, které podává, nejsou úplně přesvědčivé, a myslím, že bude třeba na tomto objektu celou věc ještě jednou studovati. Zykoff domníval se, že náhled Gegenbauerův o přeměně tkáně chordy ve chrupavku, mohl svého času pouze pod vlivem tehdy panující nauky o mesodermalním původu chordy vzniknouti. Náhodou objevila se však nyní nauka ona v nové formě opět a právě Lwoff jest jejím původcem. Já sám měl jsem sice jen dospělá zvířata jmenovaného druhu, avšak nalezl jsem na nich přechody nejen od extrachordální chrupavky ku chordální, ale též jakési přechody od oné ku tkáni chordální; poměry jsou tu, jak se zdá, velmi komplikované.

---

*) „Die Umwandlung des Chordagewebes in Knorpel, oder vielleicht richtiger die Abscheidung einer reichlicheren Interzellularsubstanz hat eine grosse Verbreitung. Ich habe sie bei zahlreichen Gattungen aus verschiedenen Abtheilungen der Knochenfische gefunden und in mannigfachen Modificatione“. Podobně zmiňuje se i Kölliker [64, Pag. 83.] o chrupavce v chordě teleosteí.

Dle udání Fieldova [95.], vzniká chrupavka chordální, jak on u Amphiumy mohl pozorovati, přece uvnitř chordy; jest škoda, že tento autor nepodal na svých vyobrazeních přesnější doklady pro své tvrzení, neb takto nevíme dobře, která část chordy jest vlastně při pochodu onom zúčastněna.

Vedle Fielda vyslovil se nejnověji i Ebner [96.] proti Lwoff-Zykovovým náhledům, týž uvádí svá pozorování na chordě Tritona a Salamandry jako důkaz proti oněm autorům. V případech těchto jsou obaly chordální zachovány a přece vzniká chrupavka v chordě. Ebner, jako zastance nauky o chordálním původu chrupavky, myslí též, že i poměry u Amblystomy daly by se ve smyslu této vyložiti.

Neshody v těchto udáních o genesi chrupavky v chordě dají se vysvětliti tím, že sice chrupavka v některých případech, jak se o takových též zmíníme, do chordy z okolí vniká, že však ve případech jiných též v chordě samotné vzniknouti může, a to ne sice z obyčejné tkáně chordální, ale za to z chordaepithelu.

Nemáme-li zřetele ku případům Fieldovu a Ebnerovu, — poslední z nich zná již tento druhý způsob genese — které by byly proto důležitější, ježto se tu jedná o úplně vyvinutou chordu v samotném těle zvířete, dokázali to v poslední době někteří autoři na kaudální chordě, která v četných případech, jak jsme již byli pozorovali, poněkud abnormálně se chová.

Již dávno bylo známo H. Müllerovi [64.], že při regeneraci ulomeného ocasu ještěrky regeneruje se chorda v něm páskem, sestávajícím z hyalinní chrupavky. Staré pozorování to opakovali později Fraisse [82.] a Flesch [79.] na amphibiích. Všichni tito autoři domnívali se, že chrupavka ona (Chordastab) nemá s chordou vlastně nic co činiti a že vzniká snad z páteře; teprve Barfurt [91 a—b] dokázal, že se tu jedná o chordu, která se regeneruje ne normální tkání, nýbrž chrupavkou.*) Tou dobou bylo již též známo, že normálně končí chorda u některých zvířat chrupavkou; takové poměry nalezl na příklad Braun [82.] u ptáků a ssavců. Hlavně Victor Schmidt zabýval se v několika pojednáních [91, 92a, 92b**)] systematicky po-

---

*) [91, Pag. 105] „... dass der Knorpel ursprünglich doch mit der Chorda zusammenhängt und zwar in der Weise, dass die Chordaepithelzellen denselben bilden. Es findet also hier nach meiner Anschauung eine ähnliche Umwandlung in Knorpelzellen statt, wie sie Gegenbauer bei der Bildung des Chordaknorpels in der Chorda gesehen hat."

**) V posledním pojednání jeho obsažen jest úplný seznam veliké, otázkou o kaudální chrupavce v chordě se zabývající literatury.

měry v kaudální části chordy, a dokázal, že u celé řady živočichů*) se zde nachází chrupavka a potvrdil Barfurtův náhled o původu této z chordaepithelu a jí podobné embryonální tkáně, jak ve stavu normálním, tak při regeneraci chordy. Hlavním objektem jeho zkoumání bylo Amblystoma, kde jak sám jsem se mohl přesvědčiti, zůstává terminální konec chordy zcela chrupavčitý. Jak Schmidt vykládá, zůstává při vývoji tato část chordy pozadu, v buňkách nevyvinují se žádné vacuoly, za to však vylučuje se mezi nimi základní hmota; často vidíme kolem nich zřetelná pouzdra, a buňky samy jsou ve skupiny (grouppes isogéniques) seřaděny, jako to u obyčejných chrupavek vídáme [Schmidt 91, Fig. IX, X.] Na samotném konci chordy jsou buňky těsně seskupeny a žádná základní hmota není tu mezi nimi, tkáň chordy jest tu zcela embryonální. Velice důležito jest, že v předu přechází chrupavka kaudální chordy v chordaepithel a ne přímo v normální vacuolisované tkanivo chordy.

Před nedávnem ukázal Saint Remy [95.] na to, že i v předním konci chordy některých živočichů (amniotů) se nachází chrupavka neb aspoň, dle vyobrazení jeho soudě, chrupavce podobná embryonální tkáň; jiné podobné udání nacházím u Schmidta [92.]: „Es liegen mir Praeparate von jungen Stichlingen vor, bei denen sich Knorpel als directe Fortsetzung der Chorda erkennen lässt.“

3. Vlastní pozorování o genesi chrupavky chordální.

V jednom ze svých posledních pojednání upozorňuje Ebner [96.] na to, že u Tritona a u Salamandry lze pozorovati přímý přechod od tkaniva chordy ku hyalinní chrupavce, a ježto zůstávají zde obaly chordální zcela neporušené, lze souditi na chordální původ dotyčné chrupavky. O bližších poměrech této chrupavky se Ebner v práci své nezmiňuje, též neexistuje posud žádné vyobrazení její.

Chrupavka ta byla mi známá již dříve, nežli jsem dostal pojednání Ebnerovo do rukou; nalezl jsem ji u asi 1 *dm* dlouhých larev blízko předního konce chordy. Povahu její studoval jsem na různými směry vedených řezech skrze hlavu živočicha. Chrupavka tvoří zde přímo pod vskutku neporušenými obaly chordálními tenký, vlastní tenkostěnné tkanivo chordy poněkud zaškrcující kruh, a můžeme zcela zřetelně viděti, že nejedná se tu o nic jiného nežli o zvětšení

*) Trutta fario, Siredon, Triton, Lacerta, ptáci někteří.

buněk chordaepithelu a vyloučení základní hmoty mezi nimi. Bližší poměry této základní hmoty nemohl jsem rozeznati; jelikož však buňky chordaepithelu jsou z jednotvárného plasmatu stavěny, není zde možno snad s nějakým exoplasmatickým obalem buněk, jako jej u Teleosteí vídáme, se mýliti. Příční řez, jaký podáváme na obr. 13, tab. II. (Triton taeniatus), znázorňuje velmi zřetelně vylíčené poměry. U larev Salamandra maculata nacházím zcela analogickou chordální neb spíše „chordaepithelovou" chrupavku.

Mimo u jmenovaných Amphibií, pozoroval jsem tvoření se chrupavky z chordaepithelu též u Myxine a sice jak v nejpřednějším, tak v nejzadnějším konci chordy tohoto živočicha. Zejmena v posledním vidím velmi zřetelně, jak se jednotlivé buňky zvětšují a pouzdrem chrupavkovým obdávají.

Tvoření chrupavky z vacuolisované tkáně chordální neděje se nikde a není ani dobře myslitelné, jelikož buňky této jsou již příliš v jiném směru differencované.

U Myxine můžeme pozorovati zároveň též druhý způsob vznikání chordální chrupavky; vidíme zde, že může po protržení obalů chordálních chrupavka z okolí do vnitř chordy vnikati, podobně asi, jak nám byl Zykoff u Amblystomy ukázal.

V nejpřednější části chordy u Myxine*) jsou na samotném zakončení této obaly protrženy a obnažená takto tkáň chordální končí tu chrupavkou.**) Na horizontálně vedených řezech [tab. II., obr. 12.] vidíme chrupavku tu, jejíž základní hmota jest vláknitá a stavba celkem dosti nezřetelná již uvnitř obalů chordálních, z nichž, jak naše vyobrazení ukazuje, poněkud vyčnívá ve spojení s ostatní chordou. Na přechodu ku tkáni chordální vidíme vrstvu buněk chordaepithelových, a jen tam, kde napřed hraničí chrupavka ona na chordastrang, jest způsob stavby nezřetelný. Celkem mohli bychom dle obrazu tohoto souditi, že celá ona chrupavka vzniká z chordy a sice snad z chordaepithelu; srovnáme-li však obrazy, jaké nám podávají sagittalní řezy [tab. II., obr. 11.] vidíme, že chrupavka, o níž se nám dle předešlého obrazu zdálo, že napřed volně končí, přechází přímo beze všech hranic do chrupavky, basi lebeční tvořící. Nemohu si obraz ten [obr. 11.], jinak vyložiti, než-li tak, že zde chrupavka, jednak

*) Zkoumány byly frontální, horizontální a sagittální řezy hlavou.

**) Jak mi p. prof. Schaffer byl sdělil, jest mu chrupavka tato již déle známa a zmínil se též o její existenci na posledním sjezdu anatomické společnosti v Gentu za příležitosti diskusse s Klaatschem.

z chordy samé a sice z chordaepithelu se tvoří, [proto by mluvil obr. 12.] jednak po protržení obalů chordálních ze zevnějšku, z chrupavčitého crania sem vniká, a sice jednou ve větším, podruhé v menším množství. Ona okolnost, že nevidíme zde žádné hranice mezi oběma chrupavkami, jest ovšem podivuhodná; ani v kaudální chordě, kde chrupavka, jak jsme byli pravili,*) zcela zřetelně z chordaepithelu vzniká, není tato nikterak ohraničena proti chrupavce skeletu kaudálního, i zde jsou totiž obaly chordální protrženy.

U Petromyzonta jest chorda na přídě své ostře zakončena, a obaly jsou zde zachovalé, jen na kaudálním konci přechází chorda ve zvláštní chrupavce podobnou tkáň, která, jak se zdá, není též proti okolí nikterak ohraničena. Velmi podobné poměry, jako u Myxiny, nacházím u Chimaery v přídě chordy, leč zdá se mi, že se tu jedná pouze o vnikání chrupavky do chordy a o následující destrukci tkáně**) a ne tedy o současné tvoření chrupavky v chordě.

U Myxiny a Chimaery jednalo se o vnikání celé massy chrupavčité široce protrženými obaly do vnitř chordy; od případů těch liší se poněkud ony, kde vnikají jednotlivé buňky jen nepatrně porušenými obaly do ní, kde se pak často ve větším množství nahromaďují a jí někdy i vyplňují. Představujeme si pochod ten podobně asi jako vnikání jednotlivých buněk chrupavkových ze skeletogenního tkaniva do obalů chordy. Může-li takováto buňka proniknouti až do nejspodnějších vrstev mohutných často obalů chordálních, může jistě zde neb onde až do samotné tkáně chordální zablouditi a tu základní hmotu kolem sebe vyloučiti.

Vnikání buněk chrupavkových do chordy pozoroval jsem u některých Selachií (Raja Schultzii, Myliobatis, Squatina) v úžině páteře, která se tímto způsobem může celá vyplniti chrupavkou. Jinak nalezl jsem v nejpřednější části chordy u Hexancha pod obaly chordálními řadu buněk, které sem patrně též jen z okolí vnikly. Podobné obrazy nalezl jsem v kaudální chordě u Raja Schultzii. U Ceratoda

---

*) Zde byly zkoumány pouze serie příčních řezů.

**) Na svém nejpřednějším zakončení zaniká ostatně chorda nižších obratlovců velmi často. Gegenbauer [72, Taf. XXII., Fig. 5, 6], kreslí na př. poměry ty od Selachií (Mustelus vulgaris a Scymnus lichia), chorda jest tu v basální chrupavce lebeční úplně stlačená. Goette [75. Taf. IX., Fig. 164—6] na př. kreslí zanikání chordy v basi lebky u Bombinatora, kde dle jednoho udání jeho tkáň chordy se akkomoduje okolí; Kölliker [64.] píše: „Das Ende des Schädelrestes der Chorda wird theils durch Resorption theils Ueberführung in Knorpel und damit allmählige Assimilirung mit dem benachbarten Gewebe des Primordialcraniums herbeigeführt.“

nacházím poněkud zvláštní obrazy; kaudální chorda jest tu, jak Klaatsch [93 b.] poprve nalezl, na několik částí rozvětvena, na jednotlivých místech jsou zde obaly chordální široce protrhány a můžeme pozorovati, kterak vniká do této silným proudem vazivo a jednotlivé chrupavkové buňky z okolí, destruujíce tkáň chordální. Kde buňky ty kolem sebe více základní hmoty vyloučily, nacházíme pak skutečnou chrupavku uvnitř chordy.

K vůli úplnosti musíme se zmíniti, že existuje ještě jiný pochod zchrupavčení tkaniva chordálního, kterýžto však nemá s právě popsanými nic společného. Buňky chrupavkové mají de norma ve svých vacuolách čirý obsah, někdy však vidíme, že barví se modře, a sice vidíme všechny přechody od stadií, kde jest jen jemná, modrá sraženina ve vacuole až k oněm, kde buňka celá jest pevnou, reakci chrupavky dávající, hmotou vyplněná; stěny vacuol zřetelně tu zanikají. Účinkem chrupavkových buněk, patrně oněch, které leží v obalech chordálních, vylučuje se chondromucin obsahující látka, která se usazuje v chordě a plní tkáň chordální, kterážto nabývá pak konsistenci chrupavky.*) Podobným způsobem mění se celá chorda na konci ocasního bičíku Chimaery a jednotlivé buňky chordální u Selachií neb i Acipensera.

Vlastní tkanivo chordální nemá, jak jsme v prvém oddílu našeho pojednání dokázali, s chrupavkou pranic společného; nacházíme-li však v chordě v některých případech přece chrupavku, vzniká tato, nejedná-li se jen o vnikání jí ze zevnějšku, z chordaepithelu. Málo differencované buňky jeho, které jinak dělením svým pomáhají vzrůstu tkáně chordální, mají za jistých okolností schopnost vyloučiti základní hmotu a tvořiti tak hyalinní chrupavku, pravou chrupavku chordální (Chordaknorpel různých autorů). Jelikož kaudální konec chordy zůstává často na stadiu embryonálním a buňky jeho nevacuolisované odpovídají asi buňkám chordaepithelu, jest snadno pochopitelno, že častěji nacházíme kaudální zakončení chordy přeměněné ve chrupavku.

*) Že chrupavkovými buňkami vyloučená hmota může se dále od nich ukládati, jest známo; nalezl jsem to sám na příklad při tvoření se chrupavky u Cyclostom.

Vysvětlení obrazů.

[Všechna vyobrazení byla za pomoci Abbè-ova kreslícího přístroje a mikroskopu firmy C. Reichert provedena.]

Tabule I.

Obr. 1. Tkáň z kaudální partie chordy od Petromyzon fluviatilis; u prostřed tak zv. „chordastrang“.
Konservováno Müllerovou tekutinou, barveno Delafieldovým haematoxylinem. Reichert, Obj. 8. Oc. 2.

Obr. 2. a 3. Část podobného příčního řezu chordou; buňky jednotlivé přirozenou macerací částečně od sebe isolovány. Zvětšení totéž.

Obr. 4—8. Jednotlivé isolované buňky z podélného řezu kaudální partií chordy od Petromyzon fluviatilis. Zvětšení totéž.

Obr. 9. T. zv. „Chordastrang“ a na něj hraničící vláknité buňky s malými vacuolami; na levo několik velkých vacuolisovaných buněk.
Z podobného praeparátu jako předměty obrazů 4—8. Zvětšení totéž.

Obr. 10. Vláknitá buňka bez vacuoly, z „chordastrangu“ od Petromyzon fluviatilis. Zvětšení totéž.

Obr. 11. Část příčního řezu chordou Petromyzonta, různá poloha jader jest tu znázorněna. Apochr. Homog. Imm. $\frac{1}{12}$, Oc. komp. 8.

Obr. 12. Buňka z „Chordastrangu“ úhoře, Exoplasma není proti endoplasmatu ostře ohraničeno.
Konservace kyselinou chromo-octovou. Zvětšení jako obr. 11.

Obr. 13. Část buňky s exoplasmatickým obalem a velkou vacuolou. (Anguilla.) Zvětšení jako Obr. 11.

Obr. 14. Anguilla fluviatilis, Montè.
(Srovnej tab. II. Obr. 1 a 2.) Buňka, v jejíž endoplasmatu jsou malé vacuoly. Exoplasma jest částečně jemně rozvlákněno. Jemné kommunikace mezibunečné jsou znatelné. — Vac—Vacuola v exoplasmatu. — Konservace: Alkohol. Semiapochrom. Homog. Imm. $\frac{1}{18}$. Oc. komp. 4.

Obr. 15*a*. Petromyzon fluviatilis. Dvě buňky ze středu kaudalní chordy při silném zvětšení. (Srovnej obr. 1.) Intercellulární můstky a tmavé uzlíky na nich jsou znatelny. Konservace: Liq. Mülleri. Semiapochr. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Obr. 15*b*. Intercellulární vacuoly podobných buněk v pohledu s plochy. Zvětšení jako při obr. 15*a*.

Obr. 16. Zrohovatělá buňka z „chordastrangu" na příčním řezu. Zvětšení jako při obr. 15*a*.

Obr. 17. Belone acus. Buňka z chordy s exo- a endoplasmatem. Intercellulární spojení a tmavé uzlíky na nich jsou znatelné. Ex- Exoplasma; En- Endoplasma; x- Část buňky se ztuhlým změněným plasmatem. — Konservace: Alkohol; Barveno Haematoxylinem. Zvětšení jako při obr. 15*a*.

Obr. 18. Skupina buněk z téže chordy, z jiného místa. Zvětšení jako při obr. 15*a*.

Obr. 19. Torpedo marmorata. Příční řez mnohonásobně perforovaného septa mezi vacuolami tkáně chordální. Liq. Mülleri, Haematoxylin. Zvětšení jako obr. 15*a*.

Obr. 20. Totéž s plochy. „ „ „ „

Obr. 21. Anguilla fluviatilis, dospělý exemplár. Několik buněk z „chordastrangu". Ex- obal exoplasmový. En- Endoplasma. Konservace kys. chromovou. Semiapochromat $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 4.

Obr. 22. Scvrklá buňka „chordastrangu" z téhož praeparátu. (Srovnej tab. II, obr. 4.) Zvětšení jako při obr. 20.

Obr. 23. Amblystoma mexicanum. Buňka chordaepithelu. ei- Elastica interna (nejvnitřnější z obalů chordálních). Konservováno lihem Semiapochromat. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Obr. 24*a*—*e*. Amblystoma mexicanum. *a*—*c* znázorňují hranice sousedících buněk s kommunikacemi mezibuničnými. *d*—*e* poloha jádra v plasmatu. Konservováno lihem. Semiapochromat. $\frac{1}{18}$; Obr.*a*—*c*: Oc. komp. 4. Obr. *d*—*e*: Oc. komp. 8.

Obr. 25. Acipenser sturio. Hranice buněk a intercellulární kommunikace. Konservace: Liq. Flemmingi. Semiapochromat $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Obr. 26. Trigla hirundo. Intercellulární spojení. Konservace: Sublimat Ac. acet. glac. Semiapochromat. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Obr. 27. Belone acus. Totéž. Zvětšení jako předch.

Obr. 28 *a*, *b*. Syngnathus spec. Intercellulární spojení mezi buňkami chordy. K- Jádra ležící ve vrstvě plasmatu. X- Intercellulární vacuoly při pohledu s plochy tmavé body odpovídají uzlíkům na kommunikacích. Konservováno kys. chromovou. Zvětšení jako obr. 25.

Obr. 29 *a*, *b*. Myxine glutinosa. *a*) Příční řez hranicí dvou sousedních vacuolisovaných buněk s intercellulárními spojeními. *b*) Totéž s plochy (Schematisováno.) Konservováno lihem. Zvětšení jako při obr. 25.

Obr. 30. Embryo kuřete $1^1/_2$ cm dlouhé. Buňky ze středu příčního řezu chordou. Liq. Mülleri. Zvětšení jako při obr. 25.

Obr. 31. Carassius auratus. Fragmentované jádro, jaká se často nacházejí v buňkách chordy. (I u malých úhořů podobnou fragmentaci jader jsem pozoroval.) Zvětšení jako při obr. 25.

Tabule II.

Obr. 1. Anguilla fluviatilis. Příční řez chordou asi $1^1/_2$ dm. dlouhého exempláru, z vertebrální partie chordy. Konservováno lihem, barveno Delafieldovým haematoxylinem. Reichert, obj. 6, Oc. 2.

Obr. 2. Příční řez toutéž chordou avšak z intervertebrální partie. Ep- Jádra chordaepithelu; En- Endoplasma; Ex- Exoplasma. V- Vacuola. Obj. 6, Oc. 3.

Obr. 3. Podélný řez toutéž chordou. Obj. 3, Oc. 5.

Obr. 4. Část příčního řezu skrze „chordastrang“ dospělého úhoře. c- centrální homogenní massa. Obj. 8, Oc. 2.

Obr. 5. Podélný řez páteří dospělého úhoře. chs- „Chordastrang“; c- kompaktní tkáň v úžině obratle. Obj. 1, Oc. 2. Tub. long.

Obr. 6. Část téhož podélného řezu při silnějším zvětšení — kompaktní tkáň v úžině obratle. Konservováno kys. chromovou a octovou. Obj. 8, Oc. 2.

Obr. 7. Ophidium barbatum. Střední část příčního řezu chordou. Ve středu obrazu jest „chordastrang“ a v něm tmavší homogenní hmota. Konservováno formolem Obj. 3. Oc. 2.

Obr. 8. Část téhož praeparátu při silném zvětšení. Obyčejná vacuolisovaná tkáň chordální (ch) přechází ve z velkých buněk budovanou tkáň „chordastrangu“ (g.). Buňky tyto mění se a z těl jich tvoří se centrální homogenní massa.
u- právě se měnící buňka; m- centrální massa v níž ještě stopy hranic bývalých buněk jsou znatelné.
Obj. 6, Oc. 2. Tub. long.

Obr. 9. Esox lucius. Podélný řez chordou exempláru asi $1^1/_2$ dm. dlouhého. Chs- „chordastrang“. Chsp- „Chordaseptum“. Chh- dutina chordální. Konservace: Liq. Flemmingi. Obj. 3. Oc. 2.

Obr. 10. Jedna buňka z téže chordy z místa na obr. 9. znamením x označeného. Exoplasma jest hustě rozvlákněno; komunikace mezibuničné znatelné. Barveno haematoxylinem Delafieldovým. Apochrom. Homog. Imm. $\frac{1}{12}$, Oc. komp. 8.

Obr. 11. Myxine glutinosa. Sagittální řez předním koncem chordy dorsalis. Ch- „Chordastrang"; K- Chrupavka báse lebeční. Konservováno líhem; barveno haematoxylinem Delafieldovým. Obj. 2. Oc. 3.

Obr. 12. Horizontální řez toutéž partií chordy jiného exempláru. Che- Chordaepithel; Chk- Chrupavka chordální; K a Chs jako na obr. 11. Obj. 6, Oc. 2.

Obr. 13. Triton taeniatus. Příční řez chordou z přední partie její. Che- a Chk jako na obr. 4. Konservace: Liq. Flemmingi. Zvětšení jako předch.

RESUMÉ.

Ueber das Gewebe der Chorda dorsalis und den sog. Chordaknorpel.*)

Von F. K. Studnička in Prag.

In den meisten Abhandlungen, die sich mit der Histologie des Chordagewebes oder der sog. Chordagallerte, wie es manche Forscher nennen wollen, beschäftigen, wird der Bau desselben als sehr einfach geschildert. Die meisten Forscher finden in demselben neben dem sog. Chordaepithel, dessen Zellen eine Schichte an der Oberfläche des Gewebes unter den Hüllen bilden, nur grosse Zellen, die durch den für die Chorda charakteristischen Vacuolisationsprocess in grosse dünnwändige Blasen umgewandelt sind. Manche Forscher zweifelten sogar an der zelligen Natur dieser Blasen (Goette, 75.) und auch viele von denen, die in der neuesten Zeit mit der Chorda sich beschäftigen, sind sich nicht gewiss, ob die Wände zwischen den einzelnen Vacuolen einfach oder doppelt sind. Ob diese Wände eine faserige Structur haben (Retzius 81.) oder nicht (Lwoff, 87.), wurde für einige Fälle neue-

*) Diese Arbeit habe ich in Prag in meinem privaten Laboratorium angefangen, in Wien in dem histologischen Institute der Universität weiter gearbeitet und im Juli d. J. in Prag geschlossen. Das Material zu derselben habe ich zum grössten Theil während meines letzten Aufenthaltes an der Triester zoologischen Station, etwas auch in Neapel gesammelt. Es ist meine Pflicht dem Herrn Hofrath Prof. Dr. v. Ebner an dieser Stelle meinen besten Dank auszusprechen für die Erlaubniss in seinem Institute in Wien arbeiten zu dürfen. Aehnlich bin ich den Directionen der zoologischen Stationen in Triest und Neapel zum Danke verpflichtet.

stens positiv entschieden, und um andere Details handelte es sich bis unlängst in der Histologie der Chorda nicht; das Chordagewebe wurde von den Histologen in Folge dessen meist als ein wenig interessantes und zu weiteren Untersuchungen wenig einladendes betrachtet. In der allerneuesten Zeit haben sich die Verhältnisse etwas geändert. Durch die Forschungen Ebners [96.] lernten wir in der Chorda der Teleostier einige von den gewöhnlichen scheinbar sehr abweichende Zellentypen kennen; und wenn Ebner am Grunde seiner Entdeckungen sagt, dass das Chordagewebe „keinenfalls ein in Rückbildung und Schrumpfung begriffenes Gewebe darstellt, sondern im Gegentheil einen Reichthum von progressiven Bildungen zeigt," so hat das, wenn auch keinenfalls für alle, so doch für einige von den Wirbelthieren seine Geltung und bildet eine Anregung zu weiteren Untersuchungen in diesem bisher eigentlich wenig bekannten Gebiete.

Da es uns gelungen ist ein sehr günstiges Material zum Studium des Chordagewebes zu finden, glauben wir manche von den bisher unentschiedenen Fragen über den Bau der Chorda entscheiden zu können und sind wir auch im Ganzen zu einer von der meistens verbreiteten ziemlich verschiedenen Auffassung des Chordagewebes gekommen.

An einigen Beispielen, die wir in folgenden Zeilen beschreiben wollen, werden wir unsere Ansichten näher auseinander zu setzen versuchen.

I. Der histologische Bau des Chordagewebes.

Petromyzon zeigt in dem Baue seines Chordagewebes im Grossen und Ganzen dieselben Verhältnisse wie Myxine, Chimaera und die Knorpelganoiden (Acipenser z. B.). Die Chorda ist in ihrem ganzen Verlaufe ganz regelmässig cylindrisch; eine Höhle in ihrem Inneren befindet sich, wie gut conservierte Praeparate zeigen, nicht. Wo wir eine solche finden, haben wir es immer nur mit einem Artefakt zu thun.

Die Zellen sind vacuolisirt, im Ganzen kugelig, nur in der Mitte des Querschnittes der Chorda sind sie verlängert bis faserförmig, und bilden hier den aus älteren Arbeiten bekannten „Chordastrang". Bei jungen Larven fehlt der Chordastrang, und da wir ihn auch anderswo bei anderen Thieren erst verhältnissmässig spät in der Entwickelung auftreten sehen, zeigt diese Thatsache entschieden

dagegen, dass er eine grössere phylogenetische Bedeutung habe, wie das Klaatsch [95] annimmt.*)

Der feinere histologische Bau der Chorda von Petromyzon resp. Ammocoetes wurde in der neueren Zeit wiederholt und zwar von Retzius [81], Lwoff [87], Renaut [93] und Ebner [96] beschrieben. Die Resultate, zu denen wir bei unseren Untersuchungen besonders des Gewebes der kaudalen Chorda gekommen sind, sind geeignet die Beschreibungen der genannten Forscher in einigen Sachen vervollständigen und hie und da zu ändern.

Das äusserst dünnwändige Gewebe der Chorda in dem Körper der Thiere, das bisher meistens untersucht wurde, ist wenig günstig, dagegen hat mir ein Zufall in dem „dickwändigen" Gewebe der caudalen Chorda ein sehr dankbares Object in die Hände gelegt, an dem man alle die Details der Chordazellen äussert deutlich verfolgen kann.

Wenn wir einen Querschnitt durch die Chorda aus dem Ende des Schwanzes untersuchen, so finden wir bei einer stärkeren Vergrösserung deutlich, dass hier jede Zelle ihre eigene und zwar ziemlich dicke „Wand" besitzt; besonders dort, wo die Zellen von einander durch Maceration etwas entfernt sind, sieht man das deutlich. [Taf. I. Fig. 2, 3.] Diese Wand der Zelle oder richtiger gesagt der Vacuole ist nicht als eine Zellmembran, sondern als eine dünne Schichte stark verdichteten Protoplasmas, an dem eine eigentliche Membran fehlt, aufzufassen. Dass es sich da wirklich um Plasma handelt, sieht man deutlich an dem Uebergange von den nicht vacuolisirten Chordaepithelzellen zu den gewöhnlichen Zellen des Chordagewebes; das Verhalten des Plasmas zu den Farbstoffen ist hier wie dort dasselbe.

Das Plasma der Zellen ist homogen und, wie Osmiumpraeparate zeigen, enthält es oft feine Fettkugeln. Eine äussere Zellenmembran ist da nicht vorhanden, sondern das nackte Plasma der einen Zelle ist mittelst plasmatischer Verbindungen mit dem der benachbarten Zelle verbunden. [Taf. I., Fig. 20.] Diese Verbindungen sind nicht brückenartig, sondern es sind das Wände kleiner Vacuolen, die da eine interzellulare Schichte bilden. [Fig. 2b.] Man kann diese Verhältnisse übrigens anderswo, besonders bei den Teleostiern leichter untersuchen; in einer kurzen Mittheilung im Zoologischen Anzeiger habe

*) Klaatsch meint, dass die Zellen des Chordastranges mit den mittleren Zellen der Amphioxuschorda zu vergleichen sind.

ich sie beschrieben und verweise hier nur an unsere Abbildungen Taf. I. Fig. 14—28.

Der Zellkern ist abgeflacht und liegt an der inneren Oberfläche der Plasmaschicht, in dieselbe gewöhnlich nur wenig eingesenkt; in den faserförmigen Zellen des Chordastranges, denen eine Vacuole fehlt, liegt der Kern ganz in dem Plasma [Taf. I. Fig. 10.], ähnlich ist das natürlich in den Chordaepithelzellen.

Durch den Einfluss des wechselseitigen Druckes sind die „dickwändigen“ Chordazellen in der Schwanzflosse, wie die Querschnitte [Taf. I. Fig. 23.] es zeigen, vieleckig, und da die Vacuole immer kugelig bleibt, ist die Plasmaschicht nicht überall gleich dick.

Besonders an Längsschnitten und dort, wo die Zellen isolirt sind,*) sieht man, dass die Fortsätze der Zellen normal zwischen benachbarten Zellen eingekeilt sind. Spindelförmige Zellen, die aus der Nähe des Chordastranges stammen, zeigen die Fig. 4—8., eine Zelle mit drei Fortsätzen die Fig. 7. Auch flügelförmige Ausläufer sind nicht selten; solche sieht man schon an den Querschnitten. [Vergl. Fig. 2.] Oft haben die Fortsätze eine faserige Structur.

Der sog. Chordastrang ist von in die Länge gezogenen Zellen gebildet [Fig. 9.], die in Folge dieser ihrer Eigenschaft einen kleineren Querschnitt haben [Taf. I. Fig. 1.]. Die in ihrer Mitte liegende Vacuole ist kleiner und ihre protoplasmatische Wand dicker, die inneren Zellen haben keine Vacuolen [Taf. I. Fig. 10.]. Die Mitte des Chordastranges nimmt eine Reihe von eingeschrumpften Zellen ein, deren Masse, wie es scheint, durch einen an die Verhornung erinnernden Process umgeändert ist. Oft schmelzen die Zellen ganz zusammen zu einem eingeschrumpften Strange [Taf. I. Fig. 1.]. Mit Haematoxylin färbt sich diese Partie des Chordastranges nicht, stark dagegen z. B. mit Safranin.

Während das Chordagewebe an seiner Periferie durch die Theilung der Chordaepithelzellen zunehmen kann, gehen die inneren Zellen der Chorda durch den erwähnten Process zu Grunde. Wenn wir die Chorda mit der Epidermis vergleichen wollten, so würde der Chordaepithel an die Malpighi'sche Schichte, der Chordastrang dagegen an die verhornende Oberfläche jener erinnern.

Sobald wir durch das Studium der caudalen Chorda von Petromyzon an die Bauweise derselben aufmerksam gemacht wurden, finden

*) An meinen Praeparaten sehe ich in der Mitte der kaudalen Chorda eine Höhle, an deren Rändern die Zellen isolirt sind. Die Höhle ist durch eine natürliche Maceration entstanden.

wir dann ziemlich leicht alle jene Verhältnisse auch an vielen Stellen in dem dünnwändigen Chordagewebe im Körper des Thieres. Auch die Grenzen der den benachbarten Zellen gehörenden Plasmaschichten und die interzellularen Communikationen gelingt uns hie und da zu finden. Auch hier sind die Ecken der Zellen dicker, und sieht man hier oft etwas, was wie ganz kleine Fortsätze aussieht.

Myxine glutinosa hat in ihrer Chorda überall ein sehr dünnwändiges und deshalb zu Untersuchungen wenig günstiges Gewebe, doch ist es mir auch hier gelungen, die feinen interzellularen Verbindungen zu finden [Taf. I. Fig. 28a.]. Jene zuerst von Retzius [81.] beschriebene, angeblich faserige Structur der Zellenwand fand ich auch. Sie ist, wie mir scheint, durch die Anordnung der interzellularen Vacuolen in parallelen Reihen bedingt [Taf. I. Fig. 28b.].

Von den ***Selachiern*** ist das nur die *Chimaera*, die sich, was den Bau des Chordagewebes betrifft, am nächsten an die Cyclostomen anschliesst*), bei den übrigen Selachiern wird die Chorda von den einzelnen Wirbelkörpern eingeschnürt und ist an diesen Stellen nur aus Chordafaserzellen gebaut. Oft dringen da auch Knorpelzellen hinein, und die Enge des Wirbels wird dann vom Knorpel erfüllt.

Die untersuchten Formen: Hexanchus, Acanthias, Mustelus Scyllium zeigen ziemlich normales Gewebe, in dem sich in der Mitte ein flacher, vertical stehender Chordastrang (-band) befindet (auch bei der Chimaera hat er diese Form). Die Rajiden: Squatina angelus, Torpedo marmorata, Raja Schultzii und miraletus, weiter von den Squaliden der Alopias vulpes zeigen in ihrem Chordagewebe statt der doppelten, von feinen Protoplasmaschichten gebildeten Wände der Vacuolen zwischen denselben nur eine einfache, mit Haematoxylin blau sich färbende, vielfach perforirte Membran [Taf. I. Fig. 18, 19.], die von feinem aus dem Inhalte der Vacuole stammenden Niederschlage (der sich auch blau färbt) bedeckt wird.

Es ist höchst zweifelhaft, ob diese Membran den verschmolzenen Vacuolenwänden homolog sei; es handelt sich da eher um eine eigenthümliche allein erhaltene Zwischensubstanz, und es scheint, dass die Kerne jetzt nur frei an jener Membran anliegen.

---

*) Eine Eigenthümlichkeit, die ich bei Chimaera und zwar in ihrem peitschenförmigen Schwanzende fand, besteht darin, dass hier das Innere der Chordazellen von einer die Reaktion der Knorpelsubstanz gebenden homogenen Masse gefüllt wird, und die Chorda auf diese eigenthümliche Weise ganz verknorpelt. Auch bei anderen Thieren (Selachier Acipenser) sieht man so was, jedoch nur in einzelnen Zellen.

Ein Chordastrang fehlt in diesem eigenartigen Chordagewebe, dagegen sieht man in dessen Mitte durch Dehiscenz desselben entstandene unregelmässige Höhlen. Das Chordaepithel ist, wie bei den Selachiern überhaupt, ganz niedrig oder fehlt dasselbe ganz.

Bei den ***Ganoiden*** sieht man dieselben Verhältnisse des Chordagewebes wie bei den Cyclostomen, nur dass der Chordastrang gewöhnlich abgeflacht ist und in der Chorda entweder vertical (wie bei den Selachiern) oder horizontal gespannt ist. Das erstere finde ich bei Polypterus senegalus (caudale Chorda) und bei Polyodon folium, das letztere bei Acipenser sturio. Die Verhältnisse an der Grenze der Zellen, besonders die intercellularen Verbindungen, welche sich auch hier finden lassen, sind an der Fig. 24. Taf. I. dargestellt. Wegen der Dünnheit der Wände zwischen den Vacuolen ist das Chordagewebe der Ganoiden ein sehr ungünstiges Untersuchungsobject.

Teleostier. In dem von mir untersuchten Materiale*) fand ich nur bei Syngnathus, Hippocampus und Lophius primitivere Verhältnisse. Wie die Fig. 28. Taf. I. (Syngnathus) zeigt, sind hier die Zellen ganz so wie z. B. bei den Cyclostomen gebaut. Das Protoplasma derselben scheint mir etwas flüssiger zu sein und die Kerne sind deshalb in demselben ganz eingeschlossen (Syngnathus!).

Das ganze Chordagewebe ist von grossen kugeligen Zellen gebaut; in seiner Mitte fehlt der Chordastrang.**) Die Enge des Wirbels ist gewöhnlich von zusammengedrückten Chordazellen ausgefüllt.

Complicirtere Verhältnisse sehen wir bei anderen Teleostiern, wie wir an einigen besonders interessanten Beispielen zeigen wollen, hauptsächlich an der Anguilla fluviatilis und dem Ophidium barbatum.

Von dem Aale hatte ich die Gelegenheit sowohl ganz kleine etwa $1^1/_2$ dm. lange Exemplare (Montè) wie auch ganz erwachsene Thiere zu untersuchen.

Besonders interessant ist die Bauweise des Chordagewebes bei den ersteren: Wenn wir mittelst einer ganz schwachen Vergrösserung einen Querschnitt durch die Chorda [Taf. II. Fig. 1, 2.] untersuchen, könnten wir meinen, dass dieselbe hier ganz aus einem hya-

---

*) Syngnathus sp., Hippocampus sp., Lophius piscatorius, Anguilla fluviatilis, Belone acus, Trigla hirundo, Esox lucius, Pagellus erythrinus, Carassius auratus, Ophidium barbatum, Arnoglossus lanterna, Cepola rubescens, Scorpaena porcus, Cobitis fossilis a j.

**) Ebner, der vielleicht grössere Exemplare untersucht hat, hat ihn gefunden [96. Pag. 23.].

linen Knorpel gebaut ist; erst bei einer stärkeren Vergrösserung und an gut gefärbten Praeparaten erkennen wir die eigentliche Structur dieses Gewebes.

Die vermuthliche Grundsubstanz ist durch feine Linien in einzelne Territorien eingetheilt, und erst in der Mitte von diesen liegen die Zellen, die wir für Knorpelzellen zu halten geneigt wären. Die festere Masse, die einer Grundsubstanz des Knorpels ähnlich sieht, wiewohl sie sich ganz anders färbt,*) muss mit zu der Zelle gerechnet werden. Es ist das keine von dieser ausgeschiedene Hülle, die etwa mit einer Knorpelkapsel vergleichbar wäre, sondern, wie wir sehen werden, nur die stark verdichtete äussere Zone des Plasmas, als „Exoplasma" werden wir sie bezeichnen; das eigentliche noch lebensfähige „Endoplasma" mit dem Kern und der kleinen Vacuole oder mit deren mehreren liegt im Centrum der Zelle. [Taf. I. Fig. 14.] In sehr seltenen Fällen sieht man auch in dem Exoplasma ganz kleine Vacuolen. [Fig. 14.]

Bei jungen Aalen sehen wir, wie unsere Fig. 14. Taf. I. zeigt, eine sehr scharfe Grenze zwischen den beiden Plasmaarten, dazu ist hier das eine ungewöhnlich breite Schichte bildende Exoplasma an der Grenze zu dem inneren Plasma noch besonders stark verdichtet; das alles bedingt den eigenthümlichen Habitus der Zellen und deshalb sind die hier ziemlich abnormalen Verhältnisse anfangs nicht leicht zu verstehen.

Anderswo, bei Belone z. B. [Taf. I. Fig. 17.] oder bei erwachsenen Aalen in dem Chordastrange [Taf. I. Fig. 13.] sieht man keine so scharfe Grenze zwischen den beiden Plasmaarten, auch bildet hier das Exoplasma meistens eine dünnere Schichte. Sehr wichtig sind weiter die Verhältnisse an der Zellgrenze. Bei den gewöhnlichen Zellen des ersten Typus, wie wir solche z. B. bei Petromyzon [Taf. I. Fig. 15a.] sehen, gehen die intercellularen Verbindungen von der hier einfachen Schichte des Plasmas, bei diesem zweiten Typus der Zellen gehen sie natürlich von dem Exoplasma aus. [Taf. I. Fig. 14, 17, 18.] Interessant sind die Verhältnisse dort, wo wir beiderlei Zellen in einem Querschnitte der Chorda neben einander sehen können (bei jungen Anguillen sehen wir nur eine Art von Zellen.**). Wir sehen,

*) Sie färbt sich wie das Plasma der Zellen, nur etwas stärker, weil sie dichter ist. Mit Haematoxylin färbt sie sich schwach violett.

**) Aehnlich ist auch bei Pagellus, Carassius auratus und Trigla das Chordagewebe ausschliesslich aus diesen Zellen („Zellen des zweiten Typus") gebaut.

dass das feinere Endoplasma der Zellen des zweiten Typus, die in solchen Fällen immer die Mitte der Chorda einnehmen, sich allmählig verliert, und dass dann die einfache plasmatische „Wand“ der Zelle des ersten Typus ganz so wie früher das Exoplasma sich verhält. [Taf. I, Fig. 31.] Dieses scheinbar sehr eigenthümliches Verhalten lässt sich leicht erklären; die Zellen des zweiten Typus concentriren all' ihr lebensfähiges Plasma mit dem Kern in ihre Mitte, während die Peripherie zu einer festen Hülle erstarrt, bei den Zellen des ersten Typus ist ihr gesammtes Plasma erstarrt, und sie sind nicht viel lebensfähig, wie man das auch schon an ihren nur theilweise in dem homogenen Plasma eingeschlossenen Kernen sieht. [Taf. I, Fig. 11, 24c, d.] Auch die Körper der erstarrten ebenfalls homogenen Faserzellen des Chordastranges verhalten sich optisch wie färberisch ähnlich wie das Exoplasma der Zellen des zweiten Typus. Interessant ist der Umstand, dass dort, wo ich bei diesen Zellen im Plasma liegende Kerne fand, dieses Plasma auch deutlich dünnflüssiger war, was aus seiner Structur geschlossen werden konnte. [Taf. I. Fig. 28.] Dass die Zellen des zweiten Typus, die sich eine Hülle gebildet haben, wirklich lebensfähiger sind, sieht man daraus, dass sie sich innerhalb ihrer Hülle sogar theilen können; anders kann man doch die Abbildungen, die uns Ebner [96. Taf. IV. Fig. 14, 15.] gegeben hat, nicht deuten.

Oft hat das Exoplasma auch eine Structur; es kann fein oder auch sehr stark zerfasert sein, wie man das zum Beispiel bei Esox lucius sehen kann [Taf. II. Fig. 10.], bei jungen Aalen sieht man jedoch feine Faserungen nur in einzelnen Zellen [Taf. I. Fig. 14.]. Es scheint, dass hie und da die Faserungen zu den intercellularen Verbindungen in einer Beziehung sind, ähnlich wie das Ranvier [79.] von den ganz analogen Faserungen in den Epidermiszellen nachgewiesen hat, doch ist das noch durch weitere Untersuchungen zu bestätigen.

Die auf die beschriebene Weise gebauten Zellen bilden bei jungen Aalen den ganzen Querschnitt der Chorda, an der Peripherie desselben grenzen sie an eine Schichte stark abgeflachter Chordaepithelzellen, von denen man oft fast nur die Kerne sieht. [Taf. II, Fi„. 1, 2.] Ein wirklicher Chordastrang fehlt in diesem Gewebe, nur sieht man, dass hie und da in der Mitte der Chorda einzelne Zellen zu Grunde gehen; ihr Endoplasma verliert sich und der eingeschrumpfte Kern liegt dann in dem stark verdichteten, glänzenden, wie verhornten Körper der Zelle.*)

*) Durch Methylenblau färben sich diese Zellen intensiv blau, an Haematoxylinpraeparaten bleiben sie oft gelblich.

An den Längsschnitten [Taf. II. Fig. 3.] sehen wir, dass intervertebral die exoplasmatische Hülle der Zellen dünner ist als vertebral. [Vergl. auch Taf. II., Fig. 1. mit Fig. 2.] An der intervertebralen Peripherie der Chorda ist sogar eine kleine Partie eines dünnwändigen vacuolisirten Gewebes zu finden.

Die ganze Chorda von ihrem Anfange bis zu dem Ende ist auf die eben beschriebene Weise gebaut.

Bei erwachsenen Aalen ist das Bild, das wir an unseren Praeparaten sehen, von dem bisher beschriebenen sehr verschieden, was von grossen Aenderungen in der Chorda während ihres Wachsthums zeugt. Das Chordagewebe des erwachsenen Aales stellt uns schon im Grossen und Ganzen die für die Teleostier typischen Verhältnisse dar.

Wie allgemein bei den Teleostiern, wird die Chorda des Aales von den Wirbelkörpern regelmässig eingeschnürt und das eigentliche Chordagewebe füllt hier ganz den bikonischen Raum zwischen je zwei benachbarten Wirbeln aus. [Taf. II. Fig. 5.] Das stark vacuolisirte Chordagewebe ist im Ganzen nach dem ersten Typus gebaut, nur an der Peripherie des Chordastranges sehen wir spindelförmige Zellen mit differencirtem Exoplasma und Endoplasma. [Taf. I. Fig. 12, 13, 21., Taf. II. Fig. 4.] Einen eigenthümlichen Rest von dem kompakten Gewebe der jungen Thiere sehen wir in der Enge des Wirbels [Taf. II. Fig. 6.]; es ist dasselbe Gewebe, nur dass wir von dem Endoplasma fast keine Spur mehr erkennen können, nur hie und da eine Vacuole oder eingeschrumpfte Kerne. Es ist an der Form der Zellen zu sehen, dass sie durch den Druck der Wirbel auf diese Weise zu Grunde gegangen sind, sie stellen jetzt nur homogene Massen von eigenartig verändertem Plasma vor.

In den Zellen der mittleren Partien des Chordastranges müssen wir vielleicht auch noch Zellen, die sich von der Jugend des Thieres erhalten haben, sehen; das übrige grossblasige oder aus spindelförmigen Zellen gebaute Gewebe ist neueren Ursprungs, und wurde nicht anders als durch Theilung der Chordaepithelzellen gebildet. Jetzt sehen wir in erwachsenen Thieren keine Spur von dem Chordaepithel, es hat schon seine Aufgabe erfüllt. Dasselbe sieht man oft auch bei anderen Teleostiern.

Ein Querschnitt durch den Chordastrang des Aales [Taf. II. Fig. 4.] erinnert, wenn man auf das Innere der Zellen nicht Rücksicht nimmt, auffallend an den Querschnitt desselben von Petromyzon [Taf. I. Fig. 1.] Auch die Verhornung (?) der Zellen sieht man hier, während jedoch die veränderten Zellen bei Petromyzon einen einge-

schrumpften Strang darstellten, bildet sich hier aus denselben in der Mitte des Chordastranges eine eigenthümliche homogene Masse. Wir haben die Bildungsweise derselben bei Anguilla, wo sie eigentlich keine grosse Rolle spielt und oft auch vermisst wird, nicht gut verfolgen können, sehr bequem dagegen bei einem anderen Teleostier, nämlich bei Ophidium barbatum.

Bei Ophidium barbatum sind die gröberen Verhältnisse des Chordagewebes fast dieselben wie bei dem Aale. Die Chordazellen sind an der Peripherie der Chorda gross, kugelig, gegen die Mitte zu sind sie eher in die Länge gestreckt und deshalb an ihrem Querschnitte kleiner. [Taf. II., Fig. 7.] Weiter gegen die Mitte zu gehen sie allmählig in auffallend grosse Zellen über, die eine dicke Exoplasmahülle besitzen und deren grosser Kern, weil hier eine Vacuole überhaupt fehlt, in der Mitte des eigentlichen Plasmas, des Endoplasmas liegt. [Vergleiche auch Fig. 8. u.] Die innersten Zellen ändern sich, ihr ganzer Körper verwandelt sich in eine starre dem Exoplasma analoge Masse, in der am Ende auch der Kern zu Grunde geht; durch die weitere Umwandlung bekommen die Zellen den Habitus verhornter Zellen, wie wir solche schon anderswo beschrieben, und wie sie für das Innere des Chordastranges aller Thiere charakteristisch sind. Das eigentliche Innere des Chordastranges füllt eine homogene Masse, die durch das Verschmelzen der chemisch veränderten Körper jener Zellen entstanden ist, wie man an ihren Grenzen hie und da noch sehen kann. [Taf. II. Fig. 8. m.]*) An anderen Schnitten, die mehr gegen die Körper der Wirbel zu geführt werden, finden wir statt jener Masse nur an einander gelagerte, gegen einander scharf begrenzte veränderte Körper der wie verhornten Zellen [wie in der Epidermis]. Der Körper der Zelle wird allmählig homogen, ohne dass wir in ihm solche Granula, wie sie für im Verhornungsprocesse begriffene Zellen charakteristisch sind, finden können. Es wird also nöthig sein, durch chemische Untersuchungen die wahre Bedeutung dieses Processes zu erkennen; weil mir diesmal nur wenig Material zur Disposition war, konnte ich mich damit nicht beschäftigen und werde ich bei der nächsten Gelegenheit diese Lücke in meiner Arbeit auszufüllen versuchen.

Mit Ausnahme von Syngnathus, Hippocampus und vielleicht noch Lophius fanden wir überall die Chorda etwa nach dem Typus des

*) Mit Säurefuchsin und Methylenblau färbt sie sich intensiv, während die Umgebung ungefärbt bleibt. Haematoxylin färbt sie z. B. nur schwach.

erwachsenen Aales gebaut, welcher nur durch das Erscheinen von Chordahöhlen und der sog. Chordasepta komplicirter werden kann.

Ein Chordastrang findet sich vor mit Ausnahme von wenigen Formen (Hippocampus, kleine Exemplare von Syngnathus) überall im gewissen Alter der Thiere; durch das Erscheinen von Höhlen in der Chorda wird er oft unterbrochen oder geht auch fast ganz zu Grunde.

So wie wir sahen, dass der Chordastrang aus longitudinal in der Chorda gestreckten spindelförmigen Zellen entsteht, so bildet sich aus auf diese in senkrechter Richtung verlängerten Zellen das Chordaseptum, das in der gerade durch die Grenze benachbarter Wirbel geführten Ebene sich befindet. Seine Bildung wird, wenn nicht bedingt, so wenigstens unterstützt durch das Entstehen von Höhlen in der Chorda.

Wie unsere Fig. 9, Taf. II. [Esox lucius] zeigt, entsteht eine Chordahöhle in der vertebralen Gegend der Chorda, und zwar in der Form einer Spalte, die die ganze Chorda umringt; nur wenige Schichten von Zellen bleiben ausserhalb von ihr. Bei der weiteren Entwickelung wird diese Höhle durch die vertebrale Einschnürung der Chorda in zwei Theile getheilt, die mittelst der Wirbelenge, die gewöhnlich leer bleibt, mit einander verbunden sind. Intervertebral sind je zwei benachbarte Chordahöhlen durch das Chordaseptum von einander getrennt. Die sich entwickelnde Chordahöhle verdrängt allmählich fast alles Chordagewebe. Es bleibt von diesem in allen Fällen eine kleine Partie von vacuolisirten Zellen in der intervertebralen Gegend zurück, wo das Chordaseptum sich der Peripherie der Chorda nähert; sonst verbleibt nur eine von Chordafaserzellen gebildete, an die Hüllen der Chorda anliegende Auskleidung der Chordahöhle und die festeren Partien der Chorda: der Chordastrang und das Chordaseptum, in vielen Fällen nur das letztere, da der Chordastrang durch die sich vergrössernde Höhle in der vertebralen Enge bald zerrissen wird, so dass von ihm dann nur Spuren an beiden Seiten des Chordaseptums übrig bleiben.

Diesen definitiven Zustand zum Beispiel des Chordagewebes von Esox lucius (wie dasselbe bei jungen etwa $1^1/_2$ dm. langen Thieren aussieht, ist an der Taf. II. Fig. 9. abgebildet), hat eingehend Ebner in seiner Abhandlung über die Chorda der Teleostier und Amphibien [96.] beschrieben, so dass wir uns hier damit nicht weiter zu beschäftigen brauchen.

Dipnoer. Bei Ceratodus finde ich, dass die Septa zwischen den Vacuolen aus zwei festen, stark faserigen Wänden gebildet sind.

Die Zellen scheinen hier zum zweiten Typus zu gehören, aber ein feineres Endoplasma konnte ich hier nicht entdecken, vielleicht nur wegen der nicht ganz zutreffenden Alkoholkonservation. Die Kerne sind auffallend gross, kugelig. Auch bei Protopterus finde ich, dass die feineren Septa der Vacuolen ähnlich gebaut sind. Intercellulare Verbindungen konnte ich weder hier noch dort entdecken, nur Lücken zwischen den Zellen.

Unter den ***Amphibien*** konnte ich bei Amblystoma in dem Chordagewebe sehr leicht dieselbe Bauweise, wie wir sie bei Petromyzon sahen, entdecken. [Taf. I. Fig. 24a—e.]*) Bei anderen Formen (Triton, Salamandra) und besonders bei den Larven der Urodelen sind die Septa der Vacuolen so dünn, dass eine Untersuchung hier überaupt unmöglich ist. Es lässt sich denken, dass hier das Gewebe nicht anders als nach dem Typus der Cyclostomen gebaut ist.

II. Ueber den sog. Chordaknorpel.

Von vielen Forschern, so schon von Schwann [39.], Joh. Müller [35.] und Kölliker [89.] wurde auf die Ähnlichheit des Chordagewebes mit einigen Formen des Knorpels hingewiesen, und auch in der neuesten Zeit stellt Kölliker in der neuen Auflage seiner Histologie [89.] das Chordagewebe direct zu seinem „Knorpel ohne Grundsubstanz".

Da wir in dem ersten Theile unserer Arbeit gesehen haben, dass die Zellen des Chordagewebes keine wirkliche Zellmembran, desto weniger eine Hülle, die man mit einer Knorpelkapsel vergleichen könnte, ausscheiden, und dass zwischen ihnen auch keine andere Grundsubstanz sich befindet, können wir mit Berechtigung sagen, *dass das Chordagewebe mit dem Knorpel überhaupt nichts gemeinschaftliches hat.* Das Vorhandensein von interzellularen Verbindungen und jene Faserungen im Exoplasma hat das Chordagewebe mit der Epidermis gemeinschaftlich, mit welcher und überhaupt mit den Epithelien es, wie wir früher sahen, auch ausserdem viel Verwandtes hat.**) Um so mehr müssen uns jetzt, wenn wir auf

*) Hier haben, wie es scheint, die Chordaepithelzellen auch an ihrer äusseren Seite kleine Fortsätze, mit denen sie sich an die Chordahüllen ansetzen. [Taf. I. Fig. 23.]

**) Nebenbei gesagt, haben vacuolisirte Zellen des Chordagewebes auch eine auffallend grosse Aehnlichkeit mit verschiedenen Pflanzenzellen, eine viel grössere, als das seinerzeit Theodor Schwann [39.] geahnt hat.

diese Weise die nähere Verwandschaft dieser Gewebe hervorgehoben haben, jene Fälle interessiren, wo in dem Chordagewebe ein Knorpel sich befindet; und von solchen Fällen finden wir schon in der älteren Litteratur mehrere Angaben. Entweder ist dieser Knorpel in der Chorda selbst entstanden oder ist er von aussen in dieselbe eingedrungen; in dieser oder in jener Weise wurden von verschiedenen Forschern jene Fälle erklärt. Wir werden, ehe wir über eigene Befunde zu sprechen kommen, über diese Controversen der verschiedenen Histologen berichten und dabei zeigen können, dass es sich in einigen Fällen um keinen Knorpel, sondern nur um knorpelähnliche Gewebe handelte.

Die ältesten Angaben über chordale Knorpelbildung, diejenigen Köllikers [60.], die sich an Polypterus und Lepidosteus beziehen, wo die Chorda an ihrem caudalen Ende in einen knorpeligen Stab übergehen sollte, erwiesen sich als irrthümlich. Ich selbst habe die Chorda des Polypterus bis zu ihrer Endigung, die in einer knorpeligen Hülle erfolgt, gut erhalten gefunden. Aus etwas späterer Zeit datiren sich die Angaben Gegenbauers [62.] über verschiedene Amphibien und Reptilien, (Menobranchus, Siredon, Menopoma, Salamandra, Coecilia, Lacerta, Phyllodactylus), bei denen die Chorda an gewissen Stellen durch Ausscheidung von Grundsubstanz zwischen den Zellen in einen Knorpel sich ändern soll. In diesen Fällen handelt es sich, wie ich mich selbst überzeugen konnte, um einen wirklichen hyalinen Knorpel, dessen Grundsubstanz mit Haematoxylin blau sich färben lässt. Wo dagegen Gegenbauer von einem Chordaknorpel der Teleostier spricht — bei ihnen soll er sehr oft vorkommen — bin ich überzeugt, dass es sich da immer nur um ein solches kompaktes Chordagewebe handelte, wie wir es im ersten Theile unserer Arbeit beschrieben haben.

Seit Gegenbauer haben sich nur wenige Forscher mit dem Studium des Chordaknorpels und dessen Genese beschäftigt; von den neueren nenne ich nur Zykoff [93.], der bei seinen Untersuchungen am Amblystoma zu dem Resultate gekommen ist, dass der Knorpel von aussen in die Chorda eingedrungen ist, Field [95.] und Ebner [96.], die an die Bildung des Knorpels aus der Chorda selbst glauben. Field hatte Amphiuma, Ebner den Triton und Salamandra untersucht. Wir selbst glauben und werden es weiter unten nachzuweisen versuchen, dass die Divergenzen in den Ansichten der einzelnen Forscher dadurch entstanden sind, dass in verschiedenen Thieren der Chordaknorpel wirklich auf beiderlei Weise entstehen kann.

Die Genese des Knorpels aus der Chorda wurde in jenen Fällen ganz sicher nachgewiesen, wo wir die caudale Chorda mittelst eines Knorpelstabes beendigt sehen. Wie Victor Schmidt [92.]*) im Einverständniss mit Barfurth [91.] nachgewiesen hat, bleibt die caudale Chorda auf einer embryonalen Stufe der Entwickelung; ihre Zellen haben etwa den Werth von Chordaepithelzellen, und so handelt es sich nicht um die Bildung des Knorpels aus dem vacuolisirten, sondern einem embryonalen Chordagewebe. Barfurth hat auch nachgewiesen, dass die Chorda in dem Schwanze der Tritonen und Eidechsen nach der Amputation desselben mit einem knorpeligen Stabe regenerirt, und zwar spielen dabei auch die Chordaepithelzellen die Hauptrolle.**)

In der neuesten Zeit hat Saint Remy [95.] auch im Vorderende der Chorda einiger Amnioten einen Knorpel oder eher ein knorpelähnliches, sehr einfaches Gewebe gefunden. Auch V. Schmidt, nach einer Bemerkung in seiner Abhandlung [92.] zu schliessen, hat bei jungen Stichlingen etwas solches gefunden. Ich selbst finde bei Myxine das Vorderende der Chorda in Knorpel umgewandelt, worüber ich weiter unten Näheres berichte.

In einer seiner letzten Abhandlungen gibt Ebner [96.] an, dass man bei Triton und bei Salamandra in der Chorda einen Knorpel findet, dessen Genese aus dem Chordagewebe selbst über allen Zweifel erhoben ist, da die Chordascheiden an der Stelle, wo er sich befindet, ganz unbeschädigt sind. Dieser Knorpel war auch uns schon längst bekannt. Wir hatten ihn an Quer- und Längsschnitten durch die Köpfe etwa 1 dm langer Larven beobachtet, wo er sich unweit von der vorderen Endigung der Chorda befindet. Wie die Längschnitte und besser noch schief geführte Querschnitte [Taf. II., Fig. 13.] davon zeugen, handelt es sich da um vergrösserte Chordaepithelzellen, die sich in Chordazellen umwandeln und eine hyaline Grundsubstanz zwischen sich ausscheiden. Auch bei der Myxine, wo ein kleiner Theil der caudalen Endigung aus Knorpel besteht, finde ich, dass sich einzelne Zellen des Chordaepithels vergrössern und mit Knorpelkapseln zu umhüllen anfangen. Aus dem vacuolisirten Chordagewebe bildet sich nirgends ein Knorpel, auch ist wegen der hohen Differenzirung der Zellen desselben ein solcher Process gerade undenkbar.

*) In dieser Abhandlung findet man nähere Angaben über die grosse Litteratur, die sich mit dem kaudalen Chordaknorpel beschäftigt.

**) Die Regeneration mit einem knorpeligen Stabe war schon längst (H. Müller 64, Flesch 79, Fraisse 82.) bekannt, dass sie jedoch von der Chorda selbst ausgehen sollte, wurde früher nicht geglaubt.

Bei Myxine sehen wir auch einen anderen Modus der Bildung des Chordaknorpels, das Eindringen des Knorpels durch die durchgebrochenen Chordahüllen in das Innere der Chorda. Wie in der caudalen Partie der Chorda der Myxine, von der schon die Rede war, so auch in der vorderen bildet sich aus der Chorda (dem Chordaepithel) ein Knorpel.*) Wenn wir einen horizontalen Schnitt durch die Chorda betrachten [Taf. II. Fig. 12.], könnten wir glauben, dass der ganze hier an der Stelle der durchgebrochenen Chordahüllen sich befindende Knorpel aus der Chorda entstanden ist. Sagittale Längsschnitte [Taf. II. Fig. 11.] zeigen, dass jener Knorpel direct mit dem „gelben“ Knorpel der Schädelbasis verbunden ist und von dieser durch die Lücke in den Hüllen in die Chorda eindringt. Nur die an das Chordaepithel angrenzende Partie des Knorpels ist in diesem letzteren Falle wirklich aus der Chorda entstanden, alles übrige ist in die Chorda eingedrungen.**) Es ist eigenthümlich, dass man überhaupt keine Grenze zwischen den beiden Knorpeln finden kann. Auch das Knorpelgewebe, das wir im kaudalen Ende der Chorda finden, geht ohne jede Grenze in den Knorpel der Schwanzflosse über.

Dasselbe Eindringen des Knorpels in das Innere der Chorda, wie bei Myxine, finde ich in dem vorderen Ende der Chorda von Chimaera; hier wird durch diese Knorpelmasse das Chordagewebe stark destruirt.

Während es sich bei Myxine und Chimaera um das Eindringen ganzer Knorpelmassen durch die weit durchgebrochenen Chordahüllen handelte,***) sehen wir anderswo, dass nur einzelne Knorpelzellen in das Innere der Chorda eindringen und hier angekommen eine Grundsubstanz um sich herum ausscheiden. Wenn die Knorpelzellen bis in die untersten Schichten der festen Chordahüllen eindringen können, ist es auch ganz erklärlich, dass sie hie und da bis in das Chorda-

*) Wie mir Herr Prof. J. Schaffer in Wien persönlich mitgetheilt hat, war ihm der Knorpel in dem vorderen Ende der Chorda schon früher bekannt, auch hat er schon seine Existenz einmal öffentlich auf dem anatomischen Congresse in Gent bei Gelegenheit einer Discussion erwähnt.

**) Die Verhältnisse an dieser Partie der Chorda variiren wahrscheinlich. An jedem der drei von mir untersuchten Exemplare von Myxine sehe ich sie etwas anders.

***) Bei Ceratodus finde ich in den Hüllen der, wie Klaatsch [93b] zuerst gezeigt hat, verzweigten kaudalen Chorda hie und da grosse unregelmässige Lücken, durch die dann in mächtigem Strome das Bindegewebe der Umgebung und auch einzelne Knorpelzellen in das Innere eindringen und das Chordagewebe zerstören.

gewebe einwandern. Dieses Verhalten finde ich hauptsächlich bei den Selachiern (Raja, Myliobatis, Squatina) und zwar in der durch die Wirbelknörpel bedingten Verengerung der Chorda, die dann ganz von Knorpel ausgefüllt werden kann; etwas ähnliches finde ich auch in der caudalen Chorda von Raja Schultzii.

Wie wir in unserer Arbeit sahen, hat das entwickelte Chordagewebe mit dem Knorpel nichts gemeinschaftliches; aber trotzdem besitzt die „Keimzone" des Chordagewebes, wenn wir so das Chordaepithel benennen dürfen, hie und da die Fähigkeit in ein Knorpelgewebe sich umbilden zu können. In vielen Fällen jedoch ist der in der Chorda sich befindende Knorpel nur extrachordalen Ursprunges.

Erklärung der Tafeln.

(Alle Abbildungen wurden mit Hilfe einer Abbéschen Camera lucida und eines Mikroskopes der Firma Carl Reichert [Wien] ausgeführt.)

Tafel 1.

Fig. 1. Petromyzon fluviatilis. Das Gewebe aus der caudalen Partie der Chorda dorsalis; Querschnitt. In der Mitte der Chordastrang. Liq. Mülleri, Haematoxylin Delafield.
Reichert. Obj. 8, Oc. 2.

Fig. 2, 3. Aus einem ähnlichen Querschnitte. Die Zellen der Chorda durch natürliche Maceration theilweise gelockert.
Dieselbe Vergrösserung.

Fig. 4—8. Isolirte Zellen aus einem Längsschnitte durch die caudale Partie der Chorda dorsalis von Petromyzon.
Vergrösserung wie Fig. 1.

Fig. 9. Der Chordastrang und die an ihn angrenzenden Zellen; aus einem Längsschnitte. (Liq. Mülleri.) Vergrösserung wie Fig. 1.

Fig. 10. Eine Chordafaserzelle ohne Vacuole; aus dem Chordastrange von Petromyzon. Vergrösserung wie Fig. 1.

Fig. 11. Aus einem Querschnitte durch die Chorda von Petromyzon. Die verschiedene Lage der Kerne ich hier dargestellt. (Liq. Mülleri.) Apochr. Homog. Imm. $\frac{1}{12}$, Oc. komp. 8.

Fig. 12. Anguilla fluviatilis. Eine Zelle mit differencirtem Plasma. Aus dem Chordastrange. Das Exoplasma ist gegen das Endoplasma nicht scharf begrenzt. (Chromsäure—Eisessig.)
Dieselbe Vergrösserung.

Fig. 13. Ein Theil einer Zelle mit grosser Vacuole. Von demselben Thiere. Vergrösserung, wie die Fig. 11.

Fig. 14. Anguilla fluviatilis, Monté. (Vergleiche Taf. II. Fig. 1 und 2.) Eine Zelle, in deren Endoplasma sich kleine Vacuolen befinden. Das feste Exoplasma ist theilweise fein zerfasert, in demselben liegt auch eine Vacuole (Vac.). Die feinen interzellularen Verbindungen sind sichtbar. (Alkohol.) Semiapochromat. Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 4.

Fig. 15*a*. Petromyzon fluviatilis. Zwei Zellen aus der Nähe des Chordastranges der caudalen Chorda. (Vergleiche Fig. 1.) (Liq. Mülleri). Obj. wie oben, Oc. komp. 8.

Fig. 15*b*. Interzellulare Vacuolen von ähnlichen Zellen von der Fläche gesehen. Semiapochromat. Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Fig. 16. Eine „verhornte“ Zelle aus dem Chordastrange desselben Thieres. (Querschnitt.) Dieselbe Vergrösserung.

Fig. 17. Belone acus. Eine Chordazelle mit differenzirtem Plasma, Exoplasma (Ex) und Endoplasma (En). (Alkohol.) Vergrössert wie Fig. 15*b*.

Fig. 18. Zellen aus einer anderen Partie der Chorda desselben Thieres. Vergrössert wie Fig. 15*b*.

Fig. 19. Torpedo marmorata. Ein Querschnitt durch ein vielfach perforirtes Septum zwischen den Vacuolen des Chordagewebes. (Liq. Mülleri.) Vergrössert wie Fig. 15*b*.

Fig. 20. Dasselbe von der Fläche.

Fig. 21. Anguilla fluviatilis. Aus dem Chordastrange eines erwachsenen Exemplares. Ex, En, wie auf der Fig. 17. (Ac. chromic.) Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 4.

Fig. 22. Eine geschrumpfte Zelle aus dem Chordastrange; aus demselben Praeparate. (Vergleiche Taf. II. Fig. 4.) Dieselbe Vergrösserung.

Fig. 23. Amblystoma mexicanum. Eine Zelle des Chordaepithels. ei Elastica interna. (Alkohol.) Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Fig. 24*a*—*e*. Amblystoma mexicanum. *a*—*c* Grenzen benachbarter Zellen mit interzellularen Verbindungen. *d*—*e* Die Lage des Kerns (Alkohol.) Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Fig. *a*—*c*: Oc. komp. 4. Fig. *d*—*e*: Oc. komp. 8.

Fig. 25. Acipenser sturio. Grenzen der Zellen mit interzellularen Verbindungen. (Liq. Flemmingi.) Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 8.

Fig. 26. Trigla hirundo. Interzellulare Verbindungen. (Sublimat-Eisessig.) Dieselbe Vergrösserung.

Fig. 27. Belone acus. Dasselbe. Dieselbe Vergrösserung.

Fig. 28. *a*, *b*. Syngnathus spec. Dasselbe. K- Zellkerne, die in dem Plasma ganz eingeschlossen sind. X- Die Schichte der interzellularen Vacuolen von der Fläche aus gesehen. Die dunklen Stellen sind vielleicht als jene interzellularen Knoten, wie wir solche an Querschnitten sehen, zu deuten.

Fig. 29. *a*, *b*. Myxine glutinosa. *a*- Ein Querschnitt durch die Grenze zweier vacuolisirten Zellen. *b*- Dasselbe von der Fläche; schematisirt. (Alkohol.) Vergrössert wie die Fig. 24.

Fig. 30. Ein Theil des Chordagewebes eines Embryo eines Hühnchens von der Länge etwa $1^1/_2$ cm. (Liq. Mülleri.) Vergrössert wie die Fig. 24.

Fig. 31. Carassius auratus. Fragmentirte Kerne aus den Chordazellen. (Ähnliche finde ich oft auch in der Chorda junger Aale.) Vergrössert wie Fig. 24.

Tafel II.

Fig. 1. Anguilla fluviatilis. Monté. (Etwa $1^1/_2$ dm. lang.) Ein Querschnitt durch die vertebrale Partie der Chorda. (Alkohol.) Reichert, Obj. 6, Oc. 2.

Fig. 2. Ein Querschnitt durch dieselbe Chorda aus der Nähe der intervertebralen Partie. Ep- Die Kerne der Chordaepithelzellen Ex- Exoplasma; En- Endoplasma; Vac- Die Vacuole. Obj. 6, Oc. 3.

Fig. 3. Ein Längsschnitt durch dieselbe Chorda. Obj. 3, Oc. 5.

Fig. 4. Ein Theil eines Querschnittes durch den Chordastrang vom erwachsenen Aale. (Chromsäure kons.) c- die centrale homogene Masse. Obj. 8, Oc. 2.

Fig. 5. Ein Längsschnitt durch die Wirbelsäule eines erwachsenen Aales. chs- Chordastrang; c- Das kompakte Chordagewebe in der Enge des Wirbels. Obj. 1, Oc. 2, Tub. long.

Fig. 6. Ein Theil desselben Längsschnittes bei einer stärkeren Vergrösserung. (Chromsäure-Eisessig.) Obj. 8, Oc. 2.

Fig. 7. Ophidium barbatum. Die mittlere Partie eines Querschnittes durch die Chorda mit dem Chordastrange, in dessen Mitte sich eine homogene Masse befindet. (Formol.) Obj. 3, Oc. 2.

Fig. 8. Ein Theil aus derselben Abbildung bei einer stärkeren Vergrösserung. Das gewöhnliche vacuolisirte Chordagewebe (ch.)

geht in das aus grossen Zellen (g) gebaute Gewebe des Chordastranges über; die Zellen dieses letzteren verändern sich und aus ihren Körpern wird jene centrale homogene Masse gebildet. u eine gerade sich umwandelnde Zelle; m- die centrale Masse, in der man hie und da noch die Grenzen ehemaliger Zellen sehen kann. (Formol.) Obj. 6, Oc. 2, Tub. long.

Fig. 9. Esox lucius. Ein Längsschnitt durch die Chorda eines etwa $1^1/_2$ dm langen Exemplares. Chs- Chordastrang; Chsp- Chordaseptum; Chh- Chordahöhle.

Fig. 10 Eine Zelle aus derselben Chorda; aus der in der Fig. 9 mit dem Zeichen x bezeichneten Stelle. Das Exoplasma ist stark zerfasert. (Liq. Flemming.) Apochr. Homog. Imm. $_1{}^1{}_2$, Oc. komp. 8.

Fig. 11. Myxine glutinosa. Ein Sagittalschnitt durch das Vorderende der Chorda dorsalis. Chs- Chordastrang; K- der Knorpel der Schädelbasis. (Alkohol.) Obj. 2, Oc. 3.

Fig. 12. Ein in horizontaler Richtung geführter Schnitt durch dieselbe Partie der Chorda eines anderen Exemplares von Myxine. Che- Chordaepithel; Chk- Chordaknorpel; K- und Chs- wie in der Fig. 11. Obj. 6, Oc. 2.

Fig. 13. Triton taeniatus, eine etwa 1 dm lange Larve. Ein Querschnitt durch die Chorda mit einem Chordaknorpel. Che- und Chk wie in der Fig. 12. (Liq. Flemmingi.) Obj. 6, Oc. 2.

Literatura.

1828. Baer, Ueber Entwickelungsgeschichte der Thiere. I Theil. Königsberg. 1828.

76. Balfour, A preliminary account of the development of the elasmobranch fishes. Quart. Journal of micr. Science.

78. — A Monograph of Development of the Elasmobranch fishes. London.

79. — On the early Development of the Lacertilia togother with some Observations on the Nature and Relations of the primitive Streak. Quart. Journ. micr. Sc. XIX.

81. — A Treatise of comparative Embryology. Vol. II.

76. Balfour a Forster, Grundzüge der Entwickelung der Thiere. (Deutsch von N. Kleinenberg.) Leipzig.

82. Balfour Deighton, A renewed study of the germinal layers of the chick. Quart. Journ. micr. Sc. XXII.

82. Balfour a Parker, On the Structure and Development of Lepidosteus. Phil. Trans: Roy. Soc. London.
80. Bambeke van, Formation des feuillets embryonales et la notocorde chez les Urodeles. Bull. de l'acad. royal des sciences de Belgique.
91. Barfurth, Zur Entwickelung und Regeneration der Chorda dorsalis bei den urodelen Amphibien. Anat. Anzeiger. VI.
91b. — Zur Regeneration der Gewebe. Archiv f. mikr. Anat. 1. B. 37.
70. Bizzozero, Sulla struttura degli Epiteli pavimentosi stratificati. Centralblatt f. m. Wiss.
97. Brauer, Beiträge zur Kenntniss und der Anatomie der Gymnophionen. Zool. Jahrbücher, Bd. X.
82. Braun, Die Entwickelungsgeschichte des Wellenpapageies. Arb. zoolog. Inst. Würzburg, V.
82b. — Entwickelungsvorgänge am Schwanzende der Säugethiere. Arch. f. Anat. und Entwg.
77. Calberla, Zur Entwickelung des Medullarrohres und der Chorda dorsalis der Teleostier und Petromyzonten. Morphol. Jahrb. III.
75. Cartier, Beiträge zur Entwickelung der Wirbelsäule. Zeitschr. f. wiss. Zool. XXV.
69. Dursy, Zur Entwickelungsgeschichte des Kopfes des Menschen und der höheren Wirbelthiere. Tübingen.
95. Ebner v. Ueber den feineren Bau der Chorda der Cyclostomen. Sitzb. d. Wiener Akad. Naturw. Cl. CV.
95a. — Ueber den Bau der Chorda dorsalis von Acipenser. Ibidem, CIV.
95b. — Ueber den feineren Bau der Chorda dorsalis von Myxine nebst weiteren Bemerkungen über die Chorda von Ammocoetes. Ibidem, CIV.
95c. — Ueber den Bau der Chorda dorsalis des Amphioxus lanceolatus. Ibidem CIV.
96. — Ueber die Wirbel der Knochenfische und die Chorda der Fische und Amphibien. Ibidem CV.
96. — Die Chorda dorsalis der niederen Fische und die Entwickelung des Bindegewebes. Zeitschr. f. w. Zool. Bd. 62.
95. Field, Bemerkungen über die Entwickelung der Wirbel bei den Amphibien nebst Schilderung eines abnormen Wirbelsegmentes. Morphol. Jahrb. XXII.

79. Flesch, Ueber das Schwanzende der Wirbelsäule.
Verh. phys-med. Ges. Würzburg N. F. Bd. 13.
82. Fraisse, Beiträge zur Anatomie von Pleurodeles Waltii.
Arb, zool. Inst. Würzburg, Bd. V.
82b. — Eigenthümliche Structurverhältnisse im Schwanze erwachsener Urodelen. Zool. Anz. Bd. 3.
85. — Die Regeneration der Gewebe und Organe bei den Wirbelthieren. Cassel und Berlin.
61. Gegenbauer, Ueber Bau und Entwickelung der Wirbel der Amphibien. Abh. naturf. Ges. zu Halle, Bd. VI.
62. — Untersuchungen zur vergleichenden Anatomie der Wirbelsäule der Amphibien und Reptilien. Leipzig.
67. -- Ueber die Entwickelung der Wirbelsäule des Lepidosteus mit vergleichend-anatomischen Bemerkungen.
Jenaische Zeitschr. III.
72. — Untersuchungen zur vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere, III. Das Kopfskelett der Selachier. Leipzig.
81. Gerlach, Ueber die entodermale Entwickelungsweise der Chorda dorsalis. Biolog. Centralbl. I.
75. Goette, Entwickelungsgeschichte der Unke. Leipzig.
78. — Beiträge zur Entwickelung der Wirbelthiere. III. Ueber die Entwickelung des Central-Nervensystems der Teleostier. [Cap. V. Ueber die Entwickelung der Wirbelseite der Teleostier und Amphibien.]
Archiv f. mikr. Anat. XV.
78b. — Beiträge zur vergleichenden Morphologie des Skelettsystems der Wirbelthiere. I. Die Wirbelsäule und ihre Anhänge. 1. Die Cyclostomen. Archiv f. mikr. Anat. XV.
78c. — — 2. Die Ganoiden, Elasmobranchier, Chimaera.
Ibidem.
79. — — 3. Teleostier. Ibidem, XVI.
82. Grassi, Lo sviluppo della colonna vertebrale nei pesci ossei.
Atti dell reale Acad. dei Lincei, 1882—3.
83, — Beiträge zur näheren Kenntnis der Entwickelung der Wirbelsäule der Teleostier. Morphol. Jahrb. VIII.
79. Hasse, Das natürliche System der Elasmobranchier. Jena.
92. — Entwickelung der Wirbelsäule von Triton taeniatus.
Zeitschr. f. wiss. Zool. LIII. Suppl.
92b. — Die Entwickelung der Wirbelsäule der Elasmobranchier.
Ibidem, Bd. LV.

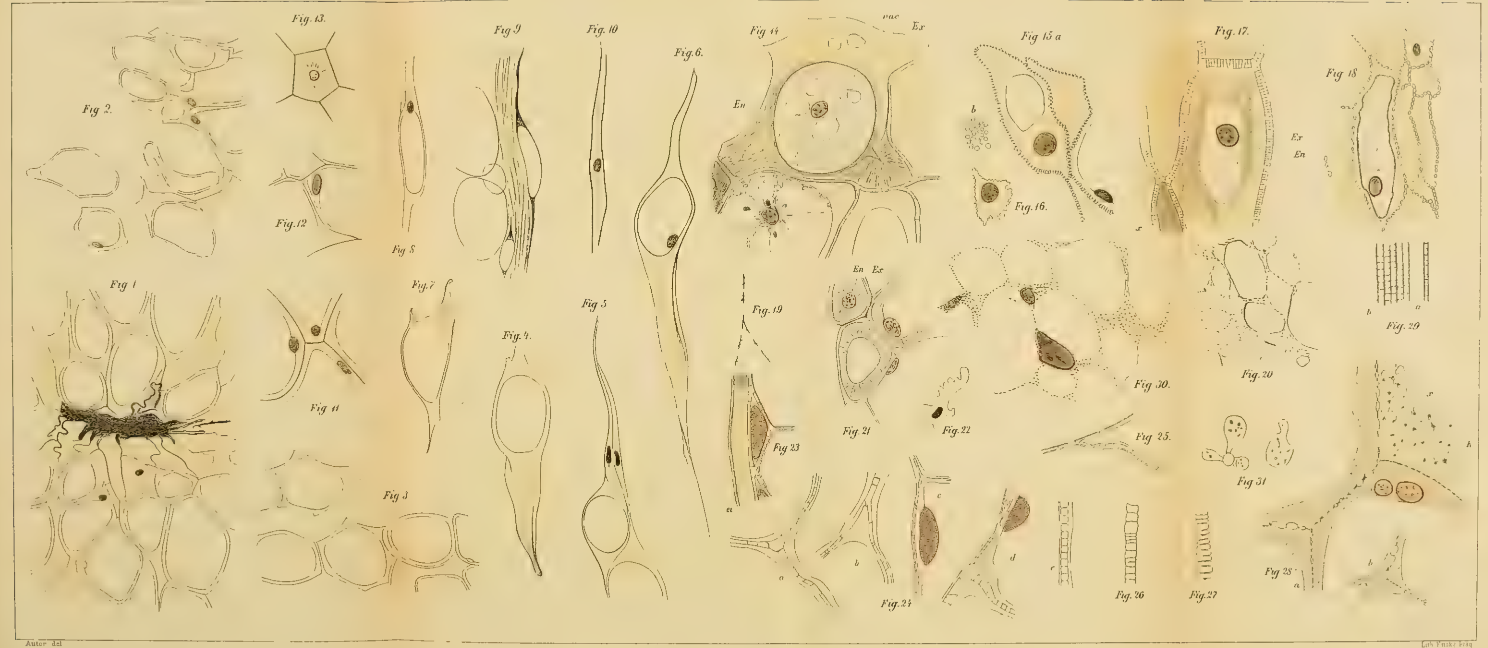
93. Hasse Entwickelung der Wirbelsäule der ungeschwänzten Amphibien. Ibidem.
93b. — Die Entwickelung der Wirbelsäule der Dipnoi. Ibidem.
93c. — Die Entwickelung und der Bau der Wirbelsäule der Ganoiden. Ibidem. Bd. LVII.
93d — Die Entwickelung u. d. Bau der Wirbelsäule der Cyclostomen. Ibidem.
81. Hatschek, Studien über die Entwickelung des Amphioxus. Arbeiten aus dem zoolog. Inst. Wien Bd. IV.
78. Heiberg, Ueber die Zwischenwirbelgelenke und Knochenkerne der Wirbelsäule bei den Neugeborenen und ihr Verhalten zu der Chorda dorsalis. Schenk's Untersuchungen, Heft II. Wien.
76. Hensen, Beobachtungen über die Befruchtung und Entwickelung des Kaninchens und Meerschweinchens. Zeitschr. f. Anat. u. Entwg.
83. Hertwig, Die Entwickelung des mittleren Keimblattes. Jenaische Zeitschr.
68. His, Untersuchungen über die erste Anlage des Wirbelthierkörpers. Leipzig.
95. Joseph, Ueber das Achsenskelett des Amphioxus. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. LIX.
91. Kienitz-Gerloff, Die Protoplasmaverbindungen zwischen den benachbarten Gewebselementen in der Pflanze. Botanische Zeitung, Jahrg. 49.
93. Klaatsch, Ueber die Wirbelsäule der Dipnoer. Verhandl. d. anat. Ges. auf der Vers. in Göttingen.
93a. — Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Wirbelsäule. I. Ueber den Urzustand der Fischwirbelsäule. Morph. Jahrbuch. XIX.
93b. — II. Ueber die Bildung knorpeliger Wirbel bei Fischen. Ibidem, XX.
95. — III. Zur Phylogenese der Chordascheiden und zur Geschichte der Umwandlungen der Chordastructur. Ibidem, XXII.
60. Kölliker, Ueber das Ende der Wirbelsäule der Ganoiden. Jubiläumsschrift, Leipzig.
60b. — Ueber die Beziehungen der Chorda dorsalis zur Bildung der Wirbel der Selachier und einiger anderer Fische. Verhandl. d. phys- med. Ges. Würzburg. X.

64. Kölliker, Weitere Bemerkungen über die Wirbel der Selachier insbesondere über die Wirbel der Lamnoidei nebst allgemeinen Bemerkungen über die Bildung der Wirbel der Plagiostomeen.
Abhandl. d. Senckenberg. Ges. Frankfurt a. M.
72. — Kritische Bemerkungen zur Geschichte der Untersuchungen über die Scheiden der Chorda dorsalis.
Verh. phys.-med. Ges. Würzburg,
74. — Entwickelungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere Leipzig.
89. — Handbuch der Gewebelehre. Leipzig.
67. Kowalewski, Entwickelungsgeschichte des Amphioxus lanceolatus oder Branchiostoma lubricum.
Mém. Acad. Pétersbourg. Tome 11.
83. Lampert, Zur Genese der Chorda dorsalis beim Axolotl.
Inaug. Diss. Erlangen.
53, Leydig, Anatomisch-histologische Untersuchungen über Fische und Reptilien. Berlin.
57. — Lehrbuch der Histologie. Frankfurt a. M.
79. Löwe, Zur Kenntniss der Saugethierchorda.
Arch. f. mikr. Anat XVI.
87. Lwoff, Vergleichend anatomische Studien über die Chorda und die Chordascheide.
Bull. de la Soc. Imper. des Nat. Moscou.
89. — Ueber den Bau und die Entwickelung der Chorda von Amphioxus. Mitth. zool. Stat. Neapel IX.
94. — Die Bildung der primären Keimblätter und die Entstehung der Chorda und des Mesoderms bei den Wirbelthieren. Bull. de la Soc. des Nat Moscou.
75. Mihalkowicz, Die Wirbelseite und der Hirnanhang.
Arch. f. mikr. Anat. Bd. 11.
58. Müller H. Ueber das Vorkommen von Resten der Chorda dorsalis beim Menschen. Zeitschr. f. rat. Medicin.
64. — Ueber Regeneration der Wirbelsäule und des Rückenmarkes bei Tritonen und Eidechsen. Frankfurt a. M.
34. Müller Joh. Vergleichende Osteologie der Myxinoiden.
Verhandl. d. Akad. Berlin.
71. Müller W. Beobachtungen des pathologischen Institutes zu Jena. I. Ueber den Bau der Chorda dorsalis.
Jenaische Zeitschr.

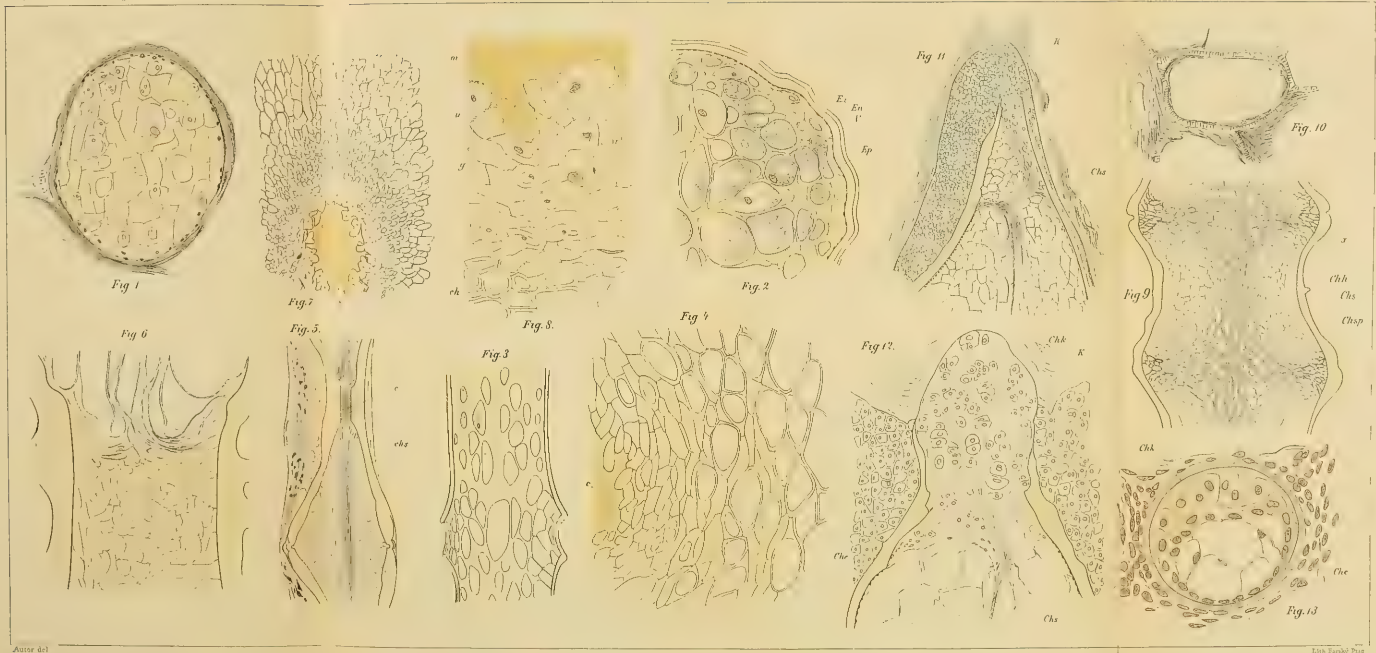
91. Musgrove, Persistence of the notocord in the human subject. The Journ. of Anat. and Physiol. XXV.
95. Noetzel, Die Rückbildung der Gewebe im Schwanz der Froschlarve. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 45.
75. Oellacher, Beitr. zur Entw. der Knochenfische nach Beobachtungen an der Bachforelle. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. 23.
68. Peremeschko, Ueber die Bildung der Keimblätter im Hühnerei. Sitzb. d. Akad. Wien, Bd. 57.
78. Perepelkin, Sur la structure de la notocorde de la lamproie. Bull. de la soc. Imp. des Nat. de Moscou.
89. Rabl, C. Die Principien der Histologie. Verhandl. d. anat. Ges. auf der Versammlung in Berlin.
76. Radwaner, Ueber die erste Anlage der Chorda dorsalis. Sitzb d. Akad. Wien, Bd. 73.
79. Ranvier Nouvelles recherches sur le mode d'union des cellules du corps muqueux de Malpighi. Comptes rend. Acad. des sciences.
88. — Technisches Lehrbuch der Histologie. (Uebersetzt von Nicati und Wyss.) Leipzig.
50. Remak, Untersuchungen über die Entwickelung der Wirbelthiere. Berlin, 1850—55.
93. Renaut, Traité d'histologie pratique. Tome premier. Paris.
81. Retzius, Einige Beiträge zur Histologie und Histogenese der Chorda dorsalis. Archiv f. Anat. und. Physiol.
91. Robinson, The Formation and Fate of the primitive Streak, with Observations on the Archenteron and germinal Layers of Rana temporaria. Quart. Journ. Micr. Sc. Vol. 32.
95. Saint Remy, Recherches sur l'extrémité antérieure de la corde dorsale chez les Amniotes. Archiv de biologie T. XIV.
81. Salensky, Dévelopement du Sterlet. Archiv de biologie, T. II.
92. Scheel, Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Teleostierwirbelsäule. Morph. Jahrb. XX.
91. Schmidt Victor, Die Entwickelung des Hinterendes der Chorda dorsalis bei Siredon pisciformis. Inaug. Diss. Dorpat, St. Petersburg.
92. — Die Chorda dorsalis und ihr Verhalten zur Wirbelsäule im Schwanzende der Wirbelthiere. Sitzb. d. Naturf. Ges. Dorpat, Bd. 10.
92b. — Das Schwanzende der Chorda dorsalis bei den Wirbelthieren. Anatomische Hefte Bd. II.

79. SCHNEIDER, Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Entwickelungsgeschichte der Wirbelthiere.
96. SCHULZE F. E., Ueber die Verbindung der Epidermiszellen unter einander. Sitzb. d. Akad. Berlin.
64. SCHULTZE, Max. Die Stachel und Riffzellen der tieferen Schichten der Epidermis, dicker Pflasterepithelien und der Epithelialkrebse. Virchov's Archiv, XXV.
39. SCHWANN, Mikroskopische Untersuchungen über die Uebereinstimmung in der Structur und dem Wachsthum der Pflanzen und der Thiere. Berlin.
72. SCHWARZK, Beiträge zur Entwickelung der Wirbelsäule bei den Vögeln. Hasse, Anatomische Arbeiten, Leipzig.
89. SCHWINK, Ueber die Entwickelung des mittleren Keimblattes und der Chorda dorsalis der Amphibien. München.
79. SCOTT W. B. A OSBORN H. F., On some Points in the early Development of the common Newt. Quart. Journ. Micr. Sc.
82. STRAHL, Beiträge zur Entwickelung der Lacerta agilis. Archiv f. Anat. u. Physiol.
97. STUDNIČKA, Ueber das Vorhandensein von interzellularen Verbindungen im Chordagewebe. Zoolog. Anzeiger.
69. WALDEYER, Ueber die Keimblätter und den Primitivstreifen bei der Entwickelung des Hühnerembryo. Zeitschr. f. rat. Medicin.
75. WIEDERSHEIM, Salamandrilla perspicillata und Geotriton fuscus. Genua.
93. ZYKOFF, Ueber das Verhalten des Knorpels zur Chorda bei Siredon pisciformis. Bull. de la soc. des nat. de Moscou, Tome 7.

Tiskem dra Edv. Grégra. — Nákladem Král. České Společnosti Náuk v Praze 1897.



Autor del. Lith. Farsky Prag.



Autor del. Lith Farský Prag

XLVI.

Das Amazonas-Devon und seine Beziehungen zu den anderen Devongebieten der Erde.

Von Dr. **Friedrich Katzer** in Pará (Brasilien).

Mit einer Karte.

(Vorgelegt den 23. Juli 1897.)

Einleitung.

Das Devon im Amazonasgebiete ist zur Zeit nur nördlich vom Strome einigermaassen genauer bekannt, und zwar von der *Serra Ereré,* einem Tafelberge nördlich von Monte Alegre und aus den Thalfurchen des *Maecurú* und *Curuá*, zwei kleineren nördlichen Zuflüssen des Amazonas, von welchen der erstere zwischen Monte Alegre und Alemquer, der zweite zwischen dieser Stadt und Obidos sich mit dem „Vater der Ströme“ verbindet. Die genauere Kenntnis des Devon in diesen Gebieten verdankt die Wissenschaft in erster Linie der erspriesslichen Thätigkeit der ehemaligen „Geologischen Commission von Brasilien,“ welche unter der tüchtigen Leitung des verdienten Ch. F. Hartt in den 70er Jahren dieses Jahrhundertes hauptsächlich das reiche Amazonasgebiet zum Gegenstande ihrer Forschungen erwählt hatte. Die Leistungen der Commission sind allerdings in Folge der Ungunst der Verhältnisse und vielleicht auch in Folge des etwas einseitigen Vorgehens Hartt's nur rhapsodische geblieben, allein es ist durch dieselben, ganz abgesehen von den übrigen Ergebnissen, doch ein Material zusammen gebracht worden, welches die ersten Grundlagen für eine richtige Beurtheilung des nordamazonischen Devon geboten hat*).

---

*) Die bis jetzt noch unveröffentlichten Arbeiten der ehemaligen „Geologischen Commission“ sollen im gegenwärtig erscheinenden II. Bande des „Bo-

Die bisher über das Amazonas-Devon veröffentlichten literarischen Arbeiten sind Folgende:

1874: Ch. F. Hartt: Contributions to the Geology and Physical Geography of the Lower Amazonas. Bull. of the Buffallo Soc. Nat. Sci. 1874, pag. 201—235.
R. Rathbun: On the Devonian Brachiopoda of Ereré, Province of Pará, Brazil. Ibid. pag. 236—261.

1875: Ch. F. Hartt and R. Rathbun: Devon. Trilobites and Mollusks of Ereré. Annal. of the Lyc. of Nat. Hist. N. Y. XI, pag. 110—127.

1878: R. Rathbun: The Devonian Brachiopoda of the Prov. of Pará, Brazil. Proceed. of the Boston Soc. of Nat. Hist. XX, pag. 14—39.

1890: J. M. Clarke: As Trilobitas do Grez de Ereré e Maecurú. Archivos do Mus. Nac. de Rio de Janeiro. IX, pag. 1—58 als Separ. (Im I. Vol. der Revista do Mus. Nac. erst 1896 erschienen).

1896: F. Katzer: Beitrag zur Kenntniss des älteren Palaeozoicums im Amazonasgebiete. Sitzber. d. Kgl. böhm. Gesellsch. der Wissenschaften. Nr. XXIX. bes. pag. 23—25.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Bearbeitung der im Museu Nacional zu Rio de Janeiro befindlichen Gastropoden und Lamellibranchiaten nebst Tentaculiten von der Serra Ereré und den Flüssen Maecurú und Curuá, welche der bewährte Palaeontologe Dr. J. M. Clarke in Albany N. Y. übernommen und schon vor 6 Jahren durchgeführt hat*). Seine diesbezügliche Abhandlung ist mit 6 Tafeln ausgestattet (zwei weitere beziehen sich auf das Silur am Trombetas), welche mir durch die Güte des Autors unter liebenswürdiger Vermittelung des Herrn Director Dr. O. A. Derby in São Paulo zur Benützung freigestellt wurden, ehe der begleitende Text noch in Druck genommen wurde. Die ungebührlich lange Verzögerung der Drucklegung einer so wichtigen Arbeit gereicht dem Museu Nacional in Rio

letim do Museu Paraense" successive abgedruckt werden. Dieselben sind mehr allgemein geographischen als geologischen Inhaltes, überdies zum Theil in der Auffassung recht veraltet und in ihrem wesentlichen Inhalte in O. A. Derby's vortrefflicher Uebersicht: Contribuições para a geologia da região do Baixo Amazonas; Archivos do Mus. Nac. Rio de Janeiro, Vol. II. pag. 77 ff. schon zusammengefasst worden. Ihr unverkürzter Abdruck im Urtext ist lediglich ein Act von literarischer Pietät.

*) Nach einer gefälligen brieflichen Mittheilung vom 3. Februar d. J.

de Janeiro sicherlich nicht zur Ehre und entspricht keineswegs der durch den Kostenaufwand für die Tafeln bethätigten und von Verständniss für die Sache zeugenden Opferwilligkeit. Ich möchte herzlichst wünschen, dass dieser loyale Hinweis die im Interesse der Wissenschaft gelegene Beschleunigung der Publikation fördern helfen möchte.

Von allen drei oben genannten Verbreitungsgebieten des nordamazonischen Devon, welche Fossilien geliefert haben, die allein einen genaueren Vergleich mit anderweitigen wohlbekannten Devonablagerungen ermöglichen, ist gegenwärtig die Maecurúpartie am besten erforscht. Was an Petrefakten von der Serra Ereré bis jetzt bekannt war, stammt aus den Aufsammlungen der Morgan-Expeditionen (1870—1871) und der ehemaligen Geologischen Commission (1876). Die Fossilien vom Curuá sind ebenfalls 1876 von der Commission (namentlich durch H. H. Smith) zusammengebracht worden, ebenso wie das Petrefakten-Material vom Maecurú, welches in den vier ersten oben genannten Abhandlungen und in dem noch unveröffentlichten Clarke'schen Werke bearbeitet wurde.

Ein bedeutender Vorstoss in der Kenntniss der Devonfauna am Maecurú wurde durch die Collection erzielt, welche Herr Dr. João Coelho, Vicepräsident der Deputirtenkammer von Pará, für die beabsichtigte Staatsausstellung unternommen und im März 1896 dem Museu Paraense überwiesen hatte. Dieselbe stammt von der 25ten Stromschnelle, von der Mündung stromaufwärts gezählt, und wurde aus wenigen Blöcken in einer grossen Anzahl von Arten und Individuen herauspräparirt. Sie erweitert nun nicht nur in erfreulichster Weise die bisherige Kenntniss der Devonfauna des Amazonasgebietes, sondern bietet auch gewichtige neue Anhalte für die genauere Parallelisirung der bezüglichen Ablagerungen mit dem Devon anderer Verbreitungsgebiete.

Die Schichten, welchen die Blöcke entnommen wurden, erwiesen sich förmlich gespickt voll von Versteinerungen, ja manche Stücke erscheinen geradezu als Fossilienbreccie, wobei allerdings der Erhaltungszustand der Versteinerungen häufig viel zu wünschen übrig lässt und kaum eine beiläufige Bestimmung gestattet. Das Gestein, in welchem die Petrefacten eingeschlossen sind, ist ein theils ziemlich mürber, theils sehr fester und zäher, fast quarzitischer Sandstein, der, durchwegs mehr minder eisenschüssig, stellenweise von Eisenoxydhydraten (Limonit, Goethit) ganz durchsetzt, zum Theil metamorphosirt und an der Oberfläche der Blöcke haematitisirt ist. Die

Versteinerungen sind zum grössten Theile nur als Steinkerne erhalten, jedoch ist die Erhaltung zuweilen auch eine überraschend günstige, indem die subtilsten Bestandtheile des festen Gerüstes der Thiere, in Limonit oder Stilpnosiderit umgewandelt, in aller Schärfe erhalten sind, wie z. B. die Armgerüste der Brachiopoden, Zellenwände der Korallen usw. Leider pflegen die in Limonit umgewandelten, ursprünglich kalkigen Schalen der Petrefacten mit dem ebenfalls stark limonitisirten Gestein so fest verbunden zu sein, dass meistens die Schale unablösbar am Gestein haften bleibt und auf der Oberfläche des Steinkernes nur der innere Abdruck der Schale ersichtlich wird. Durch Reinpraeparirung und Abdrücke kann aber in manchen Fällen die äussere Sculptur der Schalen mit völliger Klarheit erkannt werden.

Die häufigsten Versteinerungen im Amazonasdevon, sowohl nach Arten- als Individuenanzahl, sind *Brachiopoden* und *Lamellibranchiaten*, zu welchen sich zunächst *Gastropoden* gesellen; im Ereré-gebiete treten weiter *Trilobiten* und *Tentaculiten* auf, im Maecurú-gebiete namentlich *Anthozoen, Trilobiten*, *Tentaculiten* und *Crinoiden. Cephalopoden* und *andere Thierordnungen* kommen *nur in Spuren* vor, durch welchen Hinweis ich eine in der oben citirten Abhandlung pag. 24 von mir gemachte Bemerkung *corrigire;* denn die beiden dort erwähnten schlecht erhaltenen Bruchstücke von Steinkernen scheinbarer Goniatiten vom Maecurú erwiesen sich nach der Herauspräparirung als wahrscheinlich einem *Bellerophon* (aus der Gruppe des *Belleroph. Uralicus* Vern. ??) angehörig und das ebendort erwähnte Handstück eines grauen feinkörnigen Sandsteines mit einem Goniatiten und einem Clymenienrest aus dem geringfügigen alten Bestande des Museums dürfte überhaupt nicht, wie die Herkunftsangabe lautete, von der Serra Ereré, ja möglicherweise gar nicht aus Südamerika stammen. Ich habe die Unzuverlässigkeit der in einem älteren Relatorio enthaltenen Fundortsangaben erst später erkannt. Besonders beachtenswerth, und nach unseren heutigen Kenntissen für das Maecurú-devon sehr bezeichnend, ist *das reichliche Vorkommen von Korallen*, welche bisher aus den Devonablagerungen Brasiliens, insbesondere des Amazonasgebietes nicht bekannt waren.

In den folgenden Abschnitten soll zunächst eine gedrängte faunistische Charakteristik des Amazonasdevon — mit dem gegenwärtig palaeontologisch am besten ausgebeuteten Maecurúgebiete beginnend — gegeben werden, ehe zu weiteren Vergleichen geschritten wird.

Die Fauna des Amazonas-Devon.

1. Die Fauna vom Rio Maecurú.

In der bisherigen Literatur, einschliesslich des noch nicht publicirten Werkes von Clarke, werden aus dem Devon des Maecurúgebietes 70 Arten thierischer Reste angeführt, die sich auf folgende Classen vertheilen:

Brachiopoda	21	Arten
Lamellibranchiata	22	"
Gastropoda	13	"
Crustacea (Trilobitae)	14	"

Durch die Coelho'sche Collection von der 25ten Stromschnelle wird die Anzahl der Arten ansehnlich über Hundert vermehrt, die den folgenden Classen und Ordnungen angehören:

Coelenterata.

I. *Anthozoa.*

1. *Chaetetes Carvalhoanus* Katzer. Breitästige Stöcke, zusammengesetzt aus dünnen, langen, gleichartig polygonal-prismatischen Zellen. Benannt zu Ehren des ausgezeichneten Arztes und gegenwärtigen Gouverneurs des Staates Pará, MDr. José Paes de Carvalho.

2. *Bifrons ambigua* Katzer. Einzige Art einer wahrscheinlich neuen, sich an die Monticuliporidaeen anschliessenden Gattung (beziehungsweise Familie) mit theils rasenförmig ausgebreiteten, theils becherförmigem, meist aber strauchartig verzweigtem Stock, der aus gleichartigen feinen Röhrenzellen besteht, deren Wände nach aussen so verdickt sind, dass die Oberfläche der wohlerhaltenen Colonien ein bryozoenähnliches Aussehen erhält. Ist sehr häufig; manche Sandsteinpartien sind davon ganz durchsetzt.

3. *Pleurodictyum Amazonicum* Katzer. Eine sehr wichtige Art, welche sich an das *Pleurod. Americanum* Röm. aus der nordamerikanischen Hamiltongroup näher anschliesst, als an das im rheinischen Devon so verbreitete *Pleurodict. problematicum* Goldf., jedoch gewissermaassen die Eigenschaften beider verbindet.

Echinodermata.

II. *Crinoidea.*

Aus dieser Classe kommen im Sandstein an der 25ten Stromschnelle des Maecurúflusses zahlreiche Stielglieder und Säulenstücke vor. Sie sind zwar von sehr verschiedener Grösse, sonst aber von ähnlicher Beschaffenheit und dürften wenigstens zum Theil zu

4. *Ctenocrinus* sp. gehören. Eine nähere Bestimmung ist nicht möglich.

Molluscoidea.

III. *Bryozoa.*

5. *Fenestella* sp. Ein im ziemlich groben Sandstein erhaltener negativer Abdruck einer Oberflächenpartie eines grösseren Stockes erinnert an *Fen.* (*Polypora*) *cultellata* Hall aus der Upper Helderberg group Nordamerikas, ist aber nicht näher bestimmbar.

Dasselbe gilt von zwei Resten von

6. *Stictopora* sp., welche einige Aehnlichkeit mit *Stictopora Gilberti* Hall, ebenfalls aus der Upper Helderberg group, besitzen.

IV. *Brachiopoda.*

7. *Orthis musculosa* Hall.

8. *O. Nettoana* Rathbun.

9. *O. Harttii* Rathbun.

10. *Orthis* sp. Näher nicht bestimmbare Abdrücke einer Dorsalschale, die an die rheinische *O. striatula* Schloth. sp. erinnert.

11. *Strophomena Hoeferi* Katzer. Eine schöne Art, die in der Schalenform grossen Exemplaren von Tropidoleptus carinatus Conr. sp. ähnelt. Kommt häufig vor. Benannt zu Ehren meines hochverehrten Freundes, Prof. Hans Hoefer an der Bergakademie zu Leoben.

12. *Stropheodonta perplana* Conrad sp.

13. *Stropheodonta Portoana* Katzer. Grösser als die vorherige Art, mit Schloss, welches jenem von *Stroph. concava* Hall aus der Hamilton group Nordamerikas ähnlich sieht. Benannt nach meinem Freunde *Raymundo da Silva Porto*, Subdirector des Museu Paraense.

14. *Tropidoleptus carinatus* Conrad sp. Nicht häufig.

15. *Vitulina pustulosa* Hall. Eine der gewöhnlichsten Versteinerungen des Maecurúdevon.

16. *Streptorhynchus Agassizi* Hartt.

17. *Streptorhynchus* sp. Nicht näher bestimmbare Steinkerne wahrscheinlich zweier Spezies.

18. *Chonetes Freitasi* Rathbun.

19. *Ch. Comstocki* Hartt.

20. *Ch. Herbert-Smithi* Hartt.

21. *Ch. curuaensis* Rathbun.

22. *Chonetes* sp.

23. *Productella maecuruensis* Rathbun.

24. *Spirifer Lauro-Sodréanus* Katzer. Eine prächtige Art, die in Grösse und Umriss an *Spirifer subsulcatus* Barrois gemahnt. Benannt zu Ehren des verehrten früheren Gouverneurs des Staates Pará, Dr. *Lauro-Sodré*, gegenwärtig Professor an der Militärakademie zu Rio de Janeiro.

25. *Spirifer Coelhoanus* Katzer. Eine, wie es scheint sehr häufige, durch ihre Gestalt und Berippung leicht kenntliche Art aus der nächsten Verwandtschaft des *Spir. Pedroanus* Hartt. Benannt nach dem oben schon rühmend erwähnten Dr. *João Coelho.*

26. *Spirifer Clarkei* Katzer. Eine grosse schöne Art, von welcher aber nur die mässig gewölbte Ventralklappe mit breitem Sinus und wenigen starken scharfkantigen Rippen bekannt ist. Die Art schliesst sich an *Spir. sculptilis* Hall aus der Hamilton group an und erinnert an gewisse carbonische Formen. Benannt nach dem um die palaeontologische Kenntniss des Amazonasdevon verdienten Dr. *John M. Clarke*, State geologist in Albany, N. Y.

27. *Spirifer duodenarius* Hall. Eine vom Typus etwas abweichende Varietät.

28. *Spirifer Derbyi* Rathbun.

29. *Spir. Pedroanus* Hartt, scheint im Maecurúdevon sehr selten zu sein.

30. *Spirifer Elizae* Hartt. Ebenfalls selten.

31. *Spirifer Buarquianus* Rathbun, ist die gewöhnlichste, in zahllosen Exemplaren vorhandene Versteinerung im Sandstein an der 25ten Stromschnelle des Maecurúflusses. Die sehr veränderlichen Formen dieser Art können in zwei Gruppen vereinigt werden:

a) Var. *alata* Katzer, langflügelig, niedrig, mit je 16 bis 18 Rippen jederseits vom Sinus, beziehungsweise Wulst;

b) Var. *contracta* Katzer, von mehr dreieckigem Umriss und mit höchstens 12 Rippen.

Die extremen Formen beider Varietäten sind so verschieden, dass sie recht wohl als gute Arten gelten könnten; jedoch sind sie durch Uebergänge verbunden.

32. *Spirifer Hartti* Rathbun.

33. *Spirifer maecurúensis* Rathbun.

34. *Amphigenia* cf. *elongata* Hall.

35. *Rhynchonella* (*Stenocisma*) *dotis* Hall.

36. *Rhynchonella* sp. Erinnert an *Rh. carica* Hall.

37. *Terebratula* cf. *Derbyana* Hartt.

38. *Centronella Jamesiana* Hartt sp. Da es mir gelungen ist, das Armgerüst dieser von Hartt zu *Retzia* gestellten Art zu entblössen besteht kein Zweifel mehr, dass die Art zu den für das südamerikanische Devon so charakteristischen gerippten Centronellen zu stellen ist. Dasselbe gilt von

39. *Centronella Wardiana* Hartt sp.

40. *Leptocoelia flabellites* Conrad. Dieses wichtige Fossil ist im Sandstein von der 25ten Stromschnelle des Maecurú nicht selten.

41. *Oriskania navicella* Hall et Clarke, vollkommen übereinstimmend mit der aus dem Oriskany sandstone stammenden Art, jedoch durchwegs bedeutend kleiner, gehört zu den gewöhnlichen Vorkommen im Devon am Maecurúflusse.

Mollusca.

V. *Lamellibranchiata.*

42. *Actinopteria Eschwegei* Clarke.

43. *Actinopteria Humboldti* Clarke. Actinopterien sind im Devon am Maecurú überaus häufig und ich glaube, dass sie nicht durchwegs bei den beiden genannten Arten unterzubringen sind. Jedoch ist zunächst Clarke's diesbezügliche Beschreibung abzuwarten.

44. *Avicula* cf. *textilis* Var. *arenaria* Hall.

45. *Leiopteria Browni* Clarke.

46. *Aviculopecten Coelhoanus* Katzer. Eine schöne Art aus der Verwandtschaft des *Aviculopecten princeps* Hall. Benannt nach Dr. *João Coelho.*

47. *Cypricardella Pohli* Clarke.

48. *Cypricardella Hartti* Clarke.

49. *Cimitaria Karsteni* Clarke.
50. *Cimitaria* sp. (Clarke).
51. *Modiomorpha Helmreicheni* Clarke.
52. *Modiom. Sellowi* Clarke.
53. *Nucula bellistriata* Conrad Var. *parvula* Clarke.
54. *Nuculites Smithi* Clarke.
55. *Palaeoneilo Pondiana* Clarke.
56. *Joechomya Freitasi* Clarke.
57. *Joech. Rathbuni* Clarke.
58. *Nyassa Ortoni* Clarke.
59. *Grammysia Lundi* Clarke.
60. *Gram. Pissisi* Clarke.
61. *Gram. Gardneri* Clarke.
62. *Gram. Burmeisteri* Clarke.
63. *Gram. Ulrichi* Clarke.
64. *Grammysia* sp. (Clarke).
65. *Sphenotus Bodenbenderi* Clarke.
66. *Sphenotus Clarkei* Katzer. Von der vorhergehenden Art, nach der blossen Abbildung zu urtheilen, verschieden; jedoch muss die *Clarke*'sche Beschreibung abgewartet werden.

VI. *Gastropoda.*

67. *Bellerophon* sp. Zwei näher nicht bestimmbare Bruchstücke von Steinkernen, welche möglicherweise in die Gruppe des *Belleroph. Uralicus* Vern. gehören.
68. *Bucania Reissi* Clarke.
69. *Bucania Freitasi* Clarke.
70. *Plectonotus Salteri* Clarke.
71. *Plecton. Derbyi* Clarke.
72. *Ptomatis Forbesi* Clarke.
73. *Murchisonia* sp. Eine kleine Art mit, wie es scheint, glatten Umgängen, leider nicht näher bestimmbar.
74. *Platyceras symmetricum* Hall. Var. *Maecuruense* Clarke.
75. *Platyc. Whitei* Clarke.
76. *Platyc. Hussaki* Clarke.
77. *Platyc. Steinmanni* Clarke.
78. *Platyc. Hartti* Clarke.

Von diesen *Clarke*'schen Platyceras-Arten, welche er auf Taf. IV.

seines Werkes abbildet, allenfalls verschieden sind folgende Arten, welche auch mit keiner aus anderen Devongebieten beschriebenen Platyceres-Spezies völlig übereinstimmen.

79. *Platyceras Tschernyschewii* Katzer. Von niedrig conischer, patellaähnlicher Gestalt, mit länglich ovaler Basis. Benannt zu Ehren meines hochwerthen Freundes, Staatsrath *Th. Tschernyschew* in St. Petersburg, des unermüdlichen Erforschers des Palaeozoicums in Russland, dessen gegenwärtige Studien über die russischen Carbonablagerungen manche neue geologische Beziehungen der alten Welt zu Brasilien zu enthüllen versprechen.

80. *Platyceras Coutoanus* Katzer. Eine eingerollte Art mit gestreifter Oberfläche. Benannt nach Herrn Major *Lourenço Ferreira Valente do Couto*, Deputirten des Staates Pará, welcher sich um die Erschliessung der Campos geraes im Norden von Obidos und Alemquer verdient gemacht hat.

81. *Platyc. gracilis* Katzer. Eine kleine niedliche Art aus der Verwandschaft des *Plat. unguiforme* Hall.

82. *Platyc. planiconus* Katzer. Von *Platyc. conicum* Hall aus der Upper Helderberg und Hamilton group Nordamerikas verschieden durch seine regelmässige, flachconische Gestalt und den Mangel an Falten. Gehört zu den häufigen Versteinerungen.

83. *Platyc. Meerwarthi* Katzer. Gehört in die Gruppe des *Platyc. symmetricum* Hall. Benannt nach dem Assistenten der zoologischen Abtheilung des Museu Paraense, *Herm. Meerwarth.*

84. *Strophostylus varians* Hall. Die Maecurú-Exemplare sind kleiner als die nordamerikanischen.

85. *Diaphorastoma Darwini* Clarke.

86. *Diaphorastoma* (?) *Agassizi* Clarke.

VII. *Pteropoda.*

Von den beiden unten angeführten (fraglichen) Pteropodengattungen war bisher nur *Tentaculites* von Ereré und vom Rio Curuá bekannt, von woher Clarke zwei Arten abbildet. Gelegentlich erwähnt jedoch Derby auch vom Maecurú eines Tentaculiten (Archivos do Mus. Nac. etc. IX, pag. 78). In unserer Collection sind im Sandstein von der 25ten Stromschnelle des Maecurú Tentaculiten gar nicht selten und ausserdem ist auch die Gattung Styliolina vertreten.

87. *Tentaculites Eldregianus* Hartt et Rathbun, ist eine häufige Erscheinung. Ist möglicherweise ident mit *Tentac. supremus* Salter.

88. *Tentacul. crotalinus* Salter.

89. *Tentacul. tenellus* Katzer, mit äusserst zarten, scharfkantigen Querringen.

90. *Styliolina clavulus* Barrande sp. Entspricht den Exemplaren dieser Art aus dem böhmischen Mitteldevon besser als der *Styliolina fissurella* Hall sp. aus der Hamilton group und den höheren Devonstufen Nordamerikas.

Arthropoda.

VIII. *Crustacea* (*Trilobitae*).

91. *Homalonotus Derbyi* Clarke.

92. *Homalon.* (*Calymene*) *acanthurus* Clarke.

93. *Phacops brasiliensis* Clarke.

94. *Phac. menurus* Clarke.

95. *Phac. scirpaeus* Clarke. Es wäre nicht unmöglich, dass das unter diesem Namen von *Clarke* beschriebene Pygidium zu dem weiter unten angeführten *Phacops Goeldii* Katzer gehört, da es in unserer Collection beisammen mit Köpfen dieser letzteren Art in demselben Gesteinsstück und in gleicher Erhaltung angetroffen wurde. Sollte sich diese Zusammengehörigkeit bestätigen, dann müsste nach meinem Dafürhalten der *Clarke*'sche Namen, da er sich auf ein zur genaueren spezifischen Bestimmung nicht geeignetes Schalenstück bezieht, zu Gunsten der Benennung *Phacops Goeldii* eingezogen werden.

96. *Phacops* (?) *pullinus* Clarke.

97. *Phac.* (*Dalmanites*) *macropyge* Clarke.

98. *Phacops Goeldii* Katzer. Die fast kreisrunde Glabella mit den sehr ausgeprägten cryphaeusartigen Seitenfurchen ist für die Art bezeichnend. Benannt wurde sie zu Ehren des verdienten Direktors des Museu Paraense Dr. *Em. A. Goeldi.* (Vergl. 95).

99. *Phacops* sp. Zwei Pygidien je eines jungen und eines alten Exemplares, hochgewölbt, mit flacher Spindel und nicht gespaltenen Schwanzrippen, wohl aus der Grupe des *Phacops latifrons* Burmeister (Bronn).

100. *Dalmanites Maecurúa* Clarke. Mit einer Varietät.

101. *Dalmanites australis* Clarke.

102. *Dalman. galea* Clarke.

103. *Dalman. infractus* Clarke.

104. *Dalman. tumilobus* Clarke.

105. *Dalman. gemellus* Clarke. Gehört, wie wahrscheinlich auch die vorhergehenden Arten, in die *Acaste*-Gruppe.

106. *Ceraurus?* oder *Acidaspis?* (Clarke).

Vertebrata.

IX. *Pisces?*

107. Schlecht erhaltene, näher nicht bestimmbare Reste, die möglicherweise Fischen angehören. Ein Stück scheint ein Theil eines Flossenstachels von *Machaeracanthus* zu sein, ein anderes erinnert an das Rückenschild von *Pteraspis*.

Die vorstehende Uebersicht der Fauna des Devon am Rio Maecurú enthält nur die bis zum heutigen Tage näher untersuchten Arten, womit der Reichthum an Thierresten aber keineswegs erschöpft ist. Eine zukünftige Liste dürfte in allen Classen, namentlich aber an Gastropoden und Lamellibranchiaten, ansehnlich mehr Arten aufzuweisen haben als die gegenwärtige. Immerhin stellt sich die Anzahl der in unserer Uebersicht angeführten Thierspezies auf 107 gegenüber von 70, welche in den bisherigen palaeontologischen Arbeiten über das Maecurúdevon, einschliesslich des noch nicht publicirten Clarke'schen Werkes, aufgezählt worden sind. Und unter diesem Zuwachs von 37 Arten befinden sich einige, welche Thierclassen angehören, die bis jetzt aus dem Devon Brasiliens nicht bekannt waren und eine ziemliche Anzahl anderer, die für das Amazonasdevon neu und wichtig sind.

Nach dem gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse weist die Devonfauna vom Maecurúflusse folgende Vertretung der einzelnen Classen und Ordnungen auf:

Anthozoa	3	Arten
Crinoidea	1	(sichere, wahrscheinlich mehr) Arten
Bryozoa	2	Arten
Brachiopoda	35	„
Lamellibranchiata	25	„
Gastropoda	20	„
Pteropoda	4	„
Arthropoda	16	„
Pisces?	2	„

Von besonderer Wichtigkeit sind die **Korallen**, von welchen man aus dem Devon des gesammten Südamerika bisher nur zwei Vertreter*) gekannt hatte, die aber nicht im Entferntesten jene Bedeutung für die Altersparallelisirung der bezüglichen Schichten besitzen, wie das *Pleurodictyum Amazonicum* Katzer, welches am Maecurú häufig ist. Die Gattung *Pleurodictyum* ist für das Grenzgebiet zwischen Unter- und Mitteldevon sehr bezeichnend.

Von den übrigen Classen sind für die Maecurúfauna namentlich bezeichnend:

die **Brachiopoden** durch *Orthis musculosa* Hall, *Stropheodonten*, *Tropidoleptus carinatus* Conrad sp., *Vitulina pustulosa* Hall, *langflügelige Spiriferen* namentlich der *duodenarius*- und *Buarquianus*-Gruppe, *gerippte Centronellen*, *Leptocoelia flabellites* Conr. und *Oriskania navicella* Hall et Clarke;

die **Lamellibranchiaten** durch *Actinopterien* vom *Boydi*-Typus, *Aviculopecten*, *Grammysien* und *Cypricardellen*;

die **Gastropoden** durch das massenhafte Auftreten der Capulidengattung *Platyceras* und durch *Strophostylus varians* Hall;

die **Pteropoden** durch *Tentaculiten* und *Styliolina;* und endlich

die **Trilobiten** durch zum Theil alterthümliche Phacopiden und Dalmaniten der *Hausmanni*-Gruppe.

2. Die Fauna von Rio Curuá.

Von den drei, gegenwärtig etwas näher bekannten nordamazonichen Devonprovinzen ist jene am Rio Curuá am wenigsten ausgebeutet, oder vielleicht wirklich am ärmsten an Fossilien. Man kennt von dort nur Brachiopoden, sowie je einen Gastropoden und Tentaculiten, wie folgendes Verzeichniss der bestimmten Arten zeigt.

I. *Brachiopoda.*

1. *Orthis Nettoana* Rathbun.
2. *O. Hartti* Rathbun.
3. *Stropheodonta perplana* Hall.
4. *Tropidoleptus carinatus* Conrad sp.
5. *Vitulina pustulosa* Hall.

---

*) *Favosites* (?) sp. und *Stenopora Steinmanni* Ulr., beide aus Bolivien.

6. *Streptorhynchus Agassizi* Hartt.
7. *Chonetes Freitasi* Rathbun.
8. *Ch. curuáensis* Rathbun.
9. *Spirifer Derbyi* Rathbun.
10. *Sp. Pedroanus* Hartt.
11. *Amphigenia elongata* Hall.
12. *Rhynchonella dotis* Hall.
13. *Terebratula Derbyana* Hartt.
14. *Centronella Wardiana* Hartt. sp.
15. (Cf. *Ambocoelia umbonata* Hall). Einer an diese *Hall*'sche Art aus der Hamilton group gemahnenden Form erwähnt Rathbun (l. c. pag. 31); im Verzeichniss der Brachiopoden vom Curuá (l. c. pag. 37) hat er sie jedoch weggelassen.

II. *Gastropoda.*

16. *Bellerophon Stelzneri* Clarke.

III. *Pteropoda.*

17. *Tentaculites Stübeli* Clarke.

Diese gesammte Fauna von 16 oder 17 Arten aus den Devonschichten von Curuá ist gegenüber den mehr als Hundert Arten vom Maecurú eine sehr ärmliche zu nenen, wodurch von vornherein ein näherer Vergleich der beiden Faunen beschränkt wird, um so mehr, als von den 14 Brachiopoden im Devon des Amazonasgebietes die Mehrzahl ganz allgemeine Verbreitung besitzt. Immerhin ist es auffällig, dass, abgesehen von der fraglichen Ambocoelia, bis jetzt vom Curuá keine einzige Brachiopodenart bekannt geworden ist, die nicht auch am Maecurú vorkäme. Aus den bisherigen palaeontologischen Funden lässt sich in der That kein anderer Schluss ableiten, als dass die devonische Ablagerung am Curuá mit jener am Maecurú gleich alt und völlig ident ist, was übrigens alle bisherigen Autoren auch schon angenommen haben.

Ein bemerkenswerther Beleg für die weitgehende Uebereinstimmung des Devon am Maecurú und Curuá beruht in der, wie es scheint, völlig analogen Entwickelung des gesammten älteren Palaeozoicum an beiden Flüssen, die neuestens durch die Auffindung eines Grapto-

lithenrestes in einer Gesteinsprobe vom Curuá durch O. A. Derby, bald nach Veröffentlichung meiner ersten Mittheilung über die Entdeckung von Graptolithen im Maecurúgebiete, documentirt wurde. Da ich die Schichten mit Graptolithen und Spongienresten für *älter* halte, als die Sandsteine, aus welchen die devonische Hauptfauna stammt, berücksichtige ich diese Fossilien hier nicht.

3. Die Fauna von Ereré.

Wie die Fauna vom Rio Curuá, kann auch die Devonfauna von Ereré gegenwärtig nur als *unvollkommen bekannt* bezeichnet werden. Ich möchte dies besonders deshalb betont haben, weil man derselben von den Devonfaunen des Amazonasgebietes allgemein die grösste Bedeutung zuschreibt und dieselbe für genug eingehend untersucht hält, um ihr *jüngeres Alter* gegenüber jenem der beiden eben besprochenen Ablagerungsgebiete als völlig begründet annehmen zu dürfen.

Die gegenwärtig bekannte Fauna von Ereré umfasst folgende Arten:

I. *Crinoidea.*

1. Nicht näher bestimmbare Bruchstücke von Crinoidenstielen werden einmal von Hartt erwähnt.

II. *Brachiopoda.*

2. *Lingula spatulata* (?) Hall.
3. *L. ererensis* Rathbun.
4. *L. Rodriguezi* Rathbun.
5. *L. Stauntoniana* Rathbun.
6. *L. Graçana* Rathbun.
7. *Discina lodensis* Hall.
8. *Orthis Nettoana* Rathbun.
9. *Tropidoleptus carinatus* Conrad sp.
10. *Vitulina pustulosa* Hall.
11. *Streptorhynchus Agassizi* Hartt.
12. *Chonetes Freitasi* Rathbun.
13. *Ch. Comstocki* Hartt.
14. *Ch. Onettiana* Rathbun.
15. *Ch. Herbert-Smithi* Hartt.

16. *Spirifer Pedroanus* Hartt.
17. *Sp. Elizae* Hartt.
18. *Sp.* (*granuliferus?*)
19. *Sp. Valenteanus* Hartt.
20. *Cyrtina* (?) *Curupira* Rathbun.
21. *Rhynchonella dotis* Hall.
22. *Rh. ererensis* Rathbun.
23. *Terebratula Derbyana* Hartt.
24. *Centronella Jamesiana* Hartt. sp.
26. *Centr. Wardiana* Hartt. sp.

III. *Lamellibranchiata.*

26. *Goniophora Woodwardi* Clarke.
27. *Modiomorpha Pimentana* Hartt et Rathbun.
28. *Edmondia Sylvana* Hartt et Rathbun.
29. *Nucula Kayseri* Clarke.
30. *Nuculites ererensis* Hartt et Rathbun.
31. *Nuculites nyssa* Hall, Var. *majora* Clarke.
32. *Nuculites Branneri* Clarke.
33. *Leda diversa* Hall.
34. *Palaeoneilo Sulcata* Hartt et Rathbun.
35. *Palaeoneilo* sp. (Clarke).
36. *Pholadella parallela* Hall.
37. *Sphenotus Gorceni* Clarke.

IV. *Gastropoda.*

38. *Bellerophon Morganianus* Hartt et Rathbun.
39. *Isopidocyclus Gilletianus* Rathbun sp.
40. *Bucaniella Coutinhoana* Rathbun sp.
41. *Diaphorastoma Furmanianum* Hartt et Rathbun sp.
42. *Pleurotomaria Rochana* Hartt et Rathbun.

V. *Pteropoda.*

43. *Tentaculites Eldredgianus* Hartt et Rathbun.

VI. *Trilobitae.*

44. *Homalonotus oiara* Hartt et Rathbun.

45. *Dalmanites (Cryphaeus) Paitúna* Hartt et Rathbun.

46. *Dalmanites (Odontochile) Ulrichi* Katzer. Ein schlankes Pygidium auf demselben Gesteinsstück beisammen mit *Spirifer Pedroanus* Hartt und *Streptorhynchus Agassizi* Hartt. Benannt zu Ehren *Arnold* Ulrich's dem wir die ausgezeichnete Bearbeitung der von Prof. Dr. G. Steinmann aufgesammelten devonischen Fauna Boliviens verdanken.

Die vorstehende Uebersicht der Devonfauna von Ereré zeigt folgende Auftheilung der Arten auf die einzelnen Classen und Ordnungen:

Crinoidea	1	Art
Brachiopoda	24	Arten
Lamellibranchiata	12	„
Gastropoda	5	„
Pteropoda	1	„
Trilobitae	3	„

Der Reichthum der Fauna ist hiemit, wie ich schon heute bestimmt sagen kann, nicht erschöpft. Die Lamellibranchiaten, Gastropoden und Pteropoden wurden hier nach dem mir von Dr. J. M. Clarke gütigst zur Verfügung gestellten Verzeichniss aufgezählt und möchte ich nur bemerken, dass unter den Lamellibranchiaten *Edmondia Pondiana* Hartt et Rathbun von Clarke nicht angeführt wird. Von den Brachiopoden muss ich die 5 Lingula-Arten nach dem mir vorliegenden Material für sehr unsicher bestimmt halten. Unter den Trilobiten ist das Vorkommen von Odontochilen von ganz besonderer Bedeutung. Die Gesammtfauna von 46 (oder 47) Arten weist mit der mehr als doppelt so umfangreichen Maecurúfauna nur 14 gemeinsame Arten auf, während die übrigen 32, also fast drei Viertel der Arten, dem Ererédevon eigenthümlich zu sein scheinen. Ueberblickt man indessen die 14 gemeinsamen Arten, so erkennt man, dass es gerade *die bezeichnendsten Fossilien des Maecurú- und Curuá-Devon* sind, wie namentlich: *Tropidoleptus carinatus* Conrad sp., *Vitulina pustulosa* Hall, *Streptorhynchus Agassizi* Hartt, *Chonetes Comstocki* Hartt, *Spirifer*

Pedroanus Hartt, *Rhynchonella dotis* Hall, *Centronella Jamesiana* Hartt sp., *Centr. Wardiana* Hartt sp., *Tentaculites Eldredgianus* Hartt et Rathbun und *Dalmaniten* (*Odontochilen)* der *Hausmanni*-Gruppe. Gegenüber diesen wichtigen Leitfossilen besitzen die übrigen Ereré-versteinerungen, wie gross ihre Anzahl auch sein mag, doch nur eine mehr *untergeordnete Bedeutung.* Eine Verschiedenheit der devonischen Ereréfauna von der Maecurú- und Curuáfauna besteht unbezweifelt, jedoch scheint dieselbe *eher in faziellen als in Altersdifferenzen* ihren Grund zu haben. In der That ist das fossilreiche Ererégestein ein mürber feinkörniger Sandstein, das Gestein von der 25ten Stromschnelle des Maecurú, welches den Hauptantheil der oben aufgezählten Fauna geliefert hat, ist aber hart, compact, fast quarzitisch und sehr eisenschüssig. Allenfalls, *wenn* eine Altersverschiedenheit zwischen den devonischen Faunen am Maecurú-Curuá und von Ereré besteht, worüber nur neue genaue stratigraphische Aufnahmen verlässlichen Aufschluss geben können, kann dieselbe nur eine *ganz geringfügige* sein.

Unsere vorstehende Uebersicht des palaeontologischen Inhaltes des Devon im Norden des Amazonasunterlaufes und die daran geknüpften Erwägungen haben somit zu dem wichtigen Ergebniss geführt, *dass die Curuá-Fauna mit jener vom Maecurúflusse vollkommen übereinstimmt, und die Ereréfauna sich von der letzteren nur in minder wesentlichen Bestandtheilen unterscheidet und daher von derselben nur faziell verschieden zu sein scheint.*

Beziehungen des Amazonas-Devon zu anderen Devongebieten.

Behufs Vegleichung der devonischen Amazonasfauna mit anderen Devonfaunen ist es geboten und naturgemäss, zunächst die Devonablagerungen des amerikanischen Kontinentes in Berücksichtigung zu ziehen. In erster Linie kommen hiebei die eingehend erforschten Devongebiete des östlichen und centralen *Nordamerika* in Betracht, welche die natürliche Grundlage für die Altersparallelisirung der übrigen Devonablagerungen Amerikas bilden. An dieselben reiht sich das Devon in *Bolivien* an, welches durch die erfolgreiche Sammelthätigkeit Prof. Steinmann's und die vortreffliche Bearbeitung Ulrich's gegenwärtig zu den bestbekannten Devonablagerungen Südamerikas gehört. Zum weiteren Vergleich kommen in Südamerika in Betracht

die allerdings nur oberflächlich erforschten Devongebilde in den brasilianischen Staaten *Paraná* und *Matto Grosso*, sowie ferner auf den *Falklandinseln* im Atlantischen Ocean auf der Ostseite von Patagonien. Ueber das Devon in *Argentinien* besitzen wir leider noch zu wenig Kenntnisse. Da sich jedoch eine Suite Petrefacten von dort gegenwärtig in den Händen unseres besten Devonkenners, Prof. E. Kayser in Marburg, zur Bearbeitung befindet, so dürften auch die devonischen Ablagerungen am Rande der argentinischen Cordillere bald mit den brasilianischen in Vergleich gezogen werden können. Nach W. Bodenbender*) wären sie dem Falkland-Devon an die Seite zu stellen, so dass über ihre nahen Beziehungen zum Amazonasdevon kein Zweifel obwalten könnte.

Behufs weiteren Vergleiches sollen die Devonablagerungen *Afrikas*, *Australiens* und *Asiens*, soweit sie bis jetzt bekannt sind, berücksichtigt werden, sowie endlich jene *Europas*.

a) Beziehungen zum Devon in Nordamerika.

In Betreff der unteren Grenze des Devon in Nordamerika, beziehungsweise des durch das grosse Hall'sche Werk**) klassisch gewordenen Devon im Staate New York und den daran westlich bis Nevada angrenzenden Gebieten, schliesse ich mich der wohlbegründeten Auffassung E. Kayser's an, wonach die Lower Helderberg group das tiefste Glied des Devon vorstellt. Die Gliederung des nordamerikanischen Devon ist dann von oben nach unten folgende:

Ober-devon	10. Catskill group	
	9. Chemung group	
	8. Portage group	
	7. Genessee slates und Tully limestone	
Mittel-devon	6. Hamilton shales	Hamilton group
	5. Marcellus shales	
Unter-devon	4. Corniferous limestone	Upper Helderberg group
	3. Onondaga limestone und Schoharie grit	
	2. Oriskany sandstone	
	1. Lower Helderberg group	

*) Das argentinische Erdbeben vom 27. Oktob. 1894. La Plata-Rundschau, I, 1895, pag. 387—94.

**) Geolog. Survey of New York. Palaeontology. Bd. I—VIII, 1847—1894.

Die Fauna des Amazonasdevon weist eine grössere Anzahl von Arten auf, die mit solchen aus Nordamerika übereinstimmen, oder mit ihnen nahe verwandt sind. Im folgenden Verzeichniss ist die bezügliche Schichtengruppe, in welcher das Fossil in Nordamerika vorkommt, dem Namen in Klammern beigesetzt.

Amazonasgebiet	*Nordamerika*
Pleurodictyum Amazonicum Katzer	Pleurodictym Americanum Römer (Hamilton gr.)
Fenestella sp.	Fenest. cultellata Hall (Upper Helderberg gr.)
Stictopora sp.	Stictopora Gilberti Hall (Upper Helderberg gr.)
Orthis musculosa Hall	Desgleichen (Oriskany sandst.)
O. Nettoana Rathbun	Orthis lenticularis Hall (Upper Helderberg u. Hamilton gr.)
O. Hartti Rathbun	Analoge Formen in der Hamilton gr.
Stropheodonta perplana Hall	Desgleichen (Upper Helderberg, Hamilton, Chemung gr.)
Stroph. Portoana Katzer	Stroph. concava Hall (Hamilton gr.)
Tropidoleptus carinatus Conrad sp.	Desgleichen (Hamilton gr.)
Vitulina pustulosa Hall	Desgleichen (Hamilton gr.)
Streptorhynchus Agassizi Hartt	Verwandte Formen in Hamilton gr., besonders nahe stehend ist jedoch Strept. Chemungensis Hall aus der Chemung gr.
Chonetes Freitasi Rathbun	Verwandte Formen in Upper Hellderberg u. Hamilton gr.
Chon. Comstocki Hartt.	Chon. coronata Conr. (Hamilton gr.)
Chon. Herbert-Smithii Hartt	Verwandte Formen in Hamilton gr.
Chon. curuaensis Rathbun	Chon. scitula Hall (Hamilton gr.)
Productella maecuruensis Rathbun	Prod. navicella Hall (Cornif. und Hamilton gr.)
Spirifer Coelhoanus Katzer	Verwandte Formen in Hamilton gr.
Spir. Clarkei Katzer	Ebenso und jünger
Spir. duodenarius Hall	Desgleichen (Schoharie gr. und Cornifer. limest.)

Spir. Derbyi Rathbun	Verwandt mit der vorigen Art.
Spir. Pedroanus Hartt	Verwandte Formen in Hamilton gr.
Spir. Elizae Hartt	Ebenso
Spir. Buarquianus Rathbun	Gruppe des Spir. Macrus Hall (Upper Helderberg u. Hamilton gr.)
Amphigenia elongata Hall	Desgleichen (Upper Helderberg gr.)
Rhynchonella dotis Hall	Desgleichen (Hamilton gr.)
Leptocoelia flabellites Conrad	Typisch im Oriskany sandst.
Oriskania navicella Hall	Desgleichen (Oriskany sandst.)
Actinopteria Eschwegei Clarke	Actinopteria Boydi Conrad (Hamilton shales)
Avicula cf. textilis Hall	Desgleichen (Oriskany sandst.)
Aviculopecten Coelhoanus Katzer	Aviculopecten princeps Hall (Upper Helderberg u. Hamilton gr.)
Platyceras symmetricum	Desgleichen (Upper Helderberg, Hamilton gr.)
Platyc. Meerwarthi Katzer	Verwandt mit vorigem.
Strophostylus varians Hall	Desgleichen (Upper Helderberg gr.)
Tentaculites crotalinus Salter	Tentac. bellulus Hall (Hamilton shales)
Styliolina clavulus Barrande sp.	Styliolina fissurella Hall sp. (Hamilton gr. und höher)
Homalonotus Derbyi Clarke	Verwandte Formen schon im Silur.
Phacops brasiliensis Clarke	Phac. anceps Hall (Upper Helderberg gr.
Dalmanites Ulrichi Katzer Dalman. Maecurúa Clarke	Hausmanni-Gruppe (Lower und Upper Helderberg gr.)
Dalman. australis Clarke Dalman. Paitúna Hartt et Rathbun	Cryphaens-Gruppe (Upper Helderberg u. Hamilton gr.)

In das vorstehende Verzeichniss wurden 41 Arten von 140, beziehungsweise 142, die bis zum heutigen Tage aus dem Amazonasdevon bekannt sind, aufgenommen, die leicht hätten bedeutend vermehrt werden können, wenn ein näherer Vergleich der Lamellibranchiaten und Gastropoden nicht unterlassen worden wäre, um dem bezüglichen Clarke'schen Werke in keiner Weise vorzugreifen. Die Liste enthält jedoch die bezeichnendsten und gemeinsten Versteinerungen des Amazonasdevon und vermag daher die Beziehungen zum nordamerikanischen Devon genügend klarstellen. Von den 41 ange-

führten Arten kommen in Nordamerika, abgesehen von einem Trilobiten, in übereinstimmenden oder nahe verwandten Formen *alle im oberen Unterdevon und im Mitteldevon* vor und wenige gehen selbst bis in's *Oberdevon* hinauf. Auf das obere Unterdevon: Upper Helderberg group sind in Nordamerika 11 Arten beschränkt, 29 entstammen dem Mitteldevon, von letzteren gehören 14 solchen Formen an, die in Nordamerika *im Unterdevon nicht bekannt* sind, und von diesen 14 Arten sind 5 sogar auf den *obersten Theil der Hamilton group* beschränkt und gehen in's *Oberdevon* hinauf. Schon diese Thatsache lässt bestimmt erkennen, dass sich das Amazonasdevon, und zwar *besonderes auch die Maecurúfauna*, welcher fast alle oben angeführten Arten angehören, *enger an das nordamerikanische Mitteldevon als an das Unterdevon anschliesst.*

Ebenso deutlich tritt dieses Verhältniss hervor, wenn man nur die im Amazonasgebiet und in Nordamerika vorkommenden *identischen Arten* berücksichtigt. Von diesen 10 Spezies gehören bloss 4, von denen 2 überdies nicht völlig sicher sind, der Upper Helderberg group an, während die übrigen 6 hauptsächlich, ja 3 davon ausschliesslich in der Hamilton group vertreten sind.

Trotzdem lässt sich nicht bestreiten, dass in der Fauna des Amazonasdevon, zumal in jener von den Flüssen Maecurú und Curuá, eine auffallende Mischung von unter- und mitteldevonischen Arten Nordamerikas stattfindet. Die sehr bezeichnenden Brachiopoden *Vitulina pustulosa* und *Tropidoleptus carinatus,* die im New Yorker Gebiet nur aus der Hamilton group bekannt sind, erscheinen hier gemengt mit der nicht minder bezeichnenden *Oriskania navicella* und *Leptocoelia flabellites* aus dem Unterdevon, welche letztere für das Devon Brasiliens — und im weiteren Sinne der ganzen südlichen Hemisphäre — besondere Wichtigkeit besitzt. Für die Altersbestimmung kommen derartige überlebende Formen allerdings weniger in Betracht, wie die sich neu einfindenden, anderwärts nur in höheren Schichtengliedern heimischen Arten; sie erheischen aber besondere Berücksichtigung, weil sie den allgemeinen Charakter der Fauna wesentlich mit beeinflussen und die ehemaligen faziellen und geographischen Verhältnisse der Ablagerungsstätte oft besser erkennen lassen als die Hauptfauna.

Im Ganzen genommen, ergibt sich aus dem Vergleich mit dem nordamerikanischen Devon, dass die Fauna des *gesammten* bis jetzt bekannten Amazonasdevon der Hamilton group entspricht und dem

Mitteldevon angehört. Vielfache unterdevonische Anklänge gestalten dasselbe zum Theil zu einer Art Verbindungsstufe zwischen den beiden Stockwerken des Unter- und Mitteldevon.

b) Beziehungen zum Devon in Bolivien.

Die von Prof. Dr. G. Steinmann erforschten Devonablagerungen Boliviens können in zwei Abtheilungen gegliedert werden*): eine untere schieferige (sog. Iclaschiefer) und eine obere sandige (sog. Huamampampa-Sandstein), an deren Grenze eine Schicht eines Crinoidenmergels eingeschaltet ist. Die 3 bis 400 *m* mächtigen Iclaschiefer ihrerseits können in zwei Stufen eingetheilt werden: unten sandig-kalkige Bänke mit wenig organischen Resten, darüber Schiefer mit Kalkknollen, die sehr reich an Petrefacten, namentlich Conularien, sind und daher als Conularienschichten bezeichnet werden.

A. Ulrich**) parallelisiert die Iclaschiefer mit der unterdevonischen Upper Helderberg group, beziehungsweise mit dem Oriskany sandstone (den er für die sandige Fazies dieser ganzen Gruppe und daher mit ihrer Gesammtheit für gleich alt erachtet), speziell die Conularienschichten mit dem Corniferous limestone und den Marcellus shales, während die Liegendpartie des Huamampampa-Sandsteines dem oberen Theile der Hamilton group (Hamilton shales) gleichgestellt wird.

Die Gliederung des Devon in Bolivien würde sich hienach darstellen wie folgt:

Mitteldevon	Huamampampa-Sandstein (unterer Theil) und wahrscheinlich Sandstein von Tarabuco und Grauwacke aus dem Thale des Rio Sicasica	
	Crinoidenmergel	
	Conularienschichten z. Th.	Iclaschiefer.
Unterdevon	Conularienschichten z. Th.	
	Sandig-kalkige Schichten	

Hieraus ist klar ersichtlich, dass nach der Fauna zu urtheilen, die petrefactenreichen Iclaschiefer Boliviens, ebenso wie das Ama-

*) Vergl. A. Ulrich: Palaeozoische Versteinerungen aus Bolivien. Steinmann's. Beiträge zur Geol. u. Palaeontol. von Südamerika. I. Stuttgart, Neues Jahrb. f. Min., Geol. etc. 1892, Beilbd. VIII. pag. 90 ff, besonders 93.

**) Ibid. pag. 95 ff.

zonasdevon zum Theil, gewissermaassen eine Verbindungsstufe zwischen Unter- und Mitteldevon darzustellen scheinen. Ein näherer Vergleich der gesammten bolivianischen Devonfauna mit jener des Amazonasgebietes zeigt aber, dass die Verwandtschaft dieser letzteren mit der Fauna des Huamampampasandsteines mindestens eben so gross ist, wie mit der Fauna der Iclaschiefer. Da nun in dem von Steinmann erforschten Gebiete über die condordante Ueberlagerung der Iclaschiefer durch den Huamampampa-Sandstein kein Zweifel zu bestehen scheint, so wird es wahrscheinlich, dass *die Conularienschichten mit dem Huamampampa-Sandstein zusammen* ebenso dem *Mitteldevon* (Hamilton group) angehören, wie das Amazonasdevon und mit diesem letzteren *Ablagerungen desselben mitteldevonischen Verbindungsmeeres* vorstellen.

Folgende Uebersicht mag zur Erläuterung des Verwandschaftsverhältnisses der Faunen des Devon im Staate Pará und in Bolivien dienlich sein. Die Herkunft der Fossilien aus dem letzteren Gebiete ist (nach Ulrich) dem Namen in Klammern beigesetzt.

Amazonasgebiet	*Bolivien*
Crinoidenreste, zumal Stielglieder	Desgleichen (Iclaschiefer)
Stropheodonta perplana Hall	Strophomena sp. (Iclasch.)
Tropidoleptus carinatus Conrad sp.	Desgleichen (Rio Sicasica)
Vitulina pustulosa Hall	Desgleichen (Iclasch., Sicasica)
Streptorhynchus Agassizi Hartt	Orthotetes sp. α (Huamampampa-Sandst.)
Chonetes Comstocki Hartt	Chonetes Rücki Ulrich (Iclasch.)
Centronella Jamesiana Hartt sp.	Desgleichen (Huamampampa-Sandstein.)
Centr. Wardiana Hartt sp.	Centron. Silvetii Ulrich (Iclasch.)
Leptocoelia flabellites Conrad	Desgleichen (Iclasch.)
Actinopteria Eschwegei Clarke	Actinopt. cf. Boydi Hall (Huamampampa-Sandst.)
Tentaculites crotalinus Salter	Tentac. bellulus Hall (Iclasch.)
Dalmanites Maecurúa Clarke	Dalman. Clarkei Ulrich (Iclasch.)
Dalmanites australis Clarke	Cryphaeus convexus Ulrich (Iclaschiefer.

Unter den vorstehenden zum Vergleich herangezogenen Arten aus dem Devon Boliviens befinden sich in identischen Formen gerade

die für das Devon von Südamerika so bezeichnenden Brachiopoden *Tropidoleptus carinatus* und *Vitulina pustulosa*, sowie die wichtige *Actinopteria* cf. *Boydi*, welche in Nordamerika *ausschliesslich aus der Hamilton group* bekannt sind, während sie in Bolivien sowohl im Iclaschiefer als auch im Huamampampasandstein auftreten. Hiedurch, sowie durch das Vorkommen einer mit der jungmitteldevonischen *Stropheodonta perplana* nahe verwandten Art in den Iclaschiefern, wird man dazu gedrängt, *beide bolivianischen Devonstufen mit dem Mitteldevon Nordamerikas zu parallelisiren*. Die genannten Versteinerungen, ferner die gerippten Centronellen, welche im Amazonasdevon so gemein sind, in Bolivien aber theils im Iclaschiefer, theils im Huamampampasandstein auftreten, sowie weiter die Verwandten des *Streptorhynchus Agassizi* und *Dalmanites Maecurúa* beweisen aber auch, dass die *beiden* bolivianischen Stufen dem Amazonasdevon, oder im engeren Sinne dem Maecurúsandstein, gleichzustellen sind und auch aus diesem Grunde dem Mitteldevon Nordamerikas entsprechen.

c) Beziehungen zum Devon in Matto Grosso und Paraná.

Die Kenntniss von dem Vorhandensein devonischer Ablagerungen in den beiden genannten Staaten der brasilianischen Union verdanken wir in erster Linie Dr. Orville A. Derby*), sowie einer kleinen, von L. v. Ammon bearbeiteten Aufsammlung von Prof. P. Vogel**).

Was *Matto Grosso* anbelangt, so basiren Derby's bezügliche palaeontologische Mittheilungen auf einer Suite von minder gut erhaltenen Versteinerungen, welche H. H. Smith vom Orte Chapada, der etwa 30 (engl.) Meilen nordöstlich von Cuyabá, der Hauptstadt Matto Grosso's, gelegen ist, seinerzeit mitgebracht hatte. Die Fossilien werden von Derby im 12 Gattungen untergebracht, spezifische Be-

*) Das Verdienst der ersten Entdeckung palaeozoischer Fossilien in Paraná (1876) gebührt dem damaligen Adjutanten der Geologischen Commission von Brasilien, Luther Wagoner — Derby's bezügliche Hauptarbeiten sind: A Geologia da região diamantifera do Prov. do Paraná. Archivos do Museu Nacion. do Rio de Janeiro, Voll. III. 1878, pag. 89—98, bes. 93. — Brief an Prof. Waagen vom 16. April 1888, N. Jahrb. f. Min. etc. 1888, II. Bd., pag. 172, wo seine weiteren betreffenden Publicationen, beziehungsweise englischen Bearbeitungen citirt sind. — Nota sobre a Geologia e Paleont. de Matto Grosso. Revista do Mus. Nac. Vol. I. (Archivos Vol. IX). 1896, pag. 59. — 88. Separat erschienen 1890.

**) Vogel: Reisen in Matto Grosso. Zeitschft. d. Ges. f. Erdkunde in Berlin. 1893. Bd. XXVIII. Anhang.

stimmungen vermochte er jedoch bloss in 2 Fällen vorzunehmen. Alle Gattungen kommen auch im Amazonasdevon vor und finden wir darunter Formen, welche mit *Stropheodonta perplana*, *Vitulina pustulosa*, *Tropidoleptus carinatus*, *Spirifer Pedroanus* übereinstimmen oder nahe verwandt sind, sowie gerippte Terebratuliden (*Notothyris (?) Smithi* Derby und *Centronella (?) margarida* Derby), die allerdings nach den nicht besonders gelungenen Holzschnitten zu urtheilen, weder mit *Centronella Jamesiana*, noch mit *Centr. Wardiana* völlig übereinzustimmen scheinen. Immerhin lässt die Fauna von Chapada in Matto Grosso erkennen, *dass die dortigen Devonschichten jenen des Amazonasgebietes, insbesondere jenen vom Rio Maecurú, entsprechen.*

Dasselbe erhellt aus v. Ammon's Beschreibung der von Prof. Vogel bei Lagoinha im Gebiete von Chapada (vom Dorfe Sta. Anna da Chapada etwa 30 Km. ostsüdöstlich entfernt) gesammelten Petrefakten. Unter den 10 (event. 11) von ihm angeführten Arten sind mit Amazonasarten ident oder nahe verwandt: *Chonetes Falklandica* Morris et Sharpe, *Leptocoelia flabellites*, *Centronella ?*, *Tentaculites bellulus* Hall und *Phacops brasiliensis* Clarke. Namentlich *Leptocoelia* und der letztgenannte Trilobit sind wichtige Stützen einer *nahen Verwandschaft*, wenn nicht *völligen Identität* der Devonfauna von Matto Grosso mit unserer vom Rio Maecurú.

Die devonischen Reste, welche im Staate *Paraná* gefunden worden sind, entstammen Schichten, die petrographisch mit gewissen glimmerreichen Bänken am Maecurú Aehnlichkeit zu besitzen scheinen. Von Ponta Grossa erwähnt O. A. Derby (l. c. pag. 93) nebst einem Ophiurioidenrest (Crinoide?) und etlichen schlecht erhalten Lamellibranchiaten das Vorkommen der Brachiopodengattungen: *Lingula, Discina, Vitulina*, *Streptorhynchus*, *Spirifer* und *Rhynchonella*, deren nicht näher bestimmte Arten nach seiner Meinung mit amazonischen übereinstimmen. Die Spiriferiden gehören der Gruppe des *Spir. duodenarius* Hall an. Im oben citirten Brief an Prof. Waagen nennt derselbe Forscher unter den Fossilien von Ponta Grossa auch noch einen *Homalonotus*.

Im Anhang zu J. M. Clarke's vortrefflicher Beschreibung der Trilobiten vom Maecurú und von Ereré*) wird von Jaguarahyva in Paraná, nahe der Grenze gegen S. Paulo, ein Dalmanites beschrieben, welcher in den dortigen glimmerigen eisenschüssigen Schichten von einer Brachiopodenfauna begleitet gefunden worden ist, die Vertreter

*) Revista do Mus. Nac. I. (Archivos etc. IX) 1896 Separat 1890), l. c. pag. 55.

folgender Gattungen enthält: *Discina*, *Stropheodonta*, *Vitulina*, *Streptorhynchus*, *Chonetes*, *Spirifer*, *Amphigenia* und *Rhynchonella*. Am häufigsten sind nach Derby Spiriferen aus der Gruppe des *Spir. duodenarius;* die Rhynchonellen werden von Clarke mit *Rhynchon. Sappho* Hall aus der Hamilton group verglichen, während er den erwähnten *Dalmanites Gonzaganus* Clarke in die Nähe des *Dalman. galea* Clarke (Acaste-Gruppe) vom Maecurú stellt und daraufhin die Devonfauna von Paraná als kaum wesentlich verschieden von derjenigen am Maecurú erachtet.

Diese Auffassung scheint durchaus zutreffend zu sein und wenn auch die zum näheren Vergleich der Faunen nothwendigen spezifischen Bestimmungen der Brachiopoden fehlen, so lässt doch die ganze Vergesellschaftung der Gattungen den Schluss zu, dass höchstwahrscheinlich *die Devonablagerungen in Paraná mit jenen am Maecurú übereinstimmen und wie diese dem unteren Mitteldevon angehören.*

d) **Beziehungen zum Devon auf den Falkland-Inseln.**

Alles, was wir dermalen über die Geologie der Falkland-Inseln wissen, verdanken wir Ch. Darwin*), welcher auf seiner Weltreise die östliche der beiden Inseln besuchte und aus zahlreichen Handstücken und Notizen, die er von der westlichen erhalten hatte, ableitete, dass die ganze Gruppe einen im Allgemeinen gleichförmigen geologischen Aufbau besitze, wenngleich die westliche Insel, wo Basalte ziemlich verbreitet zu sein scheinen, einige nähere Beziehungen zum Feuerlande verräth.

Die Fossilien, welche Darwin sammelte, entstammen einem harten, eisenschüssigen, etwas glimmerigen Sandstein, der jenem aus gewissen Lagen vom Maecurú ähnlich sein mag und, wie es scheint, Thonschiefern aufliegt. Morris und Sharpe**) haben die Petrefakten bestimmt und beschrieben und sie theils mit silurischen, theils mit devonischen Formen verglichen. Im Ganzen verzeichnen sie 11 Vorkommnisse, von welchen 4—5 in analogen Arten im Amazonasgebiete auftreten. Es sind dies:

---

*) Proceed. of the Geolog. Society of London. Vol. II. P. I. 1846, pag. 267 ff.
**) Ibid. pag. 274 ff.

Amazonasgebiet	*Falkland-Inseln*
Crinoidenreste	Desgleichen
Streptorhynchus Agassizi Hartt	Orthis Sulivani Morris et Sharpe
Chonetes Comstocki Hartt	Chonetes Falklandica Morris et Sharpe
Leptocoelia flabellites Conrad	Atrypa palmata Morris et Sharpe
Spirifer Derbyi Rathbun	? Spirifer Hawkinsi Morris et Sharpe

Wenn nun dieser faunistische Vergleich allerdings ärmlich erscheint, so spricht er doch nicht gegen die Annahme, dass auch *das Devon auf den Falkland-Inseln derselben Bildungsperiode wie jenes im Amazonasgebiet angehört* und wie dieses dem *Mitteldevon* Nordamerikas entspricht.

Bemerkenswerthe Stützen für diese Annahme bietet das Vorherrschen von Brachiopoden, zumal der Formen aus der wichtigen Gruppe der *Leptocoelia flabellites* Conr., sowie das anscheinend nicht seltene Vorkommen von Zweischalern (Avicula) und Crinoiden, welche namentlich einen grossen Theil der Maecurúfauna ausmachen, ferner die stellenweise reichliche Anhäufung der Petrefakten, wie sie ganz analog im Amazonasdevon beobachtet wird und endlich auch indirect die nahe Übereinstimmung der Falklandfauna mit jener der Iclaschiefer Boliviens (Ulrich, l. c. pag. 108), welche ihrerseits, wie oben erörtert wurde, wohl sicher der Maecurúfauna gleichgestellt werden darf.

e) Beziehungen zum Devon in Afrika.

Dass in Südafrika im Kapland devonische Ablagerungen entwickelt sind, ist seit Anfang der 50er Jahre bekannt; 1852 beschrieb F. v. Sandberger*) eine Anzahl Versteinerungen des Kaplandes, die er auf unterdevonische Arten des rheinischen Spiriferensandsteines bezog und bald darauf (1856) erschien eine eingehende Bearbeitung von ebendorther stammender Fossilien (aus der *Bain*'schen Sammlung) von Sharpe und Salter**). Diese beiden Autoren glaubten die Versteinerungen vom Kap mit keiner der bis dahin genauer bekannten

*) N. Jahrb. f. Min., Géol. etc. 1852, pag. 581.

**) Transact. of the Geol. Soc. London. 2. Ser., Vol. VII, 1856, pag. 203.

Devonfaunen indentificiren zu dürfen, fanden jedoch eine auffallende Uebereinstimmung mit der vorerwähnten Falklandfauna heraus. Spätere Funde, über welche A. Ulrich*) berichtete, trugen viel zur genaueren Parallelisirung der bezüglichen Ablagerungen Südafrikas bei und sind daher von besonderer Bedeutung.

Die devonische Fauna des Kaplandes besteht hauptsächlich aus Brachiopoden und Lamellibranchiaten, ähnlich wie die Amazonasfauna am Maecurú; die übrigen Thierordnungen sind mehr untergeordnet. Darunter herrschen wieder Conularien, Hyolithen und Trilobiten vor, von welchen die beiden ersteren bis jetzt aus dem Amazonasdevon zwar nicht bekannt, aber in Bolivien in z. Th. übereinstimmenden Formen gemein sind, während die Trilobiten besonders durch das Auftreten Acaste-artiger Phacopiden in allen drei Verbreitungsgebieten einen gemeinsamen Anstrich erhalten.

Die folgende Liste enthält die wichtigsten Fossilien, welche im Amazonasdevon und in Südafrika in identischen oder analogen Arten vertreten sind.

Amazonasgebiet	*Südafrika*
Crinoidenreste	Desgleichen
Tropidoleptus carinatus Conrad sp.	Desgleichen
Vitulina pustulosa Hall	Desgleichen
Streptorhynchus Agassizi Hartt	Strophomena (Orthis) Sulivani Morris et Sharpe
Leptocoelia flabellites Conrad	Desgleichen (Orthis palmata Morr. et Sharpe,
Tentaculites crotalinus Salter	Desgleichen
Dalmanites galea Clarke	Phacops africanus Salter.

In dieser Liste wurde von den Lamellibranchiaten und Gastropoden aus dem oben angegebenen Grunde abgesehen; das Zusammenvorkommen der angeführten Brachiopoden, welches sich in allen obigen Vergleichslisten wiederholt, ist aber so bezeichnend, dass schon hieraus allein auf die *Altersübereinstimmung der Devonfauna am Kap in Süd-*

*) Ueber zwei amerikan. Charakterformen im Devon Südafrikas. N. Jahrb. f. Min., Geol. etc. 1891, I. Bd., pag. 273.

Ferner ist zu vergleichen: A. Schenk: Die geolog. Entwickelung Südafrikas. Petermann's Geograph. Mittheilungen 1888, pag. 225, sowie A. Ullrich's wiederholt citirte Abhandlung über Bolivien, pag. 104—107.

afrika mit jener des Amazonasgebietes geschlossen werden darf. Der Tentaculites und die Phacopiden der Acaste-Gruppe weisen auf eine besonders nahe Verwandtschaft mit der Maecurúfauna hin.

Es ist demnach auch *das Devon in Südafrika* wie jenes im Amazonasgebiete dem (unteren) *Mitteldevon* Nordamerikas gleichzustellen.

In Nordafrika*) sind Devonablagerungen durch Coquand aus Marokko, durch Overweg aus der Sahara im Fessan und durch Roche von Taseli bekannt geworden, die dem *Mitteldevon* angehören und wie es scheint reich an Brachiopoden *(Spirifer, Chonetes, Orthis)* sind und dadurch einige Aehnlichkeit mit dem Amazonasdevon zeigen, aber freilich mit demselben vorläufig nicht direct verglichen werden können. Sie sind aber für unsere weiteren Auseinandersetzungen insofern wichtig, weil sie, weit älteren Gesteinen aufliegend, für Nordafrika die Existenz einer mitteldevonischen Transgression beweisen.

f) Beziehungen zum Devon in Australien.

Die Fauna der devonischen Ablagerungen Australiens soll nach Ulrich (l. c. pag. 109) nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse in keine näheren Beziehungen zur bolivianischen Devonfauna, die eine so ausgesprochene Verwandtschaft mit der Amazonasfauna besitzt, gebracht werden können. Da ich zu meinem Bedaueren nicht über die gesammte einschlägige Literatur verfüge, muss ich mich darauf beschränken zu bemerken, dass wenigstens in Betreff des Alters der Devonablagerungen Australiens und ihrer erwiesenen Verwandtschaft mit anderweitigen Devongebieten gewisse Beziehungen zum Amazonasdevon bestehen.

In den ältesten Mittheilungen von Sowerby und Morris**) über die Devonfauna von Neu Süd-Wales wird auf eine gewisse Uebereinstimmung mit der Fauna der Falkland-Inseln hingewiesen, deren Verhältniss zum Amazonasdevon oben besprochen wurde. In de Koninck's wichtiger Arbeit über die palaeozoische Fauna desselben australischen Gebietes***) werden 81 devonische Arten angeführt und 67 näher

---

*) Péron: Essai d'une descript. géolog. de l'Algérie. Annal. de la Soc. géolog. XIV, 1883.

**) Strzelecky: Physical Descript. of New South Wales etc. 1846, pag. 279.

***) Recherches sur les fossilles paléoz. de la Nouv.-Galles du Sud (Australie). Mém. de la Soc. r. des sciences de Liège. 2. sér. T. VI, 1876.

beschrieben. Nur 5 davon verweisen auf die Vertretung auch des Oberdevon in der bezüglichen Schichtenreihe von Neu Süd-Wales, alle übrigen sprechen für *Mitteldevon* — nach de Koninck kaum jünger als die rheinischen Calceola-Schichten — und werden zum Theil mit europäischen und nordamerikanischen Arten verglichen. Im Allgemeinen zeigt die Fauna einen *Mischcharakter;* der Anschluss an die europäische Mitteldevonfauna scheint aber grösser zu sein, als jener an die nordamerikanische.

Auch die wenigen (mir bekannten) neueren Mittheilungen über das Devon in Australien von J. Stirnling und R. Etheridge jun. berechtigen zu dem Schlusse, dass dasselbe zum grösseren Theile im Alter etwa der Hamilton group entspricht, *in der Fauna sich jedoch mehr dem* Unter-, beziehungsweise *Mitteldevon Europas nähert.* Es ist dies dieselbe Erscheinung, welche noch ausgeprägter aus den bisherigen Listen der Obersilur-Fauna Australiens hervorgeht und beweist, dass das palaeozoische Meer, dessen Ablagerungen sich im östlichen Theile des australischen Kontinentes erhalten haben, mit den europäischen Meeresprovinzen eine leichtere Verbindung besessen haben muss, als mit den amerikanischen.

g) Beziehungen zum Devon in Asien.

Die unbezweifelt sehr ausgedehnten und mächtigen Devonablagerungen Asiens sind zur Zeit noch zu wenig bekannt, als dass ein genauer Vergleich mit anderweitigen Devongebieten möglich wäre. Das eine aber erhellt selbst schon aus der oberflächlichen Kenntniss der asiatischen Devonfaunen zur Genüge, nämlich: dass sie sich trotz ihres cosmopolitischen Charakters viel *enger an die westeuropäische als an die amerikanische Devonfauna anschliessen.* Dieses wichtige Ergebniss verdanken wir hauptsächlich E. Kayser's Bearbeitung der devonischen Versteinerungen, velche Freiher von Richthofen aus dem südwestlichen China mitgebracht hatte*), und jeder neue Beitrag zur Kenntniss der asiatischen Devonfaunen**) hat dasselbe ebenso bestätigt, wie die älteren Arbeiten von Abich bezüglich des persisch-armenischen Berglandes, von Hommaire de Hell bezüglich des Albrus,

*) F. v. Richthofen: China, IV. Bd. Palaeontolog. Theil. 1883, pag. 75 - 102.

**) Ueber das von Warth 1886 in der Saltrange Vorderindiens nachgewiesene Devon (Purple Sandst. und Salt Marl mit Steinsalz) ist mir leider nichts weiteres bekannt; Purple Sandstone soll übrigens nach Middlemiss (1891) und Noetling (1894) *cambrisch* sein.

von Tschichatscheff und Abdulah Bey betreffs Kleinasiens usw. schon darauf hingewiesen hatten.

Die Altersfeststellung der betreffenden Devonablagerungen lässt in Folge der spärlichen Daten an Zuverlässigkeit allerdings noch zu wünschen übrig; überall hat man es aber vorwiegend mit wahrscheinlich *mitteldevonischen Ablagerungen* zu thun, die meist *transgredirend* auf obersilurischen oder älteren Gebilden aufzuruhen scheinen. *Der Mischcharakter der Faunen ist überall deutlich bemerkbar, wobei der Anschluss an Europa aber inniger ist, als an Nordamerika.*

Zur Bekräftigung des Angeführten sei nur auf einige neuere wichtige Arbeiten über das Devon in Asien hingewiesen.

Aus Sibirien vom Flusse Beja im Gouvernement Jenisseisk hat Alex. Stuckenberg*) eine devonische Fauna beschrieben, welche eine bemerkenswerthe Mengung von weitverbreiteten europäischen Formen mit chinesischen und etlichen localen aufweist. Sie ist wahrscheinlich *mitteldevonisch* und besitzt nur wenige Anklänge an Nordamerika. Aehnlich scheint das Devon auch in Transbaikalien entwickelt zu sein.

Von der Insel Kotelny im hohen Norden Asiens zwischen der Lena- und Indigirka-Mündung beschreibt E. Baron von Toll**) 31 devonische Arten, unter welchen er, ebenso wie Kayser in China, auffallend wenig Localarten, dagegen zumeist cosmopolitische Spezies von grosser verticaler Verbeitung auffand, die aus dem letzteren Grunde zur Altersfeststellung der bezüglichen Schichten nicht gut zu verwerthen sind. Einige Arten, die mit westeuropäischen übereinstimmen, lassen aber erkennen, dass die Ablagerungen dem *Mitteldevon* angehören. Die Gesammtfauna zeigt den innigsten Anschluss an die Devonfauna des Urals (siehe weiter unten) und verräth ferner deutliche Beziehungen zu jener des sibirischen Festlandes und Chinas, sowie zum Theil auch zu jener Nordamerikas. Directe Beziehungen der Devonfauna von Kotelny zu unserer Amazonasfauna sind im Einzelnen nicht nachzuweisen, wohl aber ist das allgemeine Ergebniss von Bedeutung, dass auch *in Sibirien und den sich nördlich anschliessenden Inseln Ablagerungen mit einer mitteldevonischen Mischfauna* entwickelt sind, die *im Alter etwa dem Amazonasdevon gleichstehen* dürften.

Zu demselben Schlusse scheint die Devonfauna zu berechtigen,

---

*) Materialien zur Kenntniss der Fauna der devon. Ablag. Sibiriens. Mémoir. de l'Acad. de St. Pétersbourg. 7. sér. XXXIV, 1886, pag. 1.

**) Die palaeozoischen Verstein. der neusibir. Insel Kotelny. Memoir. de l'Acad. de St. Pétersbourg. 7. sér. XXXVII, 1889.

welche Th. Tschernyschew *) vom Altai im Grenzgebiete zwischen Sibirien und der Mongolei (Dsungarei) beschrieben hat. Dieselbe umfasst vorwaltend Trilobiten, worunter *Phacops altaicus* Tschern. mit *Phac. Goeldii* Katzer von Maecurú verwandt ist. Ein weiterer Vergleich mit der Amazonasfauna ist schon der faziellen Unterschiede wegen — die Ablagerung am Altai besteht wesentlich aus Kalksteinen — bei der geringen Anzahl von Versteinerungen kaum durchführbar. Für unsere Zwecke genügt es darauf hingewiesen zu haben, dass auch in Mittelasien eine Devonfauna vertreten ist, welche die bezüglichen Schichten in das *untere Mitteldevon* verweist **). Auch jüngere Horizonte des Mitteldevon (mit *Spirifer Anossofi*) besitzen nach Tschernyschew im Altai und im Minussinkischen Kreise Sibiriens ihre Vertretung ***).

Besonders hervorzuheben wären noch die inhaltreichen Beiträge zur Stratigraphie Central-Asiens von E. Suess †), welche der Erkenntnis eines bedeutenden Umsichsgreifens des mitteldevonischen Meeres gegenüber dem räumlich viel beschränkteren Unterdevon gewichtige Stützen bieten. Namentlich ist im westlichen Kuen-Lün von Bogdanowitsch eine grosse Transgression des Mitteldevon auf archaeischer Unterlage nachgewiesen worden. Bemerkenswerth ist der *enge faunistische Anschluss des centralasiatischen Mitteldevon an das Mitteldevon Westeuropas*, welcher selbst aus der geringen Anzahl der gegenwärtig bekannten Petrefakten erhellt, während an das nordamerikanische Mitteldevon nur gewisse cosmopolitische Arten erinnern.

h) Beziehungen zum Devon am Ural und in Russland überhaupt.

Die genauere Kenntniss der Fauna der Devonablagerungen auf der Ost- und Westseite des Ural, deren Erforschung M. v. Grünewaldt

*) Materialien zur Kenntniss der devonischen Fauna des Altai. Verhandl. d. Mineral. Ges. St. Petersburg. 1893.

**) Tschernyschew selbst erklärt die Altai-Fauna für unterdevonisch, während sie Kayser (N. Jahrb. f. Min. etc. 1893, II. pag. 374) mit dem mitteldevonischen Greifensteiner Kalk parallelisirt, den freilich Frech und Maurer immer noch für unterdevonisch halten.

***) Allgem. Geolog. Karte von Russland. Blatt 139. Mémoir. du Com. géolog. St. Pétersbourg. Vol. III. Nr. 4, 1889, pag. 348.

†) Denkschriften d. mathem.-naturw. Classe d. Kais. Akad. d. Wissensch. zu Wien. LXI. Bd. 1894. (Mit Beiträgen von Frech, v. Mojsisowicz, Teller und Uhlig.)

in anerkennenswerther Weise begonnen hatte, verdankt die Wissenschaft hauptsächlich dem unermüdlichen Eifer meines verehrten Freundes Th. Tschernyschew, welcher dieselbe in einer Reihe bedeutsamer Werke*) bearbeitet hat. Im Allgemeinen geht aus denselben hervor, dass der Anschluss des Devon am Ural an das historische Devon Westeuropas ein enger ist, dass aber auch deutliche Beziehungen zum Devon Nordamerikas bestehen. Durch diese letzteren werden die Devonablagerungen des Ural mit jenen des Amazonasgebietes verknüpft.

Bezüglich des Charakters der Fauna ist in gewissen Schichten sowohl am Ost-, als auch am Westabhange des Ural eine *Mengung von unterdevonischen mit mitteldevonischen Fossiltypen* nicht zu verkennen. Ich meine zunächst am Ostabhange die dunkelgrauen Ptattenkalke im Gebiete der oberen Loswa und am Westabhange die Kalksteine an der oberen Juresan und im Ufa-Thal im Bezirke Njase-Petrovsk. Tschernyschew's bezüglichen Versteinerungslisten**) — namentlich das Vorkommen von *Orthis striatula, Streptorhynchus umbraculum, Atrypa desquamata*, *Spirifer aviceps*, *Pentamerus baschkiricus*, *Pentam. galeatus*, *Kayseria lens* u. a. — geben hierüber völlig hinreichenden Aufschluss, wenngleich der geschätzte Autor selbst die bezüglichen Schichten noch zum Unterdevon einbeziehen möchte***). Es tritt uns hier dieselbe Erscheinung entgegen, welche sowohl die Devonfauna von der 25ten Stromschnelle des Maecurú im Amazonasgebiete, als alle übrigen ihr parallelen, oben besprochenen Faunen kennzeichnet, die den Beginn des Mitteldevon anzeigen und es dürfte daher wohl nicht zu gewagt erscheinen, wenn auch die besagten devonischen Schichtenglieder des Urals *an die Basis des Mitteldevon* gestellt werden. Sie bilden den Uebergang zu den typisch mitteldevonischen Ablagerungen, welche im Ural selbst, in den angrenzenden

---

*) Die drei wichtigsten sind: *1.* Die Fauna des unteren Devon am Westabhange des Ural. Mit 9 Taf. Mémoir. du Comité géolog. St. Pétersbourg. Vol. III. Nr. 1. 1885. — *2.* Die Fauna des mittleren u. oberen Devon am Westabhange des Ural. Mit 14 Taf. Ebendort. Vol. III. Nr. 3. 1887. — *3.* Die Fauna des unteren Devon am Ostabhange des Ural. Mit 14 Taf. Ebendort. Vol. IV. Nr. 3, 1893.

**) In den citirten Werken: *1.* pag. 144—45, *3.* pag. 102—105.

***) F. Maurer (N. Jahrb. f. Min. etc. X. Beil. Bd. 1896, pag. 739) hat Unrecht, wenn er diese Ablagerungen für unbedingt älter als die Cultrijugatus-Stufe erklärt. Er beliebt zu übersehen, dass der *Gesammtcharakter* der Fauna wesentlich durch *mitteldevonische* Fossiltypen bestimmt wird, die bei der Altersfeststellung mehr in's Gewicht fallen, als die nothwendiger Weise auch noch mit heraufgehenden älteren Typen.

Gebieten und im übrigen Russland so weit verbreitet sind und deuten zugleich den Beginn der grossen mitteldevonischen Transgression an, welche in Russland so viel deutlicher als in Westeuropa ausgeprägt ist.

Im westlichen Ural ist das Mitteldevon namentlich in seiner unteren, aus bunten Mergeln, Schiefern und Sandsteinen bestehenden Abtheilung weit verbreitet. Die weiter hinauf folgenden Horizonte sind räumlich beschränkter, aber ihrer reichen Fossilführung wegen wichtiger. Sie bestehen wesentlich aus Kalksteinen und Dolomiten. Tschernyschew unterscheidet zwei faunistisch scharf getrennte Horizonte: einen *unteren* mit *Pentamerus baschkiricus* Vern. und *Pentamer. pseudobaschkiricus* Tschern., den er mit den rheinischen Calceolaschichten und den nordamerikanischen Marcellus shales parallelisirt; und einen *oberen* mit *Spirifer Anossofi* Vern., *Spir. elegans* Stein., *Actinopteria Boydi* Conr., *Aviculopecten, Platyceras* usw., welchen er mit den rheinischen Stringocephalenschichten, beziehungsweise den nordamerikanischen Hamilton shales im Alter gleichstellt. Diese letztere Stufe besitzt starke faunistische Anklänge an unser Amazonasdevon.

Ihr entsprechen zunächst die Devonablagerungen des sich im Norden an das Uralgebiet anschliessenden Petschoralandes, des nordwestlichen Russland — an der Düna, Lowaty, im Gouvernement Novgorod, Pleskau, in Livland, Kurland usw., — sowie von Centralrussland — an der Dewitza, Endowischtsche, dem Don usw., — wo sie überall durch das massenhafte Vorkommen von *Spirifer Anossofi* Vern. charakterisirt sind*). Im Petschoragebiete ist das von den bekannten Domanikschiefern überlagerte Mitteldevon sandig-mergelig, desgleichen in Centralrussland bei Jelez, Jefremov, Orel, Woronesch, Tambow usw. ist es vorwiegend mergelig entwickelt und Tschernyschew betont, dass diese beiden mitteldevonischen Ablagerungen faunistisch in hohem Grade übereinstimmen**) und auch mit dem höheren Mitteldevon des Ural und der russischen Ostseeprovinzen enge verknüpft sind.

Was insbesondere die Devonablagerungen im nordwestlichen und centralen Russland anbelangt, so besitzen wir eingehende Darstellungen ihrer Verhältnisse von P. N. Wenjukow***), aus welchen hervorgeht,

---

*) Th. Tschernyschew, l. c. 2. — Ferner *desselben Autors:* Materialien zur Kenntniss der devon. Ablag. in Russland. Mit 3 Taf. Mémoir. du Com. géolog. St. Pétersbourg. Vol. I. Nr. 3, 1884.

**) 80 Procent der Arten sind beiden gemein.

***) Die Fauna des devon. Systems im nordwestl. u. centralen Russland.

dass das Mitteldevon im Nordwesten des Carenreiches vollständiger entwickelt ist als im mittleren Russland, wo nur die beiden oberen von den 4 im Nordwesten unterschiedenen Horizonten, nämlich jener mit *Spirifer Verneuili, Cyrtina heteroclita*, *Strophomena Dutertrii* usw., sowie jener mit *Spirifer Anossofi* in den Woronescher Schichten nachweisbar sind. Die übrigen im centralen Russland ausgeschiedenen Horizonte, d. h. die Schichten von Jewlanowo mit riffbildenden Korallen, die Schichten von Jeletz mit *Spirifer Archiaci* und die Schichten von Ljebedjan mit *Arca Oreliana* gehören dem Oberdevon an und scheinen im Nordwesten Russlands keine Aequivalente zu besitzen.

Es ist schon von E. Kayser*) darauf hingewiesen worden, dass Wenjukow's Altersfeststellung der Schichten einige Bedenken erregt, indem es wahrscheinlich ist, dass die Woronescher Schichten zum Theil vielleicht schon dem Oberdevon angehören. Anderseits scheint es nicht unmöglich, dass die Jeletzer und Ljebedjaner Schichten *eher mitteldevonisch* sein könnten. Eine genauere Gliederung der fraglichen Schichtencomplexe wird hierüber Klarheit bringen. Sicher ist auf jeden Fall, dass mitteldevonische Ablagerungen zum Theil auf silurischer, meistens aber auf noch älterer Unterlage über weite Gebiete Russlands verbreitet sind, so dass über eine ausgedehnte mitteldevonische Transgression in diesem Theile Europas kein Zweifel bestehen kann, ebenso wenig, wie über den directen Zusammenhang dieses russischen Devonmeeres mit jenem Westeuropas einerseits und über Asien nach Osten hinüber anderseits.

i) Beziehungen zum Devon in Süd- und Westeuropa.

Macht sich, wie wir im vorhergehenden Abschnitt gesehen haben, ausser im Ural, im übrigen Russland die noch ungenügende palaeontologisch-stratigraphische Kenntniss der Devonablagerungen in vergleichender Beziehung sehr behemmend geltend, so gilt dies in noch höherem Masse von den Devongebilden am Bosporus und nicht bedeutend besser steht es mit jenen in Polen, bezw. Galizien.

Was das *Devon am Bosporus* anbelangt, so ist die bei der geringen Zahl der von dort bekannten Fossilien auffallend grosse Ueber-

---

Mittheil. aus dem geolog. Cabinet d. k. Universit. St. Petersburg 1886. Mit 11 Taf. Russisch mit deutsch. Auszug. — Früher erschien in russischer Sprache: Die Ablag. des devon. Systems im europaeischen Russland. 1884.

*) In einem Referate, N. Jahrb. f. Min. etc. 1887, I. Bd., pag. 296—8.

einstimmung mit der devonischen Amazonasfauna geradezu überraschend. Die Schichten führen*) bei Kelender *Tropidoleptus carinatus* Conr., *Pleurodictyum Constantinopolitanum* Vern., bei Rumeli-Hissar oder Baltaliman *Homalonotus longicaudatus* Fisch. und *Homalon. Gervillei* Vern., welche nach Clarke mit *Homalonotus (Calymene) acanthurus* Cl. vom Maecurú verwandt sind, während *Cryphaeus Abdullahi* Vern. möglicherweise zu *Dalm. (Cryphaeus) Paitúna* Hartt et Rathb. von Ereré Beziehungen besitzt. Demnach darf wohl berechtigter Weise *das Devon am Bosporus mit dem Amazonasdevon gleichgestellt*, also zum unteren Mitteldevon einbezogen werden.

Bezüglich *Polens* ist längst bekannt, dass dort dem Mitteldevon eine viel grössere Verbreitung zukommt als dem Unterdevon und ist gerade in diesem Westeuropa mit Russland verbindenden Landstrich die mitteldevonische Transgression sehr ausgeprägt. Im Allgemeinen scheint sich das polnische Mitteldevon enge an das centralrussische anzuschliessen, allein ein näherer faunistischer Vergleich sowohl mit diesem, als auch mit dem historischen Devon wird dadurch sehr erschwert, dass die neueren Arbeiten über diese Gebiete**) in palaeontologischer Hinsicht eine Revision recht zu bedürfen scheinen, weil man es hier sonst mit einer so eigenthümlichen Mengung von Faunenelementen verschiedenen Alters zu thun hätte, dass dafür eine besondere Erklärung gefunden werden müsste.

Was endlich das *Devon in Westeuropa* anbelangt, so dürfte ein Vergleich unseres Amazonasdevon mit den rheinischen Ablagerungen zur weiteren Orientirung durchaus genügen, zumal eine grössere Anzahl werthvoller Studien gerade in der letzten Zeit sich die Feststellung der Beziehungen des rheinischen Devon zu den übrigen devonischen Verbreitungsgebieten Mittel- und Westeuropas zum Gegenstand gemacht haben, wodurch der allseitige Anschluss sehr erleichtert wird und hier nicht weiter ausgeführt zu werden braucht.

Es sei nun gleich bemerkt, dass im Amazonasdevon namentlich die Maecurúfauna deutlich kenntliche Analogien mit dem rheinischen Devon aufweist und zwar hauptsächlich mit den *Coblenzschichten* (oberes Unterdevon), an welche auch das Gestein und die Erhaltung

---

*) De Verneuil im Bull. de la Soc. géol. de France. T. XXI, pag. 147. — Tschihatscheff Le Bosphore et Constantinople. 1864. — L'Asie Mineure, Paléontol. 1866.

**) Vergl. J. v. Siemiradski: Studien im polnischen Mittelgebirge. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. Bd. 38, 1889, pag. 34. — St. Zarecny Ueber das Krakauer Devon. Ibid. pag. 47.

der Petrefakten überaus lebhaft erinnert. Der letztere Umstand verweist auf eine *analoge Bildungsweise* der betreffenden Ablagerungen, wodurch natürlich auch gewisse faunistische Uebereinstimmungen bedingt sind. Würde man sich nur allein hierauf stützen, dann müsste die Maecurúfauna zunächst mit jener der Coblenzschichten — der unteren und oberen im Sinne Kayser's — parallelisirt werden. Da jedoch, wie wir oben gesehen haben, das Maecurúdevon nach der von uns untersuchten Fauna unbedingt der Hamilton group Nordamerikas gleichgestellt werden muss, so läuft die Parallelisirungsfrage auf *zwei Möglichkeiten* hinaus:

1. entweder haben sich bezeichnende Fossiltypen im rheinischen Devonmeer *früher,* nämlich schon im Unterdevon, entwickelt als in der nordamerikanischen Provinz, wo sie erst im Mitteldevon auftreten; oder aber

2. die gesammte Hamilton group Nordamerikas, die unbezweifelt gewisse faunistische Uebereinstimmungen mit den oberen Coblenzschichten aufweist, ist als *oberes Unterdevon*, wie diese selbst, aufzufassen.

Dieses letztere verlangt F. v. Sandberger*) direct, indem er nach eigenen Bestimmungen und Vergleichungen folgende Arten der oberen Coblenzschichten in der Hamilton group wiederfindet:

Pleurotomaria striata Goldf.
Pterinea fasciculata Goldf.
Pter. laevis Goldf.
Grammysia Hamiltonensis de Vern.
Spirifer phalaena Sandbg.**)
Rhynchonella livonica v. Buch sp.
Spirigerina reticularis Gmel sp.
Tropidoleptus carinatus Conr. sp. —

und daraufhin es für räthselhaft erklärt, „wie sich die Meinung ausbilden konnte, dass die Hamilton group zum Mitteldevon gehöre.“ Die leitend mitteldevonische *Rhynchonella cuboides* Sow. hält er für nicht richtig bestimmt, sondern bezieht sie auf *Rhynch. procuboides*

*) Ueber die Entwickelung der unteren Abtheil. des devon. Systemes in Nassau. 1889, pag. 94—95.

**) Entsprechend dem *Spir. mucronatus* Hall ex p., *Spir. macropterus* Steininger, *Spir. paradoxus* Gosselet (non Schlotheim) ex p. Soll nur auf der linken Rheinseite vorkommen.

Kayser. Die von anderen Autoren für die Annahme eines mitteldevonischen Alters der Hamilton group angeführten *positiven* Gründe zieht v. Sandberger nicht in Erwägung, obwohl gerade diese die gegenwärtig fast allseitige Anerkennung der Hamilton group als Mitteldevon bewirkt haben. Ich glaube mich dieser letzteren allgemeinen Auffassung anschliessen zu sollen und erachte demzufolge von den beiden oben angeführten Möglichkeiten *nur die erstere* für zullässig. Es ist daher *eine ungleichzeitige Entwickelung* gewisser Thierformen — namentlich *Tropidoleptus carinatus* und Korallen vom *Pleurodictyum*-Typus — in der europaeischen und amerikanischen Provinz des Devonmeeres, beziehungsweise eine Zuwanderung aus der ersteren in die letztere, anzunehmen.

Die folgende Liste enthält eine Anzahl bezeichnender Fossilien des Amazonasdevon und der ihnen nahe verwandten rheinischen Arten, bei welchen die vertikale Verbreitung in Klammern beigesetzt ist.

Amazonasdevon	*Rheinisches Devon.*
Pleurodictyum Amazonicum Katzer	Pleurodict. problematicum Goldf. und ähnliche Arten (noch im Mitteldevon)
Ctenocrinus sp.	Desgleichen (Coblenzsch.)
Strophomena Hoeferi Katzer	Strophom. piligera Sandbg. namentlich die als Leptaena patricia Steining. angeführten Exemplare von Prüm (Ober. Coblenzsch.)
Tropidoleptus carinatus Conrad sp.	Desgleichen (Coblenzsch.)
Chonetes Freitasi Rathbun	Chon. subquadrata A. Röm.
Chon. Comstocki Hartt	Chon. sarcinulata Schloth. (beide noch im Mitteldevon)
Spirifer Derbyi Rathb.	Spirif. arduennensis Schnur ex p. (noch im Mitteldevon)
Spir. Pedroanus Hartt	Spir. subcuspidatus Schnur Var. alata Kayser (noch im Mitteldevon)
Spir. Buarquianus Rathb.	{ Spir. paradoxus Schloth. sp. / Sp. Dunensis Kayser / Sp. Hercyniae Giebel } (Coblenzsch.)

Amazonasdevon	*Rheinisches Devon.*
Platyceras gracilis Katzer	Capulus Aries Maurer (Haina, Mitteldevon)
Dalmaniten der Hausmanni-Gruppe	Desgleichen (Mitteldevon).

Aus der vorstehenden Liste, in welcher ebenso wie in allen früheren, die Lamellibranchiaten und Gastropoden unberücksichtigt gelassen wurden, ist zu ersehen, dass die grössere Anzahl der rheinischen Fossilarten, welche in analogen oder völlig übereinstimmenden Formen im Amazonasdevon vorkommen, *noch im Mitteldevon* vertreten ist. Freilich bleibt beachtenswerth, dass z. B. das wahre Leitfossil des Maecurúdevon: *Spirifer Buarquianus* analoge Vertreter nur in den Coblenzschichten besitzt und dass der im Devon der Südhemisphaere so weit verbreitete *Tropidoleptus carinatus* Conr. sp. im Rheindevon (gewöhnlich *Strophomena laticosta* genannt) sogar hauptsächlich in den unteren Coblenzschichten vorkommt*). Auch die übrigen oben genannten und sonstigen langflügeligen Spiriferen haben ihre Hauptentwickelung im rheinischen Unterdevon, während sie im Amazonasgebiet und in Nordamerika *erst im Mitteldevon zur reichsten Entfaltung* gelangt sind. Dasselbe gilt von der Korallengattung *Pleurodictyum*, was alles darauf hinweist, dass diese Thiergruppen von Mitteleuropa aus, wohl veranlasst durch fortschreitende Veränderungen namentlich der bathymetrischen Verhältnisse des Unterdevon-Meeres, nach der südlichen Hemisphaere und nach dem heutigen Amerika ausgewandert sind, wo sie sich noch über das Mitteldevon erhalten haben, ebenso wie von den Trilobiten *Calymene*, von Zweischalern *Grammysia, Pterinea* u. a. m., welchen die hier herrschenden, ihren Lebensbedingungen entsprechenden günstigen Verhältnisse eine längere Existenz ermöglichten.

Skizze der wahrscheinlichen Vertheilung von Meer und Festland auf der Erde zu Beginn des Mitteldevon.

Die in den vorangehenden Abschnitten erläuterten Beziehungen des Amazonasdevon zu anderen Devongebieten der Erde haben zu-

*) Er ist aber nicht ausschliesslich auf diese beschränkt, wie vielfach, z. B. auch von Frech, angegeben wird, sondern erscheint noch in den Rupbachschiefern, die Kayser in's oberste Unterdevon oder untere Mitteldevon versetzt, was durch die von Maurer neuestens angeführten Gegengründe (N. Jahrb. f. Min. etc. X. Beil. Bd. 1896, pag. 625—27) keineswegs entkräftet wird.

nächst die überaus grosse Verbreitung altmitteldevonischer Ablagerungen dargethan, welche sehr häufig transgredirend über weit ältere Schichtenglieder sich ausbreiten und dadurch allein schon beweisen, dass mit Beginn der mitteldevonischen Zeit eine bedeutende Ausdehnung des Weltmeeres eingetreten ist.

Es ist das Verdienst des genialen E. Suess, zuerst auf die Thatsache der gewaltigen Meerestransgression hingewiesen zu haben, die mit dem Mitteldevon begonnen und noch im Oberdevon angedauert hat*). Alle neueren Forschungen in Devongebieten ausserhalb Europas haben immer weitere Beweise für die Richtigkeit der Suess'schen Darlegungen erbracht und auch im historischen Devon Europas selbst, wo das Umsichgreifen des mitteldevonischen Meeres wegen des zum grossen Theil ununterbrochenen Zusammenhanges der Schichtenablagerungen sowohl, als wegen der complicirten Lagerungsverhältnisse sehr schwierig zu verfolgen ist, treten die besten Kenner der bezüglichen Gebiete, Allen voran E. Kayser und E. Holzapfel**), für die mitteldevonische Transgression ein. Selbst frühere Widersacher der Suess'schen Auffassung scheinen ihre gegentheilige Meinung insofern aufgegeben zu haben, als sie nun nicht mehr eine ausschliesslich oberdevonische Transgression betonen, sondern diese letztere als die Folge und das Andauern des allgemeinen mitteldevonischen Meeresvordringens gelten lassen.

In keinem Welttheile ist die mitteldevonische Transgression so ausgeprägt, wie in Südamerika. Fast alle bis jetzt auf diesem Kontinente bekannt gewordenen Devonablagerungen sind, der Hamilton group Nordamerikas entsprechend, mitteldevonisch; nur räumlich beschränkte Gebilde scheinen unterdevonisch zu sein, so dass fast überall ein Hiatus zwischen Silur, oder älteren Ablagerungen, und Mitteldevon besteht; alle besitzen eine in erstaunlicher Weise übereinstimmende Fauna, welche durch eine eigenartige Mengung älterer mit echt mitteldevonischen Typen ausgezeichnet ist, wobei die alten Formen zum Theil degenerirt erscheinen, wie Ueberreste einer in beschränkten Meeresräumen noch erhaltenen Fauna, welcher das vorschreitende mitteldevonische Meer neue kräftige Elemente zuführte; die meisten

---

*) Das Antlitz der Erde. II. Bd. 1888, pag. 287—294, 317—319.

**) Von den neuesten diesbezüglichen Arbeiten der beiden Forscher sind namentlich wichtig: Kayser: Ueber das Alter der Thüringer Tentaculiten- und Nereitenschichten. Zeitschft. d. D. geol. Ges 1894, pag. 823. — Holzapfel Das obere Mitteldevon im Rheinischen Gebirge. Abhandl. d. preuss. geol. Landesanst. N. F. Heft 16, 1895.

sind Seichtbildungen von weitgehender petrographischer Uebereinstimmung, die sich als die sandigen Ablagerungen des mächtig um sich greifenden, die Gestade zernagenden uud zerrüttenden mitteldevonischen Oceans darstellen. So vereinigen sich die palaentologischen und petrographischen Eigenheiten der südamerikanischen Devonablagerungen, um dieselben recht eigentlich als das überzeugende Ergebniss der Ablagerungsthätigkeit des vordringenden mitteldevonischen Oceans erkennen zu lassen. Die stratigraphischen Verhältnisse sind leider zur Stunde noch zu wenig bekannt, um sie auch als Beleg hiefür anführen zu können; aber was man darüber bis jetzt weiss, widerspricht der Auffassung des südamerikanischen Devon als Gebilde des transgredirenden Mitteldevonmeeres in keiner Weise.

Auf dem beigegebenen Kärtchen ist versucht worden ein Uebersichtsbild der Verbreitung von Meer und Festland auf der Erde im ersten Abschnitt der mitteldevonischen Epoche zu entwerfen. Es ist wohl kaum nöthig besonders zu bemerken, dass dasselbe nichts mehr als eine Skizze sein will, die durch jeden weiteren Fortschritt der Forschung Aenderungen erfahren kann.

Das wahrscheinliche Aussehen, welches die Erdoberfläche zu Beginn des Mitteldevon besass, war von dem heutigen gänzlich verschieden. Der sofort in die Augen springende Hauptunterschied beruht darin, dass sich an Stelle des heutigen Atlantischen Oceans ein grosser Kontinent ausbreitete, welcher, soweit unsere Kenntnisse reichen, auch den grössten Theil von Afrika mit umfasste und daher als *Atlantisch-aethiopischer Kontinent* bezeichnet werden kann. Dieser grosse, sich in der Meridianrichtung fast über die ganze Erdhalbkugel erstreckende Kontinent trennte den Pacifischen Ocean im Westen von den europäisch-asiatischen Oceantheilen im Osten und veranlasste die in Bezug auf petrographische Beschaffenheit und Gliederung sehr bedeutenden Verschiedenheiten der mitteldevonischen Ablagerungen der alten und neuen Welt mehr noch, als die faunistischen Unterschiede. Nebst dem oben einzeln dargelegten näheren Anschluss der asiatischen und australischen Ablagerungen an jene von Europa als an jene von Amerika, sind es hauptsächlich diese Verschiedenheiten, welche zur Annahme des grossen Atlantischen Kontinentes zur älteren Devonzeit drängen.

Erst mit Beginn der Oberdevonzeit scheint diese gewaltige Festlandsschranke durchbrochen worden zu sein, so dass die beiden grossen Festländer der jüngeren palaeozoischen Zeit von einander

getrennt wurden, die E. Suess*) als *Atlantis* im Norden (deren Rest das heutige Grönland wäre) und das *Gondwána-Land* im Süden (umfassend Australien, Indien, Afrika und zum Theil Brasilien) unterschieden hat. In Folge dieses Einbruches quer über den Atlantischen Ocean herüber konnte weiterhin eine unmittelbare Einwanderung europäischer Faunenelemente nach Amerika stattfinden. Daraus erklärt sich, dass in dem oberdevonischen Tully-Kalk und in der Chemung group unvermittelt Arten auftreten, deren Stammformen zwar im Unter- und Mitteldevon Europas, nicht aber in jenem Amerikas vorhanden waren.

Die Umrisse des grossen Atlantisch-aethiopischen Kontinentes lassen sich mit einiger Wahrscheinlichkeit reconstruiren, wenn man die petrologische Beschaffenheit der Litoral-Ablagerungen (Seicht- und Strandwasserbildungen) entsprechend würdigt und das Auftreten von Landpflanzen in den Schichten berücksichtigt, weil diese beiden Erscheinungen, selbst wenn die Fauna noch durchaus marin wäre, die Nähe des Festlandes erkennen lassen.

Im arktischen Archipel Nordamerikas wird das ältere Palaeozoicum im Liegenden des dortigen Kohlenkalkes aus einer bislang nicht näher gegliederten Schichtenreihe von Sandsteinen zusammengesetzt, welche aber wohl wesentlich mittel- und jungdevonischen Alters sind. Auf den Parry-Inseln führen sie in Zwischenschichten eine fossile Flora. Die Nähe des Festlandes ist hier zweifellos.

Am Mackenziefluss, welcher sich unter dem 135° westl. Länge von Greenwich und 69° nördl. Breite in das nördliche Eismeer ergiesst, breiten sich auf der wahrscheinlich vorsilurischen Unterlage transgredirend Ablagerungen aus, welche im Alter der Hamilton group entsprechen und durch die vielfachen Zwischenlagen sandiger und thoniger Natur die Nähe des Strandes bekunden. Die oberen devonischen Ablagerungen des Mackenziegebietes bestehen aus Dolomiten, Kalken und Mergeln, deren Fauna mindestens gleich viel Anklänge an das obere Mitteldevon und untere Oberdevon Europas besitzt, wie an die gleichalten Ablagerungen des New Yorker Gebietes**). Dieser Umstand weist darauf hin, dass wie schon oben bemerkt wurde, das Atlantische Festland in der jüngeren Devonzeit in seinem nördlichen Theile, etwa vom nördlichen Alaska über die Hudson-Bai und die

*) Antlitz der Erde, I. Bd. pag. 500 ff., II. Bd. pag. 317 ff.

**) Whiteaves: The fossils of the Devon- rocks of the Mackenzie River Basin. Contrib. to Canad. Palaeont. I. 1891, pag. 197 ff. Mit 6 Taf.

Davis-Strasse quer herüber nach Mitteleuropa zusammenbrach und dadurch eine directe Verbindung der auf unserem Kärtchen angenommenen altmitteldevonischen *Mackenzie-Strasse* mit der europaeischen Devonprovinz zustande gebracht wurde. Diese Erklärung scheint begründet, weil die Einwanderung hochmittel- und oberdevonischer Faunenelemente aus Europa ostwärts über Russland und Sibirien hin doch wohl nicht, wie man sonst annehmen müsste, hätte leichter möglich sein können, als aus dem nahen appalachischen Gebiete. Diese Erwägung wird dadurch nicht hinfällig, dass, wie die Fauna zeigt, auch in altmitteldevonischer Zeit eine Einwanderung aus dem New Yorker Gebiet durch die Mackenzie-Strasse nach Norden nur schwierig stattfinden konnte. Es ist diesem Umstand auf unserem Kärtchen dadurch Rechnung getragen, dass sich darauf das New York-Canadische Devonmeer als eine Bucht darstellt, die nur eine beschränkte Verbindung mit der Mackenzie-Strasse und dem mitteldevonischen Nordmeer aufweist. Die westliche Küste der Mackenzie-Strasse erscheint durch das Festland von Alaska und Nordsibirien gebildet, welches allerdings nur hepothetisch, aber nach allen bisherigen Nachrichten über den geologischen Aufbau dieser goldreichen Gebiete, die nur aus archaeischen Gebirgsgliedern mit jüngeren als mitteldevonischen Bedeckungen zu bestehen scheinen, nicht unwahrscheinlich ist.

Die Annahme einer fast ringsum vom Festland eingeschlossenen New York-Canadischen oder *Appalachischen Bucht* der Mitteldevonmeeres, wie sie in unserem Kärtchen eingezeichnet ist, entspricht den neueren Forschungsergebnissen in diesem ausgedehnten Gebiete. Die devonischen Ablagerungen in einzelnen Theilen desselben weisen bei aller Uebereinstimmung der Hauptzüge der Fauna so bedeutende fazielle Verschiedenheiten auf, dass sie nur durch sehr differente petrogenetische Verhältnisse erklärt werden können. Das setzt aber ein von Festland umschlossenes, hiedurch und durch Strömungen stark beeinflusstes Ablagerungsbecken voraus, weil im offenen Ocean so bedeutend auf kurze Strecken faziell verschiedene Ablagerungen nicht entstehen könnten. Diese bezeichnenden Umstände werden besonders von H. S. Williams *) betont, welcher darauf hinweist, dass durch die Devonablagerungen geführte Profile in jedem Staate des Appalachischen Gebietes ein anderes Bild ergeben würden und dass eingehende

*) On the fossil faunas of the Upper Devonian along the meridian 76° 30, from Tompkins County N. Y. to Bradford County Pa. Bullet. of the U. S. Geol. Survey. 1884, Nr. 3.

vergleichende Studien vonnöthen sein werden, um eine entsprechende Parallelisirung der Schichtenglieder durchzuführen. Dies gilt namentlich vom Oberdevon, in welchem nach Williams' Darstellung eine allmälige Versandung und schliessliche Aussüssung (Catskill group) eines Theiles unserer Appalachischen Bucht angenommen werden darf, die zweimal unterbrochen worden zu sein scheint durch Ueberfluthungen, welche mit einer Zuwanderung älterer, im offenen Ocean erhaltener Fossiltypen verbunden waren. So würde sich das räumlich beschränkte, aber wichtige Hineinragen der Hamiltonfauna (zumal der an Brachiopoden reichen sog. Ithaca-Fauna) in oberdevonische Ablagerungen erklären lassen. Wenn nun auch zugegeben werden mag, dass Williams' Auffassung keine völlig einwandfreie sei, so kann doch über die sehr weitgehenden faziellen Verschiedenheiten der jüngeren devonischen Ablagerungen im Bereiche unserer Appalachischen Bucht kein Zweifel obwalten, was unserer Annahme zur wesentlichen Stütze dient.

Weitere schätzenswerthe Stützen für dieselbe bietet die vorwaltend sandige Beschaffenheit der oberen Devonschichten und die reiche Flora derselben, die J. W. Dawson aus den Ablagerungen von New York, Neu Braunschweig, Neu Schottland und Canada kennen gelehrt hat und welche ganz besonders in Mitteldevon-Schichten reich an Arten, namentlich von Farrenresten und Coniferenstämmen ist. Dies allein ist für die Existenz des nahen Festlandes beweisend.

Ueber die westlichen Vereinigten Staaten hin breitete sich zur Mitteldevonzeit zum Theil sicher das offene Meer aus. Namentlich Nevada weist aus jener Epoche ausgesprochene Tiefseebildungen auf, während in Kalifornien das korallenreiche Mitteldevon, sowie besonders in Arizona die über zum Theil tief ausgewaschene Untersilurbildungen transgredirend sich ausbreitenden devonischen Sandsteinablagerungen auf seichtes Meer hinweisen, welches durch die Annahme einer etwa der heutigen Serra Nevada und dem südöstlichen Vorlande derselben entsprechenden Inselgruppe seine Erklärung finden würde. (Vergl. das Kärtchen).

In Südamerika darf man auf Grund unserer heutigen Kenntnisse Ecuador, Columbia, Venezuella, die Guyanen und den nördlichsten Theil Brasiliens zu Beginn des Mitteldevon als zum grossen Atlantisch-aethiopischen Festland gehörend betrachten, welches auch noch das östliche Strandgebiet des heutigen Brasilien mit umfasst haben dürfte, so wie es unser Kärtchen andeutet. In der dadurch geschaffenen Bucht hätten sich allerdings die Seichtbildungen, welche das Amazonasdevon repräsentiren, ablagern können; allein wäre der Ocean nach Westen

hin offen gewesen, so wäre der zum Theil noch mehr ausgeprägte Charakter der devonischen Ablagerungen Boliviens und Argentiniens als Seichtbildungen nicht erklärlich, so dass wir zur Annahme eines, das heutige Südamerika von Westen begrenzenden Festlandes genöthigt werden.

Bei der überaus nahen Verwandschaft der mitteldevonischen Kaplandfauna mit jener Boliviens und Brasiliens (vergl. oben) muss eine unbehinderte Communication der Meerestheile, aus welchen die beiderseitigen Ablagerungen stammen, angenommen werden, weshalb das Atlantisch-aethiopische Festland *nicht* bis nach Süden in die Nähe der Falkland-Inseln ausgedehnt gewesen sein kann, weil dadurch eine Festlandsschranke geschaffen worden wäre, die eine wahrscheinlich eben so grosse Faunenverschiedenheit zwischen dem Kapland und Südamerika bewirkt hätte, wie sie zwischen diesem und Europa besteht.

Die Beschaffenheit der altmitteldevonischen Ablagerungen der Falkland-Inseln erfordert jedoch die Nähe eines Festlandes, das am wahrscheinlichsten dasselbe war, welches das *Brasilianische Verbindungsmeer* im Westen begrenzte. So gelangen wir zur immerhin begründeten Annahme eines *südlichen Kontinentes* zu Beginn der Mitteldevonzeit, welcher das südliche Chile und Patagonien mit umfasst und sich ostwärts wahrscheinlich über das scheinbar ganz archaeische Süd-Georgien ausgedehnt hat. Die westliche Erstreckung bis Neu-Seeland, wie sie auf unserer Karte angenommen wurde, ist zwar eine hypothetische, die jedoch vielleicht durch den Hinweis auf den Zusammenhang zwischen Vulkanismus und Bruchrändern der Kontinente — insofern nämlich, als man die pacifischen vulkanischen Inseln von den Oster-Inseln an über die Marquezas, Samoa und Salomon-Inseln als beiläufige nördliche Grenze des alten Festlandes betrachten wollte — einigermaasen plausibel gemacht werden könnte und indirect dadurch zu einer Art Erforderniss wird, dass bei der näheren Verwandtschaft der australischen Mitteldevonfauna mit jener Europas als mit jener Nordamerikas, wie es oben dargelegt wurde, eine Festlandsbarre das *Australische Meer* vom grossen amerikanisch-pacifischen Ocean trennen musste. — Der grösste Theil Australiens mit einem Theil von Neu Guinea dürfte Festland gewesen sein, welches sich nach Nordwesten über Vorder-Indien ausbreitete und den *Indo-australischen Kontinent* bildete. Dieser verband sich in der spätcarbonischen Periode über das *Indische Verbindungsmeer* hinweg mit dem südlichen Rest des im Norden zusammengebrochenen Atlantisch-aethiopischen Kontinentes und dehnte

sich auch über einen Theil des Brasilianischen Verbindungsmeeres aus, wodurch sich das oben erwähnte, grosse permische Gondwána-Festland der südlichen Halbkugel entwickelte.

Die Annahme des Indischen Verbindungsmeeres findet ihre Begründung in dem schon im Silur deutlich kenntlichen, weit engeren Anschluss Australiens an Europa als an Nordamerika. Die Einwanderung mitteldevonischer Faunenelemente Centraleuropas konnte über Ostasien durch diese Verbindungsstrasse in das Australische Meer, immer in Litoralgebieten und daher ohne tiefe Veränderung der Lebensbedingungen, sicher noch leichter stattfinden, als aus der Appalachischen Bucht quer über den grossen pacifischen Ocean.

Nördlich vom Indo-australischen Kontinent im heutigen Hinterindien, China und dem angrenzenden Sibirien ist in unserer Kartenskizze der Mitteldevonwelt eine Anzahl grosser Inseln — bezeichnet als *Chinesische Inseln* — eingezeichnet. Die Annahme der grossen, die sibirische Amur- und Küstenprovinz, ferner die chinesische Mandschurei und Korea umfassenden Insel, sowie der weiter nordwestlich liegenden sibirischen Insel, gründet sich auf den geologischen Aufbau dieser Gebiete, die nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse nur aus archaeischen Gesteinen mit jungen Bedeckungen bestehen. Die Annahme der übrigen Inseln in Innerchina, Tibet und im Bereiche des heutigen südchinesischen Meeres über die angrenzenden Theile der Phillipinen, Celebes, Borneo, Hinterindien und Tongking stützt sich zwar auch auf die spärlichen, von dort bekannten geologischen Daten, ist aber für diese an jungpalaeozoischen Ablagerungen reichen Gebiete für die Mitteldevonzeit doch mehr hypothetisch. Ein dafür sprechender Wahrscheinlichkeitsgrund ist der, dass ein das innere China und Westsibirien vom offenen amerikanisch-pacifischen Ocean scheidender Insel-Archipel die Beschränktheit der wechselseitigen Beziehungen zwischen der nordamerikanischen und chinesischen Mitteldevonfauna und die nähere Verwandschaft der letzteren mit Europa am besten erklären würde.

Im Norden, in's heutige Sibirien hinein, war die Zuwanderung der appalachischen Unter- und Mittelfauna gewiss leichter, wie die vielfachen faunistischen Uebereinstimmungen zwischen dem New Yorker Gebiet und Sibirien, namentlich den Neusibirischen Inseln (Kotelny) und dem Ural, auf welche oben hingewiesen worden ist, genügend beweisen. Dem entspricht die auf unserer Karte ersichtliche, ziemlich offene Verbindung über das Bering-Meer hinüber nach Nordasien. Immerhin zeigt aber die Fauna dieser nordasiatischen Mitteldevon-

gebiete, wie wir ebenfalls oben gesehen haben, gleich deutlich den noch näheren Zusammenhang mit Mitteleuropa, der zweifellos über Russland her stattfand. Die Verschiedenheiten des Devon am Ost- und Westabhange des Ural machen es wahrscheinlich, dass zu Beginn der Mitteldevonzeit eine schmale Festlandszunge vom nordischen Kontinent her in den russisch-sibirischen Ocean hineingeragt hat. Durch diese Festlandsbarre wird es erklärlich, warum die Mitteldevonfaunen Centralasiens, zumal des Altai und des Kuen-Lün-Gebietes, sowie Australiens einen so engen Anschluss an diejenige Mitteleuropas zeigen; denn die Meeresströmungen dürften durch dieselbe über die genannten Gebiete nach Süden in das Indische Verbindungsmeer geleitet worden sein, wie denn überhaupt in Folge dieser Barre die Verbindung von Mitteleuropa über Centralasien nach der südlichen Hemisphäre eine mehr unbehinderte gewesen wäre als um die *uralische Zunge* herum nach Nordasien. Dennoch bleiben die mitteldevonischen Gebilde Russlands, Centralasiens und Sibiriens Ablagerungen desselben, sich von Westeuropa ostwärts über Asien erstreckenden Oceans.

Dieser breitete sich nach Norden über das Petschoraland, Novaja Semlja und Spitzbergen aus und hat sich in oberdevonischer Zeit noch mehr ausgedehnt über Theile der zu Beginn des Mitteldevon sehr grossen *Skandinavischen Insel.* Jedoch war diese Transgression, welche die Ablagerungen des jüngeren Rothen Sandsteines in den russichen Ostseeprovinzen, im nördlichen Norwegen, auf Spitzbergen, der Bäreninsel und vielleicht auch in Grönland bedingte, eine nur flache. Und auch zur älteren Mitteldevonzeit muss dieser Theil des nordischen Meeres verhältnissmässig seicht und das Festland in der Nähe gewesen sein, wie die Beschaffenheit der Ablagerungen, besonders der groben Sandsteine auf Novaja Semlja beweist. Hierauf basirt die Festlandsumgrenzung auf unserer Karte, welche die nördliche Spitze von Novaja Semlja berührt. Aus eben diesen Erwägungen ergibt sich die östliche Begrenzung des grossen Atlantisch-aethiopischen Kontinentes, welche nahe bei Spitzbergen und der Bäreninsel vorbei, um Irland herum, zur Nordwestspitze der Iberischen Halbinsel ihren wahrscheinlichen Verlauf genommen haben dürfte. Die nordafrikanische Begrenzung des Festlandes wurde in der Karte zu reconstruiren versucht nach den spärlichen über die dortigen Mitteldevonablagerungen vorliegenden, oben angeführten Daten; sie ist naturgemäss recht hypothetisch.

Zwischen diesem (afrikanischen) Theile des Atlantisch-aethiopischen Festlandes im Süden und der Skandinavischen Insel im Norden

breitet sich das inselreiche Absatzgebiet des historischen Devon Europas mit den sich ihm anschliessenden mittel- und westeuropaeischen Provinzen aus. Es ist wahrscheinlich, dass Ungarn mit den angrenzenden Theilen Russlands bis über die Krim hinüber und mit der Balkanhalbinsel zu Beginn des Mitteldevon eine grössere Insel war, die sich bis nach Italien ausgededehnt zu haben scheint, an diese gruppirten sich im Westen und Norden mehrere kleinere Inseln an (die in unserem Kärtchen nicht alle eingezeichnet werden konnten), zunächst jene des Französischen Centralplateaus, der Böhmisch-mährischen Platte und der westlichen Alpen. Durch diese *Mediterranen Inseln*, wie sie auf unserer Kartenskizze benannt sind, und das tief nach Deutschland hereingreifende Skandinavische Festland wurden im rheinisch-hercynischen Meerestheil einerseits die wechselvollen Ablagerungsverhältnisse geschaffen, welche in den faziellen Verschiedenheiten des europäischen älteren Mitteldevon zum Ausdruck gelangen, anderseits aber auch wieder diejenigen analogen Absatzbedingungen erzielt, welche selbst in entfernten Gebieten eine thatsächlich überraschende petrographische und faunistiche Gleichförmigkeit der Sedimente bewirkt haben. Ueber Südfrankreich und Spanien nach Afrika hinüber einerseits, sowie über Elba, Unteritalien, die südliche Balkanhalbinsel, den Bosporus und Kleinasien nach Mittelasien hinein anderseits, scheint der südliche Theil des *mediterranen Meeres* offen gewesen zu sein, so wie es unser Kärtchen veranschaulicht.

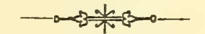
Ein näheres Eingehen auf alle diese Verhältnisse, insbesondere auf die Beziehungen des rheinischen Devon zu dem englischen, französischen und spanischen, sowie zu dem hessischen, thüringischen, harzer, böhmischen und alpinen, liegt ausserhalb der Absicht dieser Skizze und ist wohl auch entbehrlich, da eben diese Fragen in neuester Zeit durch Barrois, Frech, Holzapfel, Kayser, Maurer, Oehlert, u. A. eine zum Theil sehr eingehende Erörterung erfahren haben.

Nur darauf sei, als auf einen überzeugenden Beweis für das *allmälige, nicht ruckweise* Vordringen der mitteldevonischen Transgression besonders hingewiesen, dass in Europa ebenso wie überall auf der ganzen Welt, wo beide Stockwerke entwickelt sind, zwischen typischem Unterdevon und ausgesprochenem Mittelldevon gewisse Schichtenglieder auftreten, die eine auffallende Mengung unter- und mitteldevonischer Faunenelemente enthalten und dadurch zu Streitobjecten bei Altersfeststellungen geworden sind. Da diese Faunenmengung durch die Zufuhr neuer Typen in die sich vertiefenden, oder sich neuen Strömungen öffnenden, oder sonstwie zugänglich ge-

wordenen unterdevonischen Ablagerungsstätten *durch das vordringende mitteldevonische Meer* bewirkt worden ist, so müssen die betreffenden Ablagerungen logischerweise zum *Mitteldevon* einbezogen werden.

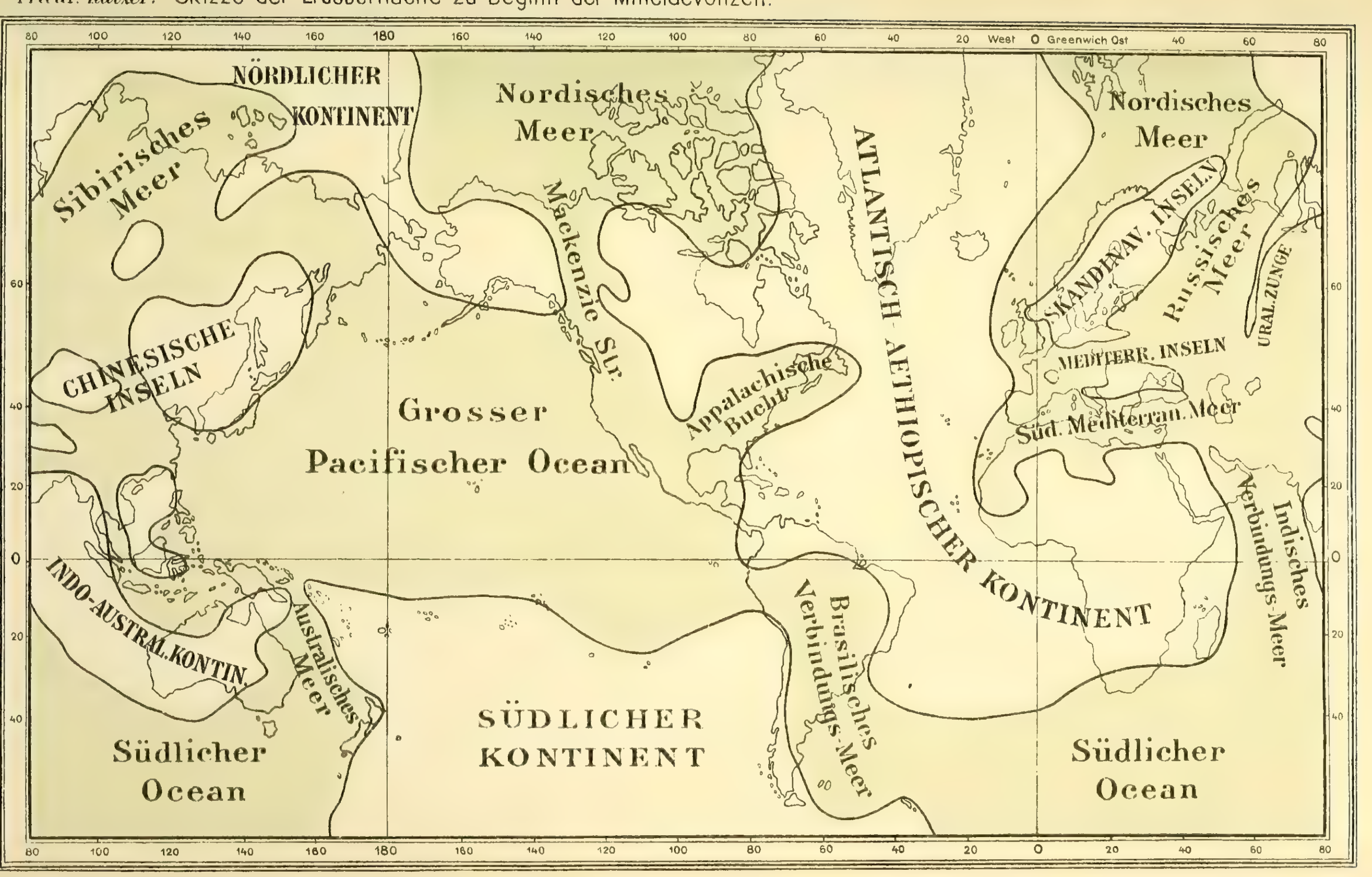
Durch consequentes Festhalten an diesem Princip der Altersbestimmung dürften manche widerstreitende Ansichten geeinigt und Widersprüche in der Auffassung, wie sie selbst bei demselben Autor zuweilen störend kenntlich hervortreten, gelöst werden können.

Endlich sei noch darauf hingewiesen, dass, soweit nach den heute lebenden analogen Thierformen der mitteldevonischen Fauna und aus der geographischen Verbreitung dieser letzteren von Spitzbergen, den Neusibirischen und Parry-Inseln im Norden bis über die Falkland-Inseln im Süden hinaus, geurtheilt werden kann, *zur Zeit des Mitteldevon auf der ganzen Erde ein ziemlich gleichmässiges tropisches Klima* geherrscht haben muss, welches *keine klimatischen Zonen* erkennen lässt.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenchsaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag. 1897.

Friedr. Katzer: Skizze der Erdoberfläche zu Beginn der Mitteldevonzeit.



XLVII.

Účinek Aminů ve Chloralhydrat.

(Chemický výklad o působení chloralhydratu v živém organismu.)

Podává dr. **August Bělohoubek** v Praze.

(Předloženo dne 23. července 1897.)

Jest tomu 65 let co Liebig [1]) uveřejnil výsledky svého pozorování při účinku chloru na ethylalkohol. Praví, že obdržený „Chloral sestávající z chloru, uhlíka a kyslíka, jest tekutý, těžší vody a v ní rozpustný,“ a dále, že vodnými alkaliemi obměňuje se chloral v nový chlorovaný uhlovodík (chloroform) a v kyselinu mravenčí.

Dlouho zůstal chloral a jeho hydrat, totiž chloralhydrat, chemiky jen málo povšimnut, až teprve roku 1861 Buchheim odkryl uspávací vlastnost chloralu. Ale pak ještě trvalo to 8 let do roku 1869, nežli byl chloralhydrat Liebreichem [2]) do pokladu léčiv skutečně přijat. Liebreich opíral se při svém odůvodňování a doporučování tohoto léčiva o rozklad, jak jej Liebig byl učil, v domněnce, že uvnitř organismu chloralhydrat štěpí se volnými alkaliemi na chloroform. Nedlouho na to vyvstala celá řada odpůrců, zejména Demarquay, Dieulafoy, Kristaber, Hammarsten, Rajewsky, a zejména Tomaszewicz [3]) proti tomuto chemickému názoru o rozkladu chloralhydratu v těle živočišném, a sice z důvodu toho, že v celém těle nenalezá se tolik volného alkali, aby chloralhydrat mohl se jím rozložiti — a tak zůstala otázka po chemickém účinku chloralhydratu v živý organismus až podnes nerozřešena.

Nescházelo sice na rozmanitých výkladech, pronešených z různých stran. Výklady ty nepostrádají zajímavosti, neboť jsou různě chemicky

---

[1]) Liebig, Annal. der Pharmacie 1832. sv. I. — 31 a 192.

[2]) Liebreich, Ber. d. deutschen chem. G. 1869. — sv. 2. — 269.

odůvodňovány; tak uvádí na příklad TOMASZEWICZ,[3]) že má prý všechnu příčinu přičítati účinek na nervový system přímo chloralhydratu a nikoliv jeho štěpným produktům. V. MAYER a P. JACOBSON[4]) praví, že chloral po redukci na trichloralkohol $C_2Cl_3H_2OH$, vystupuje ve spůsobu kyseliny urochloralové (trichlorethylglykuronové) $C_8H_{11}Cl_3O_7$, kterou odkryli MERING a MUSCULUS[5]) v moči.[6])

MAYER a JACOBSON odvozují uspávací účinek chloralu spíše z povahy aldehydické.

R. KOBERT[7]) opět myslí, „že účinek chloralhydratu jest k účinku chloroformu v mnohém ohledu obdobný, ale nikterak identický, spíše zcela zvláštní“.

Myslí, že v chloralhydratu, jako ve chloroformu přichází chlor co komponent současně k platnosti, zvyšuje takto účinek narkotický, ba může se prý říci, že vstoupení chloru a bromu do látek steatické řady sesiluje jich narkotické účinky.

Tolik jest jisto, že chloralhydrat náleží k nejreaktivnějším organickým sloučeninám.

Rozklad chloralhydratu alkaliemi i ammonem.

Zvláštní chování se chloralhydratu při rozkladu s vodným louhem alkalickým, jakési bublání[8]) tekutiny, bylo příčinou, že se reakce ta začala zde znovu zevrubně probírati a studovati. Potvrzeno při tom zbělení, t. j. zmléčnatění tekutiny za usazování se chloroformu, ale nalezen nový, nikde neuvedený doposud úkaz, že s počinem reakce, t. j. s vylučováním chloroformu současně vyvíjí se jakýsi bezbarvý plyn v drobounkých bublinkách, jenž dle provedené analyse sestával z kysličníka uhelnatého CO. Vyvíjení se kysličníka uhelnatého pozorováno bylo GEUTHEREM[9]) už při účinku vodných alkalihydratů ve chloroform, ale o chloralhydratu známo to nebylo!

---

[3]) TOMASZEWICZ, Pflügers Archiv für Physiologie 1874 sv. *9.* — 35—43.

[4]) V. MAYER & P. JACOBSON: Organ. Chemie 1893. — 865.

[5]) MERING & MUSCULUS B. d. d. chem. G. 1875, sv. *8.* — 662; 1882. sv. *15.* — 1019

[6]) KÜLZ, B. d. d. chem. G. 1881. sv. *14.* — 2291.

[7]) R. KOBERT Pharmakotherapie 1897. — 462.

[8]) LIEBIG r. 1832. l. c. na str. 197-8 výslovně uvádí, že při rozkladu chloralhydratu alkalickými hydroxydy nelze pozorovati zejména žádného vyvíjení se plynů.

[9]) GEUTHER, Ann. der Ch. & Pharm. 1862 sv. *123.* — 121.

Zda-li chování toto, vyvíjení se kysličníku uhelnatého z chloralhydratu jest pouze primárný děj dle reakce

$$CCl_3CH\,(OH)_2 + 4\,KOH = CO + CHO_2K + 3\,KCl + 3\,H_2O$$

anebo sekundárný děj po předchozím vyloučení chloroformu

$$CCl_3CH\,(OH)_2 + KOH = CHCl_3 + CHO_2K + H_2O$$

a pak teprv

$$CHCl_3 + 3\,KOH = CO + 2\,H_2O + 3\,KCl$$

nechceme zde rozebírati.

Tento nález povzbudil ku dalšímu uvažování otázky, zda-li snad mimo alkalihydrat nerozkládají i jiné zásady, zejména organické zásady, chloralhydrat, a to tím spíše, poněvadž v laboratorium auktora této práce pozoroval Dr. Jos. Zdeněk Lerch, že po smísení vodného roztoku chloralhydratu s vodným ammonem při obyčejné teplotě, za krátko počínají vystupovati bublinky bezbarvého plynu, jenž pak auktorem této práce opět poznán jakožto kysličník uhelnatý.[10]) Reakce děla se jako nahoře udáno, buď primárně přímo

$$CCl_3CH\,(OH)_2 + 4\,NH_3 + 4\,H_2O = CO + CHO_2NH_4 + 3\,NH_4Cl + 3\,H_2O$$

anebo

$$CCl_3CH\,(OH)_2 + NH_3 = CO + CHCl_3 + H_2O + NH_3,$$

jak sotva předpokládati, anebo probíhá reakce sekundárně po předchozím vzniknutí chloroformu

$$CCl_3\,.\,CH\,(OH)_2 + NH_3 + H_2O = CHCl_3 + CHO_2NH_4 + H_2O$$

a pak

$$CHCl_3 + 3\,NH_3 + 3\,H_2O = CO + 2\,H_2O + 3\,NH_4Cl.$$

I velice zředěné roztoky chloralhydratu s nepatrným množstvím ammonu vodného vyvozují za obyčejné teploty kysličník uhelnatý. Ji-

[10]) Tomaszewicz cituje, že slabší alkalie jako na př. ammon a dle Liebreicha prý dokonce i koncentrovaný louh sodnatý při 40° z chloralhydratu vylučují chloroform beze změny.

ného pak za obyčejné teploty pozorováno nebylo; zejména nebylo lze pozorovat eventualní tvoření se kyanovodíku a jeho sloučenin.

Účinek vodného ammonu na *chloroform* studován už byl dávno Heintz'em,[11] který shledal, že se tvoří pouze ammoniumformiat, André[12]) pak udává, že obměna děje se za současného vyvíjení se kysličníka uhelnatého. O chloralhydratu nikdo ničeho podobného nepozoroval.

Staedeler,[13] Personne[14] a R. Schiff[15] dali působiti pouze suchý ammon na chlazený chloral, ale nevšímali si zvolna probíhajících reakcí ve vodných roztocích při obyčejné teplotě. Nejbližší myšlenka naše byla nyní porovnati účinek chloralhydratu na ammon, s účinkem jeho v derivaty ammonové, jako jsou aminy.

Rozklad chloralhydratu pomocí aminů.

Dal se tedy za obyčejného tepla působiti vodný roztok chloralhydratu ve vodný 33 procentový roztok ethylaminu, při čemž vyskytlo se zmléčnatění od vylučujícího se chloroformu a mimo to utvořil se karbylamin (isokyanid či pseudokyanid), jenž se vyzrazoval svým pronikavým, odporným, ale velice karakteristickým a dobře rozpoznatelným zápachem. Zápach ten potrval nějakou dobu. Smísily-li se ale obě hmoty ve zředěném vodném roztoku za obyčejného tepla ve skleněné rouře, která se po naplnění ponořila otevřeným koncem k vůli uzavření do rtutě, shledáno mimo utvoření se chloroformu a karbylaminu, ještě pozvolné vystupování bezbarvého plynu, jenž při bližším ohledání objevil se opětně jakožto kysličník uhelnatý.[16]

Stejné reakci podléhají za týchž podmínek také jiné primarné aminy, jako pravý propylamin a butylamin, kdežto diethylamin, dipropylamin a diamylamin ani za 2 dni v dotčeném smyslu nereagovaly.

Vzorcový výklad tohoto chemického děje jest pak následovní:

Z chloralhydratu a ethylaminu vzniká chloroform a karbylamin vedle vody

---

[11]) Heintz, Poggdf. 1856 sv. *98.* — 266.

[12]) André, Compt. rend. 1886 sv. *102.* — 553.

[13]) Staedeler, 1858 Ann. der Ch. & Ph. sv. *106.* — 253.

[14]) Personne, 1871 Ann. der Ch. & Ph. sv. *157.* — 114 z Compt. rend. *71.* — 227.

[15]) R. Schiff, B. d. deutsch. chem. G. 1877 sv. *10.* — 167.

[16]) Zajímavo jest, že Staedeler l. c. na str. 255 uvádí z práce Kekule, že za přípravy chloralidu z chloralu pozoroval též vyvíjení se kysličníka uhelnatého CO.

$$CCl_3 . CH (OH)_2 + H_2NC_2H_5 = CHCl_3 + CN . C_2H_5 + 2 H_2O,$$

ale současně aneb spíše před tím tvoří se také z chloralhydratu a ethylaminu za přítomnosti vody chloroform a ethylammoniumformiat

$$CCl_3CH (OH)_2 + H_2N . C_2H_5 = CHCl_3 + CHO_2 . NH_3 . C_2H_5$$

za současného vyvíjení se kysličníka uhelnatého snad z chloroformu

$$CHCl_3 + 3 NH_2 . C_2H_5 + H_2O = CO + 3 NH_2 . C_2H_5 . HCl.$$

Probíhají-li však veškeré reakce současně a nikoliv po sobě, pak vyznívá sumární reakce takto:

$$2 CCl_3 . CH (OH)_2 + 5 H_2NC_2H_5 = CO + CHCl_3 + C . N . C_2H_5 + CHO_2NH_3 . C_2H_5 + 3 NH_2C_2H_5 . HCl + H_2O.$$

Patrno, že z nejdůležitějších produktů obměny z chloralhydratu a aminů jsou dotyčný *karbylamin*, *chloroform* a *kysličník uhelnatý*.

A. W. Hofmann [17]) dal za jiným účelem a za jiných podmínek ethylamin působiti ve chloral, chtěje totiž získati ethylformamid, což se mu přímým smísením obou látek v bezvodném stavu také podařilo. Scházelo tedy trochu vody, aby probíhala reakce ve smyslu námi uvedeném.

Chloral slučuje se také s amidy [18]) kyselin ve sloučeniny nerozložitelné kyselinami, ale snadno štěpné alkaliemi. Produkty takto vzniklé jsou opětně chloroform, ammon, kyselina mravenčí a kyselina, pocházející z původního amidu. Tato krátká zmínka budiž podnětem pro další studium účinku ammonu a pak aminů ve sloučeniny chloralu s amidy kyselin.

Tvoření se karbylaminů (isokyanidů, z *chloroformu* pomocí primárních aminů uvádí arciť už A. W. Hofmann, [19]) jen že odporučuje k vyvození reakce zahřívání s alkoholickým louhem alkalií dle reakce

$$CH_3 . NH_2 + CHCl_3 + 3 KOH = CH_3 . N . C + 3 H_2O + 3 KCl,$$

ale tvoření se karbylaminu z chloralhydratu i aminů za nepřítomnosti alkalií známo doposud nebylo.

---

17) A. W. Hofmann, B. d. d. chem. G. 1872 sv. *5.* — 247.

18) Jacobsen, Ann. der Ch. & Ph. 1871 sv. *157.* — 245.

19) A. W. Hofmann, B. d. d. chem. G. 1870 sv. *3.* str. 769 a před tím Ann. d. Ch. & Ph. 1867. — sv. *144.* — 120.

Zvláštními pokusy bylo námi konstatováno, že vodné roztoky ethylaminu a propylaminu nejen s vodným roztokem chloralhydratu, ale také s chloroformem za přítomnosti vody, už za obyčejné teploty vyvozují dotyčné karbylaminy (isokyanidy). Butylamin za těchže podmínek s chloroformem reagoval jen pak, přidalo-li se mu trochu alkoholu. Vyvozování trochu karbylamimu dělo se jen velmi zvolna po delší době. Přidalo-li se místo alkoholu trochu ammonu, nastala reakce zřetelně a za přidání alkoholu i ammonu rychle a silně.

Další řada pokusů měla za účel konstatovati, zda-li obdobná, ale chudší ještě na uhlík sloučenina nežli jest methylamin $H_2N . CH_3$, to jest tedy ammon, s chloroformem za přítomnosti vody a za obyčejné teploty neposkytne alespoň stopu kyanovodíku. Veškeré pokusy v tomto směru podniknuté zůstaly marny. Nelze se tomu nikterak diviti, neboť jest známo, že isokyanidy jsou sloučeninami méně stálými a že isolování kyseliny v nich obsažené, to jest isokyanovodíku či pseudokyanovodíku, asi pro nestálost a snadný rozklad doposud se nepodařilo.

$$HNH_2 + CHCl_3 + 3NH_3 = HNC + 3NH_4Cl.$$

Cloez dal chloroform v ammon při vyšší teplotě a vyšším tlaku působiti a získal kyanovodík.

A. W. Hofmann [20]) shledal při účinku chloroformu ve vodný ammon, že se bez zvýšení tlaku a tepla kyanovodík netvoří, pak-li ale přidal ku směsi ještě kaliumhydrat za současného ovaření, získal kyanovodík resp. jeho sole:

$$CHCl_3 + 4NH_3 = HCN + 3NH_4Cl;$$

bezpochyby, že při zahřátí v alkalické tekutině nejdříve nastal isokyanovodík HC . N, který přesmyknutím atomů v molekule obměnil se ve stálejší kyanovodík HN . C.

Vývody z pozorovaného rozkladu chloralhydratu.

Podmínky chemických reakcí různými chemiky v pracech obyčejně upotřebené, jako vyšší teplo, užití různých tekutých medií, aby reakce snadněji probíhala, pracování za vymítění vody neb užití

[20]) A. W. Hofmann, Ann. d. Ch. & Ph. 1867 sv. *144.* — 116.

koncentrovaných roztoků atd., všechno to bylo příčinou, že uvedené zde rozklady chloralhydratu ve svém celku jinými badateli doposud pozorovány nebyly. Nám jednalo se zde o průběh reakcí ve zředěných roztocích, za přítomnosti vody a za obyčejné teploty, zkrátka při obleněných či seslabených affinitách, aby podmínky reakcí byly podobnější podmínkám v živém organismu stávajícím.

Odpůrci Liebreichova výkladu o účinku chloralhydratu obraceli se, jak již řečeno, zejména proti rozkladu chloralhydratu volnými alkaliemi v těle, poněvadž tělo neobsahuje tolik volného alkalihydratu, kolik třeba ku rozkladu užívaných medicinalních dávek chloralhydratu. Odpůrci tito byli tak dalece v právu, pokud se výtka týkala mineralných alkalií, jinak byli na omylu. Tělo živočišné neobsahuje sice nutné k rozkladu množství volných zásad minerálných, ale obsahuje zásady organické a to ze dvou pramenů.

Jednak přijímá živočišné tělo v rostlinné i živočišné potravě stále a stále ne nepatrné množství aminových sloučenin a volných aminů; jednak ale sestává živý organismus sám z bílkovin, látek to v ustavičné obměně a rozkladu se nalezajících, které kromě amidových kyselin a jiných sloučenin, také produkují aminy a chovají je nejen v krvi, nýbrž i v plastických částech těla.

Aminy tedy se v těle nepopíratelně nalezají a nastává otázka, zdali jejich kvalita a množství v těle vystačí ku rozkladu chloralhydratu. Z aminů tají tělo v sobě veškeré druhy i aminy primárné.

Víme pak podle Meringa a Muskuluse i podle Külze l. c., že z požitých medicinálních dávek chloralhydratu největší část bez rozkladu opět opouští organismus jakožto urochloralová kyselina $C_8H_{11}Cl_3O_7$, která o sobě požita postrádá hypnotického účinku.

Zbývá tedy v těle jen velmi malý[21]) podíl požitého chloralhydratu, který skutečně přichází k účinku. A na tuto zbývající jen skrovnou částku chloralhydratu, která lékařem vytoužený účinek má vyvolati, dostačí pak také v těle se nalezající množství organických zásad: aminů.

Dříve už bylo podotknuto, že kvantita aminu má vliv na kvalitu rozkladu chloralhydratu. Seznalo se totiž, že poměrně mnoho chloralhydratu účinkujícího na nepatrné množství ethylaminu, vodou velmi

[21]) Sanarelli (J. B. f. Pharmacie 1887 — 571) nenalezl při otravě chloralhydratem vedle urochloralové kyseliny žádný chloralhydrat více v moči králíků, kdežto Tiesenhausen (J. B. f. Pharmacie 1886 — 451) nalezl přece trochu chloralhydratu vedle kyseliny urochlorálové, ale teprve pak, když psům vtělila se velká dávka 8 gramů.

zředěného, neposkytl karbylamin (pseudokyanid), nýbrž vedle chloroformu pouze kysličník uhelnatý CO.

Ostatně víme, že v živém těle jest nervová tkáň prostoupena alkalicky reagující krví a lymfou a že podle Haidenhaina a Gscheidlena osní cylindr nervů reaguje v normálném stavu též alkalicky, konečně shledal Halliburton,[22]) že nejen nervy, ale i mozek ve svěžím stavu vždy bývají reakce alkalické.

Lze si snadno domysliti, že alkaličnost moku nervového není původu anorganického, nýbrž organického a dále leží na bíledni, že chloralhydrat při doteku živého, alkalicky reagujícího nervu nezůstane chemicky nezměněn jeho alkaličností.

Veškeré tyto okolnosti nalézají se v souhlase s pronesenými dříve náhledy, že chloralhydrat setkává se v těle s organickými zásadami, které jeho obměnu a rozklad povzbuzují či vlastně podmiňují.

Při této chemické úvaze měli jsme na mysli alespoň poněkud známější normálné poměry v těle živočišném; což pak ale je-li normálná obměna látek v těle porušena na příklad nesprávným zažíváním, nebo nedostatečným okysličováním krve, anebo je-li dokonce snad oběh krve porušen atd., pak asi nastávají poměry jiné, které nutně změní i chemismus štěpení bílkovin a tyto produkty opět chemismus štěpení chloralhydratu buď v ohledu kvalitativném aneb kvantitativném aneb ve směrech obou.

Které z těchto změn pak jsou pro rozklad chloralhydratu v uvedeném smyslu a pro dostavení se hypnotického účinku příznivější, známo nám není, vždyť také doposud nevíme, kdy a jak přicházejí přesně k platnosti Schulzova[23]) pravidla nauky o účinku léčiv.

Jisto jest, že pozorované produkty obměny chloralhydratu pomocí aminů jako: *chloroform, pseudokyanidy* a *kysličník uhelnatý*, které se vyvozovaly již za obyčejné teploty, mnohem snadněji a u mnohem větší míře tvořiti se musí při teplotě těla mezi 37—38°C a ty pak s důstatek vysvětlují známý účinek chloralhydratu v organismu, kterýžto účinek někdy bývá i nespolehlivý a překvapující.

Další pozorování v tomto směru a zejména studium průběhu této reakce v živočišném organismu samém, jakož i porovnávání účinku chloralhydratu s účinkem kysličníka uhelnatého neb různých pseudokyanidů v živý organismus doporučuje se pozornosti povolaných odborníků lékařských.

---

[22]) Halliburton-Kaiser, Chemische Physiologie & Pathologie 1893 — 537.
[23]) Virchow's Archiv sv. 108. — 423.

Tiskem dra Edv. Grégra. — Nákladem Král. České Společnosti Náuk v Praze 1897.

XLVIII.

Pásmo IV. — Dřínovské —

(Malnické z části)

křídového útvaru v Poohří.

Sepsal **Čeněk Zahálka** v Roudnici.

(*S obrazci 28. až 50.*)

(Předloženo dne 15. října 1897.)

Pásmem IV. nazvali jsme v širším okolí Řipu vrstvy, které spočívaly na pásmu III. a pokryty byly pásmem V. Pásmo IV. vyznačovaly v okolí Řipském piščité slíny a křemité vápence. Poslední tvořily buď lavice aneb koule, které zvláště na stráních svým tvarem byly nápadné. Glaukonit makroskopický byl ve vrstvách těchto hojnější než v pásmu III. aneb v pásmu V. a zvláště v nejvyšší poloze jeví se všude taková hojnost hrubších zrnek glaukonitu, že jsme o vrstvách těch napsali[1]: „podobají se petrograficky *řasáku* u Malnic." Proto jsme se však neodvážili souditi, že by tato nejvyšší poloha byla co do stáří souhlasná s Malnickým řasákem a to proto, poněvadž Frič určil základ Malnického řasáku u Malnic jakožto „Vehlovické opuky." Avšak Vehlovické opuky ve Vehlovicích náleží našemu pásmu VI. Proto jsme pásmu VII., které leží v okolí Řipu na pásmu VI. čili na Vehlovických opukách, přisuzovali stáří Malnického řasáku. V tomto posudku podporovala nás i studia Krejčího[2]) a Friče,[3]) kteří rovněž vrstvám nad Vehlovickými opukami ve Vehlovicích ležícím, přisoudili stáří Malnického řasáku.

---

[1]) Pásmo IV. útv. křid. v okolí Řipu, str. 5.

[2]) Studie v oboru křídového útvaru v Čechách, str. 95., řádka 17., obr. 26 m.

[3]) Bělohorské a Malnické vrstvy, str. 82., řádky 25—27. Idealní profil vrstev Bělohorských a Malnických, sestavený dle lomů u Dřínova a Vehlovic, vrstva 10.

Ježto mé srovnání[4]) pásma VII. v okolí Řipu s řasákem u Malnic záviselo od toho, zdaž jsou základem řasáku v Malnicích skutečně Vehlovické opuky (pásmo VI.), a patrem řasáku v Malnicích pásmo VIII., vyhradil jsem si právo potvrditi neb opraviti toto předběžné srovnání, až ukončím studia svá o útvaru křidovém v Poohří.[5])

Ukončiv tato studia a sledovav podrobně pásmo IV. čili Fričovy Dřínovské koule z okolí Řipu až do okolí Malnic, mezi jeho základem a patrem, došel jsem k výsledkům, jež ve studii této jsou obsaženy a od dřívějších předběžných porovnání mých valně se liší.

Rozšíření pásma IV.

Pásmo IV. nemá v Poohří tak velkého rozšíření plošného na povrchu zemském jako některá jiná pásma, ku př. předcházející pásmo III. Zvláště po levé straně Oharky nepatrné stopy jeho nacházíme, ježto je mladšími pásmy dokonale pokryto a hluboko pod povrchem se skrývá. Po pravé straně Ohře, kde vyšší pásma poskrovnu jsou zastoupena, častěji se s pásmem IV. potkáváme, zejmena ve Řipské vysočině a v Lounské krabatině. Za to vykazuje Perucká vysočina málo míst, kde pásmo IV. je rozloženo. Tvoříť v této vysočině pásmo III. povrch zemský až ku stráním Ohareckého údolí. Teprve na úpatí Perucké vysočiny, ve Slavětínském a Kysterském tarasu je nalezneme.

Od Roudnice a Hracholusk, kde pásmo IV. povrch zemský tvoří, táhne se pásmo IV. v mírně zdviženém hřbetu ku SZ. až mezi Chvalín a Židovice.[6]) Po obou stranách tohoto hřbetu tvoří úpatí, jak na straně Čepele tak na straně Labe, pásmo III. Nejlépe však přístupno je pásmo III. jako základ pásma IV. v Labské stráni (na Skále) od Roudnice až do Židovic. Vyšší hřbet než předešlý táhne se také ve směru od JV. ku SZ. od Čepele mezi Hracholusky a Klenčí až do Dušník, kde vrcholu Oharecké stráně dostupuje. Tu ve stráních a lomech pásmo IV. spatřiti lze. Popsali jsme odtud některé profily i palaeontologické poměry při popisu pásma IV. v okolí Řipu.

V dislokační poloze zříme pásmo IV. severně od Přestavlk. Od Nižeboh ku Račanům pokryt jest výchoz pásma IV. jeho patrem, pásmem V.

---

[4]) Zahálka: Die stratigraphische Bedeutung der Bischitzer Uebergangsschichten. Jahrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt. Wien. 1895. B. 45. H. 1. Seite 92.

[5]) Tamtéž, str. 93.

[6]) Viz mou: Geologickou mapu Řipské vysočiny.

V krajině kol Račiněvsi a Břízy tvoří pásmo IV. rovněž povrch zemský, jest však tu a tam na návrších diluvialním štěrkem zahaleno. V okolí Vodochod a Břízy pokrývá slinité pásmo V. pásmo naše IV. a základ jeho, pásmo III., přístupno je u Charvátec a ve stráních blízkého Vranského údolí jižně od Hradešína a v Paršenku.

Přejdem-li nyní na sousední Peruckou vysočinu, tu najdem pásmo IV. až u Slavětína. Zde tvoří povrch oné části Slavětínského tarasu, která jde od Slavětína na Vlčí. Tu je často pokryto diluvialní žloutkou. Také v Kysterském tarasu rozloženo je pásmo IV. mezi Slavětínem, Pšány a Veltěží, a tu pokrývá je v okolí Veltěže pásmo V.

V Lounské krabatině dosti je rozšířeno pásmo IV. v pruhu od Podhrázského mlýna přes Čenčice, Louny k Lipenci a Tuchořicům. Na počátku je v šířce od Čenčic ku Pšánům, pak mezi Louny a Citoliby a dále mezi Malnicemi a Opočnem. I tu je přístupen základ — pásmo III. — na mnoha místech, i patro jeho — pásmo V. — Nikde není však pásmo IV. ve své souvislosti tak často přetrženo jako v této Lounské krabatině. Celou řadou rovnoběžných dislokac roztrženo je pásmo IV. na menší pruhy, jak to nejlépe znázorňují naše obrazce 40. až 49., na nichž profily znázorněné nejdou celou krabatinou, nýbrž jen Lounským pohořím. Pásmo IV. zaujímá též neširoký pruh od pohoří Lounského až k Opočnu.

Dislokací vrženy jsou též na povrch zemský nepatrné oddíly pásma IV. po levé straně Oharky jako u Břvan, a špatně přístupné u Třiblic a Chrášťan. Všude přikrývá je pásmo V. a za základ má pásmo III.

O základu pásma IV.

Všude, kde přístupny jsou vrstvy hlubší než pásmo IV., všude shledáváme, že je tam základem pásma IV. — pásmo III. Pásmo III. dostatečně se liší od pásma IV. V Řipské vysočině nevystupují v něm ještě tak nápadně křemité vápence. Tyto jsou vzácnější. Převládají v něm čisté slíny, méně písčité slíny. Na povrchu nevzdoruje tak větrání, jako vrstvy pásma IV. Také se nehodí co kámen stavební jako vrstvy pásma IV. Jehlice spongií často se v něm objevují. Ve vysočině Perucké chová sice pásmo III. více lavic a koulí křemitého vápence než ve vysočině Řipské, takže se více podobá vrstvám pásma IV. v okolí Řipu, však přec horniny jeho jsou jemnější než u pásma IV., v němž glaukonit zvláště je nápadný již pouhým okem. Mnohem větší rozdíl jeví se pak mezi pásmem IV. a III.

v Lounské krabatině a po levé straně Oharky; neboť tu lehké písčité slíny spongiové a pískovce spongiové zvláště jsou v pásmu III. charakteristické, kdežto pásmo IV. charakterisují hlavně pískovce glaukonitické. Také rozdíl palaeontologický mezi pásmem III. a IV. je značný. Inoceramus labiatus vládne v pásmu III. a rovněž chudoba skamenělin. Pásmo IV. oplývá však větším, někde ohromným množstvím skamenělin. Tu vládne Inoceramus Brongniarti, Acanthoceras papaliforme a místy hojná Arca subglabra s Eriphylou lenticularis a j. Že i fysikalními vlastnostmi se liší pásmo III. od pásma IV., vytknuli jsme již u pásma III. i v úvodu tohoto článku o pásmu IV.

O patru pásma IV.

Patrem pásma IV. jest v Poohří pásmo V. jako v okolí Řipu. Pásmo V. vyznačuje se tu jako v okolí Řipu svými měkkými slíny a tím se nápadně liší od písčitých vrstev pásma IV. Pásmo V. stává se v nejspodnější části své čím dále k Postoloprtům tím více glaukonitické a písčitější. Zároveň se počínají objevovati již u Veltěže v těchto nejspodnějších vrstvách pevnější vápencové lavice, které se stávají čím dále k Postoloprtům bohatší glaukonitem a křemenným pískem. Toto nejspodnější souvrství sledováno do Malnic, přechází ve vrstvy, jež Frič Malnickými Avellanovými vrstvami nazval. Nejspodnější facie pásma V. u Malnic podobá se nejvyššímu souvrství pásma IV. tamtéž, však v mnohém od něho se liší. Také palaeontologicky liší se pásmo V. od pásma IV. dosti. Vládnouť v pásmu V. hlavně: Ostrea semiplana, Pleurostoma bohemicum, Pecten pulchellus a j. Ostatně poukazuji na náš článek o pásmu V. v Poohří.

O nevlastním patru pásma IV.

a) Třetihorní pískovce.

Po pravé straně Oharky, v místech, kde pásmo IV. není pokryto pásmem vyšším útvaru křídového, totiž V., a jím snad ani nikdy pokryto nebylo, tam pokryto bývá pásmo IV. často balvány aneb menšími zlomky třetihorních pískovců. Obyčejně jsou jemnozrnné šedé, bělavé neb žlutavé, někdy přechází týž kus i ve hrubozrnné pískovce. Tu a tam nalezne se kus s tmelem železitým. Pískovce ty najdeme na pásmu IV. spočívati od Slavětína přes Pšány a Čenčice k Lounům

a odtud až pod bílé Horky u Malnic. Tyto pískovce jsou trosky z bývalých sladkovodních usazenin třetihorních, které až sem z protější krajiny Středohorské sahaly. Veliké množství těchto balvánů, až 3 *m* dlouhých, pokrývá pásmo IV. u Slavětína okolo kaple Panny Marie, po jižní straně Čenčic a Loun a pod Bílými Horkami. Hospodáři je z polí odstraňují. O těchto pískovcích platí vše, co uvedeno při nevlastním patru pásma III. o těchže pískovcích.

b) Diluvialní štěrk a písek.

Již při pásmu III. zmínili jsme se o tom, že diluvialní štěrk a písek červení permskou zbarvený pokrývá pásmo III. v údolí Zeměchsko-Lounském u Zeměch, a že červený kal z písku toho zatéká do slují (trhlin a rozsedlin) vrstev těch velmi hluboko a zbarvuje plochy jejich do červena. Právě tak jest to po pravé (jižní) straně údolí řečeného poblíž města Loun, kdež pokrývá onen písek vrstvy pásma IV. Při hotovení profilů našeho pásma IV. nalezli jsme tento písek a štěrk při cestě z Loun do Pšán, při silnici do Citolib blíže hřbitova nového, při cestě od zastávky „Louny město" na jih do rozsáhlých lomů, v cestě do Lišťan, při cestě od kapličky na jih (mezi předešlýma ležící), kde i písek se vybírá a ku hlíně cihlářské přidává, při cestě do Jimlína. Písek je vrstevnatý, křemenný a zrnka křemene jsou bílá, červená a tmavá. Štěrk uložený v písku obsahuje placky písčitého slínu (z pásma III.) šedého a bílého, pískovce spongiového (z pásma III.), křemitého vápence šedého (z pásma III. neb IV.), řasáku (z pásma IV.), oblázky bílého, červeného i tmavého křemene, porfyru, šedé muskovitové ruly, mající místy hojně granátu obecného, šedého neb červeného pískovce hrubozrnného (bezpochyby z útvaru permského, možno, že i z pásma I.), kmeny Psaronií (tyto jsou vzácné).

Že usazeninami těmito naznačen je vodní tok z doby diluvialní, jenž měl původ svůj na vysočině Žbánské, naznačili jsme při pásmu III. blíže, a tamtéž připomenuli jsme, že již Kušta o těchto pískách a štěrkách červení permskou sbarvených se zmiňuje.

Také v okolí Nižeboh, Píst, Račiněvsi a Břízy pokrývá diluvialní štěrk vysočiny Řipské pásmo IV.

c) Diluvialní hlína.

Tato pokrývá často vrstvy pásma IV. O jednom nalezišti zmiňujeme se při profilu 44. (viz tam), kde šedožlutá vrstevnatá hlína po-

krývá v mocnosti 1 *m* řasák u Slavětína při cestě do Donína. Hlína tato má v sobě placičky písčitého slínu pásma III. a nepravidelné, všelijak se rozvětvující hnízda písku s placičkami téhož slínu. Zrovna takový písek pokrývá též v mocnosti 0·4 *m* hlínu a z něho zasahují též pytlům podobné partie do hlíny. Písek, hlína i placičky slínů pochází z pásma I., II. a III. ze stráně na jih odtud ležící, z Bytin. Odtud byly sem naplaveny, možno, že i z části naváty.

Množství hlíny diluvialní pokrývá pásmo IV. mezi Slavětínem a Vlčím a činí tak pásmo IV. nepřístupným, ač tu a tam k Vlčímu bylo pod hlínou pásmo IV. (řasák) kopáním odkryto.

Jižně od Loun a Čenčic pokrývá diluvialní hlína žlutá ve větší též míře pásmo IV. Při cestě Pšánské je viděti, že vzalo částečný material k svému usazení ze zvětranin řasáku, neboť barva její jde do zelena a má v sobě hojně mikroskopického glaukonitu. Obsahuje též cicváry.

d) Alluvialní náplavy.

Na stráních od Malnic k Lipenci při potoku Maruši často viděti náplavy, pocházející z vyšších zvětralých vrstev řasáku neb exogyrového pískovce pokrývající vrstvy řasáku neb vrstvy nižší.

V Čenčicích pokrývá 2 *m* mocná černá ornice na dně údolním řasák. Zajisté, že po mnoho věků splavovala se ze strání dolů do údolí. Ornice ta rozpukává se ve svislé sloupy. Na jejím základě tu a tam roztroušen je drobný štěrk, sestávající z placiček slínu a bílého křemene.

Petrografie pásma IV.

Horniny pásma IV. v Poohří jsou trojí: *pískovce*, *písčité slíny* a *vápence*. Každá z nich má své odrudy dle toho, který nerost v ní převládá aneb zvláště význačným jest. Horniny pásma IV. v okolí Přestavlk a Nižeboh neliší se téměř ničím od hornin téhož pásma v okolí Roudnice. Čím více se však vzdalujeme v Poohří od Roudnice, tím více mění se petrografické poměry hornin těchto, tak že v okolí Malnic dosahuje změna tato jaksi svého vrchole. Však změna tato faciová daleko není taková jako se jeví u jiných pásem útvaru křidového, sledovaných z okolí Řipského do Polomených Hor. Fysikální vlastnosti vrstev zůstávají si z okolí Roudnice až do okolí Postoloprt dosti podobné a poměr glaukonitu mezi spodními a vrchními vrstvami pásma IV. jest v okolí Řipu týž co v okolí Malnic. Tak jako je

v okolí Řipu glaukonit velice rozšířen v nejvyšší poloze pásma IV., právě tak je velmi rozšířen u velké míře v okolí Loun a Postoloprt. Celkem roste však množství glaukonitu u všech vrstev pásma IV. z okolí Řipu do okolí Postoloprt. Již při petrografii pásma III. vytkli jsme, že v nejspodnějších vrstvách jílovitých přibývá od Řipu do okolí Postoloprt ve větší míře glaukonit. V témž směru shledali jsme, že přibývá ve vyšších vrstvách pásma III. jehlic spongií, a to tak, že v okolí Postoloprt staly se jehlice spongií hlavní součástí hornin. Při tom bylo pozorováno, že se často jehlice ty skládají z glaukonitu. Něco podobného jeví se u pásma IV. Čím dále z okolí Řipu do okolí Postoloprt, tím více roste množství jehlic spongií ve vrstvách pásma IV. a mnoho jehlic složeno jest též z glaukonitu. V okolí Řipu nebyly na mikroskopických výbrusech jehlice spongií nápadné, teprvé v Poohří počínají víc a více se objevovati. Celkem nedosahuje však v pásmu IV. množství jehlic takového procenta jako v pásmu III.

Z okolí Řipu do okolí Postoloprt ubývá vrstvám pásma IV. jílu, až jej úplně ztrátí. Tak stávají se z písčitých slínů a křemitých vápenců okolí Roudnice pískovce a písčité vápence okolí Malnic.

K vůli zjištění petrografických vlastností hornin pásma IV. v Poohří, vykonal jsem mikroskopická studia všech souvrství a nápadných vrstev jednotlivých ve všech profilech pásma IV. tuto uvedených. Z těch uvádíme ty nejdůležitější, aby ponenáhlé změny faciové daly se z nich poznati.

Přehled hornin vyskytujících se v pásmu IV.

1. Glaukonitické pískovce (řasáky).
2. Glaukonitický pískovec vápnitý (exogyrový pískovec).
3. Pískovec glaukonitický, vápnitý, jemnozrnný (callianassový pískovec.
4. Pískovec glaukonitický spongiový.
5. Pískovec vápnitý.
6. Pískovec jílovitý.
7. Velmi písčitý slín glaukonitický.
8. Písčitý slín.
9. Písčitý vápenec glaukonitický.
10. Vápenec.

Velmi glaukonitický pískovec ze souvrství IV. *ř.* profilu 56. z prostředka pilíře v Koukalově lomu na katastru Březenském u Bílých Horek mezi Louny a Malnicemi. *Typický řasák.*

Makroskopicky: Modrý do zelena, jemnozrnný, při povrchu neb při obvodu pilíře (u trhlin a rozsedlin) šedý. Při postupném větrání zrezaví. Má v sobě tmavošedé vápnité skvrny kulovité, podlouhlé neb nepravidelné. Křemenná i glaukonitická zrna jsou dobře viditelná, obojí až jako mák velká. Na mnohých čerstvých nezvětralých kusech modrozelených vidíme lesknouti se hojně pyritu. Lupou poznáváme čtverečky krychlí, v nichž pyrit ten krystaluje. V kyselinách slabě šumí. Velmi pevný dlažební kámen.

Mikroskopicky: Křemen v dosti okulacených zrnech hrubých, velmi hojný, čirý. Glaukonit též v dosti okulacených zrnech hrubých, v témž množství co křemen, jako tráva zelený. Oba nerosty, křemen a glaukonit, tvoří hlavní skladbu horniny. Velká zrna pyritu jsou vzácná a jen místy hojně se objevují. Malá zrna pyritu ve čtvercích, obdélnících a trojúhelnících jsou velmi hojná. Vápenec práškem šedého jílu znečistěný tvoří tmel zrnek křemenných a glaukonitických a v tom tmelu jsou hojná ona malá zrnka pyritu. Poněvadž výbrus vzat z horniny čerstvé a nezvětralé, není v něm viděti limonitu, neboť ten povstává v takovýchto horninách proměnou pyritu a glaukonitu.

Velmi glaukonitický pískovec ze souvrství IV. ř. profilu 55. C. z Červenkova vyššího lomu na katastru Březenském pod Bílými Horkami mezi Louny a Malnicemi. *Typický řasák.*

Makroskopicky: Na samém povrchu zemském je zarezavělý, blízko pod povrchem šedý do zelena, ještě dále od povrchu tmavošedý do zelena a hluboko od povrchu modravý do zelena. Má kulovité neb nepravidelné tmavší skvrny vápence. V tomto řasáku dosahuje glaukonit největší velikosti (máku) i největšího množství. Velmi pevný dlažební kámen.

Mikroskopicky: Zrna křemenná v největším množství a ve velkých, poněkud okulacených průřezech čirých. Glaukonit velmi hojný, méně než křemene, místy skorem tolik co křemene. Velké nepravidelné průřezy co tráva zelené. Vápnnec čirý, jemnozrnný stmeluje zrna předchozí. Limonit hnědý v jemných zrnkách hojně rozšířen. Výbrus vzat u porovnání s předešlým pískovcem z kusu v mírném stavu zvětrání.

Pískovec glaukonitický ze souvrství IV. ř. profilu 70. z úvozu cesty vedoucí od kaple sv. Jana u Malnic do Malnické skály (lomu). Okolí místa toho sluje též v Pískách. *Řasák.*

Makroskopicky: Daleko od povrchu je šedý s tmavošedými vápnitými skvrnami. Černá zrna glaukonitická jsou sice hojná, ale přece ne v takovém množství a ne tak velká jako v Březenských lomech.

Blíže povrchu je šedožlutý, na povrchu žlutý a ony vápencové skvrny jsou pak žlutobílé. Ještě žlutší až hnědý a rezavý je povrch skamenělin, jež se v kamenu tom ve velkém množství objevují. Deskovitý. Křehký. Nepevný.

Mikroskopicky: Křemenná zrnka velmi hojná a nejvíce ve výbrusu zastoupena; oblá i hranatá. Glaukonitu vyskytuje se hojně, ale méně nežli křemene. Vápenec zrnitý stmeluje předešlá zrna a netvoří již tak široké prostředí mezi zrny křemene a glaukonitu co u Března; proto se snadněji rozpadává a je křehký. Limonitový prášek žlutý a hnědý dosti je zastoupen.

Velmi glaukonitický pískovec ze souvrství IV. *3.* profilu 46. nad Podhrázským mlýnem u Veltěže. *Řasák.*

Makroskopicky: Pevný kámen v pilíře a mocné vrstvy rozdělený, šedý do zelena, s tmavšími neb bělavými vápencovými skvrnami. Velmi hojně zelenavého glaukonitu a málo šupinek muskovitu. Šumí v kyselině.

Mikroskopicky: Písek křemenný čirý ve velkých průřezech. Písek glaukonitový též ve velkých průřezech, co tráva zelený. Křemen i glaukonit vyplňují z největší části výbrus. Vápenec stmeluje předešlá zrna a v něm je prášek jílu s četnými zrny limonitu hnědého. Hojně zastoupeny jsou jehlice spongií. Mnohé jsou z glaukonitu. Hornina tvoří přechod od písčitého slínu ku pískovci.

Glaukonitický pískovec ze souvrství IV. *2.* profilu 47. od Pšán na Kameni. *Řasák.*

Makroskopicky: Zelenavý deskovitý kámen pevný, podobný velmi glaukonitickému písčitému slínu ze souvrství IV. *2.* profilu 44. od Slavětína, Má místy více hrubých zrnek křemene. Málo šupinek muskovitu. Šumí v kyselině.

Mikroskopicky: Zrnka křemenná převládají; vedle nich velmi hojně glaukonitu. Zrna křemenná a glaukonitová stmelena jsou vápencem a práškem jílu. Limonit hnědý zastoupen hojně v prášku a zrnkách. Jehlic spongií málo. Místy má výbrus méně křemene. Hornina tvoří přechod do písčitého slínu ku pískovci.

Glaukonitický pískovec vápnitý z exogyrové lavice *el.* profilu 67. ze Skupické cesty u Malnic. *Exogyrový pískovec.*

Makroskopicky: Velmi pevný kámen šedý (z čerstvé lavice vyňatý) s hojnými černými tečkami glaukonitu a s četnými Exogyrami, které mají skořápky vápencové. V kyselině mocně šumí.

Mikroskopicky: Zrna křemenná ostrohranná neb okulacená, čirá, tvoří hlavní součást výbrusu. Menší díl připadá vápenci čirému, jenž

je stmeluje. Glaukonit co tráva zelený, v nepravidelných průřezech hojný. Limonitu málo; v prášku, zřídka ve větších zrnech.

Glaukonitický pískovec hrubozrnný (řasák) ze souvrství IV. ř. profilu 54. z vrcholu lomu a z návrší nad lomem u Čtrnácti pomocníků při západním konci Loun. Je šedý a tmavošedý s tmavšími vápencovými skvrnami, s hojným glaukonitem a hrubými zrny křemene, místy větší hráchu. Má šupinky muskovitu. Velmi snadno větrá. Na povrchu je rozpadlý a jen dále od povrchu v deskách. Ku stavbě ani ku dlažbě se nehodí, neboť za jediný rok rozpadne se v kousky, byl-li vystaven vlivům povětrnosti. Týž pískovec nalezneme v profilu 50., 51., 52., 53., tedy po jižní straně města Loun. Skalníci nazývají jej případně „shnilým řasákem". Je to aequivalent souvrství IV. ř.

Pískovec glaukonitický drobnozrnný ze souvrství IV. *ř. 3.* profilu 77. u Břvan. Zrnka glaukonitu drobná, jemná a mikroskopická. Místy i hrubší zrna křemene. Šedý se žlutými pruhy. Jemně porovitý od dutinek jehlic spongií. Pískovec tento v kyselině nešumí. Postrádá vápence. Jest *aequivalentem řasáku* z druhé strany Ohře.

Pískovec glaukonitický drobnozrnný ze souvrství IV. *ř. 4.* profilu 77. u Břvan. Zrnka glaukonitu mikroskopická, jemná a drobná. Nemá vápence, proto v kyselině nešumí. Však spongie v něm se vyskytující mají kostru též z vápence a ty ovšem v kyselině šumí. Má v sobě velké množství úlomků po skamenělinách, jichž povrch bývá často žlutohnědým povlakem pokryt od vodnatého kysličníku železitého. Tím i pískovec, jinak šedý, žlutohnědé barvy nabývá. Obsahuje četné jehlice spongií. Jest porovitý. V místech, kde jsou úlomky skamenělin, jest hrubě dirkovitý. Dirky ty jsou po vápenci vylouženém, jenž skořápky skamenělin skládal. Pískovec tento jest *aequivalentem řasáku* z protější strany Ohře.

Pískovec glaukonitický spongiový z JV. úpatí Milešovky podobá se předchozím. Je zelenavý s bělavými skvrnami, s velmi hojným glaukonitem, tu a tam se šupinkami muskovitu. Nemá vápence. Týž je vyloužen. Proto v kyselině nešumí. Obsahuje velmi hojně jehlic spongií a s vyskytováním se těchto souvisí tu velká porovitost horniny. Jest *aequivalentem řasáku.* Podobná hornina vyskytuje se v Třiblicku u Chrášťan.

Pískovec glaukonitický vápnitý ze souvrství IV. c. profilu 68. z úvozu cesty Lipenecké za kaplí sv. Jana u Malnic. Vzat z pevnější koule. *Callianassový pískovec.*

Makroskopicky: Pevný, jemnozrnný, světle šedý, se šupinkami

muskovitu a hojnými jemnými tečkami černými glaukonitu. V kyselině mocně šumí.

Mikroskopicky: Ostrohranná zrnka křemene čirého tvoří hlavní součást pískovce. V témže skorem množství tvoří tmel velmi jemnozrnný čirý vápenec. Glaukonit, v nepravidelných zrnech co tráva zelených, hojně se objevuje. Vzácné jsou jehlice spongií. Limonit hnědý v nepravidelných zrnech málo kde se jeví.

Pískovec glaukonitický vápnitý ze souvrství IV. c. 1. profilu 31. v Malnické skále. *Callianassový pískovec.*

Makroskopicky: Jemnozrnný, křehký, šedý, s velmi hojnými jemnými zrnky glaukonitu, s hojnými šupinkami muskovitu. Šumí v kyselině.

Mikroskopicky: Velmi hojně zrnek křemenných, dosti ostrohranných. Hojně zrnek glaukonitu co tráva zeleného. Vápenec čirý jemně zrnitý tvoří tmel nerostů. Tu a tam zrnka neb prášek limonitu. Zdá se býti proměnou glaukonitu. Vyplňuje místy co prášek střední část jehlic spongií. Obvod těchto jehlic je křemičitý.

Pískovec vápnitý z vrstvy IV. 4. profilu 54. z lomu u Čtrnácti pomocníků při západním okraji Loun.

Makroskopicky: Jemnozrnný, šedý s tmavšími slabými proužky, čárkami a kroužky i s většími tmavšími skvrnami. Velmi jemné černé tečky prozrazují glaukonit. Šumí mocně v kyselině.

Mikroskopicky: Křemenná zrnka čirá hojně se objevují. Glaukonit hojný i limonit. Hlavní součást výbrusu tvoří vápenec čirý. Jehlice spongií se místy dosti často objevují.

Zcela tytéž vlastnosti má hornina z vrstvy IV. 2. z téhož lomu a profilu 54.

Pískovec vápnitý ze souvrství IV. 1. profilu 47. u Pšán na Kameni.

Makroskopicky: Velmi jemnozrnný, bílý, s velmi jemnými tečkami glaukonitu a četnými šupinkami muskovitu. Na pohled vypadá jako písčitý slín vrstvy IV. 2. profilu 46. u Podhrázského mlýna, je však bělejší. Pod lupou je dosti porovitý od dutinek po vylouženém vápenci ze střední chodbičky jehlic spongií, jichž obvod křemičitý zachován. Dutinky jsou kruhové neb podlouhlé, dle toho, je-li jehlice v lomu příčném neb podélném.

Mikroskopicky: Zrn křemenných a glaukonitových hojně. Všecky stmeluje vápenec. Jílu nepatrně. Zrnka limonitu tu a tam.

Pískovec jílovitý jemnozrnný ze souvrství IV. 2. profilu 77. od Břvan jest jemnozrnný, snadno větrá a na povrchu v písek jílovitý se rozpadá. Vápence nemá, proto v kyselině nešumí. Barvy je šedobílé.

Má místy dosti drobných a zřídka hrubších zrnek křemenných. S četnými šupinkami muskovitu. Dosti jemného glaukonitu.

Velmi písčitý slín glaukonitický ze souvrství IV. 2. profilu 44. od Slavětína, z lomu při cestě do Donína. *Aequivalent řasáku.*

Makroskopicky: Tmavošedý do zelena (kde pokročilo větrání, tam je zažloutlý) s tmavšími vápencovými skvrnami (jako u řasáků). Velmi hojně zeleného glaukonitu a málo šupinek muskovitu. Zřídka kde hrubé zrno křemene větší máku. V kyselině šumí dosti.

Mikroskopicky: Zrna křemene dosti zastoupena. Velké množství glaukonitu. Vápenec s jílem stmelují zrna předchozí. Jehlic spongií dosti. Limonitu hnědého v malých zrnkách dosti.

Písčitý slín ze souvrství IV. 1. profilu 44. u kaple P. Marie blíže Slavětína.

Makroskopicky: Šedý, místy se žlutými skvrnami, s jemnými šupinkami muskovitu. Podobá se na pohled písčitým slínům pásma IV. v okolí Řipu. Pod lupou viděti jemné dirky a podélné rýžky od dutých centrálních kanálků jehlic spongií. Na povrchu snadno se vylouží z něho bílý vápenec, a tu písek z něho pak snadno vypadává.

Mikroskopicky: Křemenná zrnka dosti hojně se objevují. Glaukonit hojný v nepravidelných průřezech co tráva zelených. Limonit zřídka se jeví, místy vyplňuje komůrky foraminifer. Vápenec čistý tvoří hlavní součást výbrusu; rozdělen je v malé dílce, místy tvoří hmotu foraminifer a jehlic spongií. Jíl v prášku dosti zastoupen. Jehlice spongií dosti hojné se objevují. Jsou z vápence, neboť po vyleptání kyselinou zmizí. Foraminifery dosti se objevují.

Týchž vlastností jsou písčité slíny souvrství IV. 1. a IV. 2. profilu 46. od Podhrázského mlýna u Veltěže.

Písčitý vápenec glaukonitický z koule v souvrství IV. *ř.* profilu 55. B. Glasrova lomu pod Bílými Horkami na katastru Březenském mezi Malnicemi a Louny. Tvoří koule v řasáku.

Makroskopicky: Šedý až tmavošedý s modravými skvrnami. Zrnka křemene i glaukonitu jsou hojná, místy zvící máku. Tu a tam jsou vápnitější partie, mající méně zrn písku a glaukonitu. Velmi pevný kámen. Silně vře v kyselině.

Mikroskopicky: Vápenec jemně zrnitý, čirý, tvoří hlavní součást. Křemen v ostrohranných velkých průřezech neb s okulacenými hranami hojně se objevuje. Glaukonit ve velkých nepravidelných průřezech co tráva zelených hojně se objevuje, ale méně než glaukonit. Také jehlice spongií skládá, ale vzácně. Limonit hnědý je dosti rozšířen v malých průřezech a co prášek i co hmota skameňující.

Vápenec z vrstvy IV. 3. profilu 50. v Lounech při dráze Louny-Postoloprty a v úvozu Pšánské cesty. V koulích.

Makroskopicky: Tmavošedý, velmi pevný. Velmi jemné tečky černé prozrazují glaukonit. Se šupinkami muskovitu.

Mikroskopicky: Křemenná zrnka zřídka se objevují. Glaukonit co tráva zelený dosti se objevuje, bývá obyčejně v limonit zvětrán. Vápenec čistý v malé dílce rozdělený vyplňuje z největší části průřez. Foraminifery z vápence složené zřídka. Jehlice spongií dosti se vyskytují; zřídka jsou z glaukonitu, místy z limonitu žlutého (proměna to glaukonitu).

Vápenec ze souvrství IV. 1. profilu 46. nad Podhrázským mlýnem u Veltěže. V koulích.

Makroskopicky: Modravý, zvětrá-li, je šedý. S velmi jemnými tečkami glaukonitu. Velmi pevný. Mocně šumí v kyselině.

Mikroskopicky: Zrnitý čirý vápenec vyplňuje průřez. Křemenné zrnko málo kde, zrnek glaukonitu více, zrnek limonitu málo.

Vápenec ze souvrství IV. 1. profilu 47. na Kameni u Pšán. V koulích.

Makroskopicky: Šedobílý, velmi pevný, velmi šumí v kyselině.

Mikroskopicky: Zrnko křemene vzácné. Výbrus vyplňuje zrnitý vápenec čirý. Limonit zřídka. Jemná zrnka glaukonitu dosti. Místy jehlice spongií.

Vápenec ze souvrství IV. 1. profilu 44. od kaple Panny Marie u Slavětína.

Makroskopicky: Na povrchu šedý, dále od povrchu tmavší do modra. Velmi jemnozrnný. Šumí mocně v kyselině. V koulích.

Mikroskopicky: Zrnka křemene zřídka. Vápenec čirý v nepravidelné dílce rozdělený celý výbrus zaujímá. Glaukonit co tráva zelený v nepravidelných průřezech často se objevuje. Jehlice spongií místy zřídka, místy častěji se vyskytují. Limonit hnědý v nepravidelných zrnech často. Foraminifery z vápence, zvláště Cristellarie, zřídka.

Vápenec ten činí na pohled týž dojem jako křemité vápence pásma IV. v okolí Řipu. Mikroskopicky liší se jen tím, že má mnohem méně křemene.

Geotektonika pásma IV.

Vrstvy pásma IV. až na vápence jsou blíže povrchu v tenké desky rozpadlé. Dále od povrchu, kde jsou v mírném stavu zvětrání,

tvoří mocné stolice. Hluboko pod povrchem, zvláště tam, kde kryty jsou vrstvami vodu nadržujícími, tvoří hranoly několik metrů mocné. Hranoly ty tvoří se četnými trhlinami a rozsedlinami jdoucími kolmo ku vrstevnatosti. Jich stěny bývají potaženy vodnatým kysličníkem železitým a blíže nich bývá hornina v mírném stavu zvětrání a světlejší barvy. Čím dále od těchto stěn do vnitř hranolu, tím pevnější, tvrdší a tmavší (modřejší) je hornina. Spodní vrstvy pásma IV. nabývají u Malnic poněkud podobu kvádrovitou, nevystupují však ještě v pravých kvádrech jako pískovce pásma I. zdejšího kraje.

Vápenec tvoří ve vrstvách pásma IV. koule (boule, hroudy). Jsou-li ojedinělé, lze je dobře rozpoznati, jak v čerstvém lomu, kde bývají tmavší (do modra) než okolní hornina, tak zvláště na povrchu, kde jejich kulovitý tvar je nápadný. Takové koule ojedinělé, dále od sebe vzdálené udržují se v poloze dle vrstevnatosti. Často se vytratí úplně a zase jiné v jiném horizontu vyšším neb nižším se objeví právě tak jako v okolí Řipu. Tam, kde je koulí hojné pohromade, takže splývá již jedna s druhou, tam tvoří pevnou lavici.

Vrstvy pásma IV. jsou následkem dislokac skloněné, od sebe odtržené a přehozené.

Sklon obnáší vždy několik stupňů, tak že jej lze kompasem měřiti. Nejsou ovšem plochy vrstevnatosti vždy rovné, aby se dal všude sklon přesně na stupeň určiti. Uvedem tudíž v následujícím průměrný sklon vrstev na různých stanoviskách pásma IV. K tomu připojme směr hlavních rozsedlin.

1. U Slavětína nad kaplí P. Marie (obr. 28). bude sklon pásma IV. větší než 2^0 ku SZ., a to proto, poněvadž ve směru od J. k S. zapadají vrstvy pod úhlem 2^0, kterýžto směr není směr sklonu, nýbrž vedlejšího spádu.

2. V Čenčicích a sice v lomu JZ. od kostela (obr. 30. prof. 49.) je sklon 5^0 ve směru 22^h 10^0 ku SZ. Jedny rozsedliny jdou v témž směru 22^h 10^0 ku SZ. a jsou svislé, druhé jdou k nim kolmo i kolmo k vrstevnatosti, směrem od JZ. ku SV. (16^h JZ.).

3. Východně Loun v úvozu Pšánské cesty, na křižovatce s dráhou (obr. 31. prof. 50.) jest sklon ve směru SZ. větší než 3^0, což z toho soudím, že v břehu tohoto úvozu ve směru 20^h 7^0 ku SZ. zapadají vrstvy při 3^0 (to je vedlejší spád). Hlavní rozsedliny mají směr dvojí, jedny jdou ku 4^h 5^0 SV., druhé ku 23^h 13^0 SZ.

Na rozcestí uvedené Pšánské cesty a Zlodějské cesty je sklon 5^0 ku 23^h SZ.

4. V lomu u Čtrnácti Pomocníků při Z. konci Loun (prof. 54.)

zapadají vrstvy ve stěně lomu ku 1^h SV. při 2^0 až 5^0. Sklon bude větší a směřovati bude ku SZ.

5. V úvozu cesty nad Zastávkou „Louny město“ (obr. 32. prof. 51.) zapadaly vrstvy v břehu cesty, jenž měl směr 1^h 3^0 ku SV., při 5^0 43′.

6. Pod Bílými Horkami mezi Louny a Malnicemi (obr. 33. prof. 55. A, B, C.) byl sklon vrstev až 10^0 ku 20^h 5^0 SZ. Hlavní rozsedliny směřovaly ku 1^h 10^0 SV. a ku 20^h 5^0 SZ.

7. V obci Malnicích zapadají vrstvy při 5^0 ve směru 20^h 10^0 SZ.

8. U Malnic, při cestě do Skály za kaplí Sv. Jana je sklon 5^0 ku 21^h 4^0 SZ. Hlavní rozsedliny v témž směru a kolmo k nim.

9. U Malnic, v úvozu cesty do Skály (prof. 70.) je sklon 5^0 ku 21^h SZ. Hlavní rozsedliny v témž směru a kolmo k nim.

10. V Malnické skále (prof. 31.) je sklon 10^0 ku 22^h SZ.

11. U Malnic, v cestě do Lipence, za kaplí Sv. Jana je sklon 10^0 ku 21^h SZ.

12. Mezi Malnicemi a Hasínem po pravé straně Maruše prof. 65. obr. 35.) je sklon 20^0 ku SZ.

13. V úvozu cesty 400 *m* na V. od Hasína (prof. 61.) mají vrstvy sklon 10^0 ku 21^h SZ.

14. Sklon vrstev mezi Hasínem a Lipencem v pravé stráni Maruše (prof. 60. obr. 13.) obnáší 10^0 ku 21^h SZ.

15. Podobně skloňují se vrstvy pásma IV. ku SZ. ve hřbetu Lipenecko-Zeměchském.

Po levé straně Oharky nalézáme tyto sklony:

16. U Dolního mlýna blíže Břvan (prof. 76.) zapadají vrstvy ve stěně průřezu dráhy při 4^0 ku 20^h 5^0 SZ. (To není asi sklon.)

17. U Trinskmühle blíže Břvan (prof. 75. obr. 50.) zapadají vrstvy ve břehu při 4^0 ku JJV.

18. V Břvanech, v úvozu Lenešické cesty (prof. 77.) je sklon 10^0 až 20^0 ku 21^h 5^0 SZ. Hlavní rozsedliny jdou ku 1^h 10^0 SV. a ku 19^h 10^0 SZ.

Z uvedených měření vychází na jevo, že se skloňují vrstvy pásma IV. obyčejně ku SZ.

Nahlédneme-li do naší geologické mapy Poohří a do četných profilů tuto vyobrazených (obr. 28., 32., 34., 40. až 49.), shledáváme, že rozsedliny dislokační, přerušující souvislost našich pásem, mají směr od JZ. ku SV. a právě s tímto směrem je rovnoběžna jedna soustava hlavních rozsedlin v těchto vrstvách.

Druhá soustava rozsedlin dislokačních, v terainu méně patrná, ku př. u Slavětína (viz tam), u Malnic, Zeměch a j., má směr od JV.

ku SZ., a s touto soustavou souhlasí opět druhá soustava hlavních rozsedlin ve vrstvách pásma IV., o níž jsme uvedli, že také ku SZ. směřuje.

Rovnoběžnost obou soustav rozsedlin čili slují ve vrstvách pásma IV. s nejbližšími rozsedlinami dislokačními, svědčí o stejném stáří jejich (třetihorním).

Ostatně poukazuji na náš článek o Geotektonice útvaru křidového v Poohří.

O vrstvách pásma IV.

Když jsme sledovali pásmo IV. z okolí Roudnice Polabím a Povltavím do okolí Mělníka až do Přívor a Byšic, shledali jsme, že se skládá v celé této krajině z jednostejných hornin, totiž z písčitých slínů a křemitých vápenců. Poslední jsou tvrdší a pevnější než písčité slíny a vyčnívají ve stráních v podobě koulí neb lavic. Pouze v *nejvyšší poloze pásma IV.* shledali jsme všude charakteristickou zvláštnost, že vrstvy vyznačují se *větším množstvím hrubších zrnek glaukonitu, tak že se podobají petrograficky řasáku u Malnic.* V Polabí u města Štětí, po obou březích Labe, vystupují v této nejvyšší poloze pásma IV. vedle hrubších zrnek glaukonitu též hrubší zrna křemene a jednotlivé vrstvy přecházejí pak v *glaukonitický pískovec;* místy chová pískovec též *hojně vápence.*[7]) Okolí města Štětí má jak známo tu důležitost pro geologické poměry našeho útvaru křidového, že jsou tu pásma na přechodu z facií slinitých (v Řipské vysočině) do facií písčitých (v Polomených Horách).

Tytéž vlastnosti petrografické, fysikální a palaeontologické má v celku pásmo IV. v Poohří Budyňském přes Slavětín až do okolí Loun. Právě tak jako se stává pásmo IV. z okolí Roudnice do okolí Štětí písčitější, právě tak stává se z okolí Roudnice Poohřím přes Slavětín do Loun a Malnic. I tu proměňují se facie písčitých slínů ve facie pískovců glaukonitických. Všecky vrstvy pásma IV. stávají se v Poohří, čím dále od Řipu k Postoloprtům bohatší glaukonitem (a tím i na jehlice spongií); nejvyšší poloha jest však nejvíce glaukonitická a má hrubší glaukonit i hrubší zrna křemenná. Týž poměr tedy, jaký byl mezi nižšími a nejvyššími vrstvami pásma IV. v okolí Řipu s ohledem na poměrné množství a na velikost zrn glaukonitických, týž poměr jeví se mezi nižšími a vyššími vrstvami v okolí

[7]) Pásmo IV. útv. křid. v okolí Řipu str. 5.

Loun. Nejvyšší vrstvy jsou i zde hrubším a četnějším glaukonitem opatřeny nežli nižší.

Podle toho mohli bychom v celém prozkoumaném až posud kraji, totiž v Povltaví a Polabí Podřipském a v Poohří, čili v západní oblasti českého útvaru křidového, rozeznávati dvě oddělení pásma IV.: dolní a horní (více glaukonitické).

Pásmo IV. stává se v Poohří čím dále do okolí Loun (zvláště Malnic a Lipence) tím bohatším na skameněliny. V samém okolí Malnic a Lipence vyskytují se ve mnohém souvrství aneb lavici určité vodící skameněliny často ve velikém množství, takže jsou pro tyto skameněliny zvláště nápadné. Velké rozšíření plošné však tato souvrství neb lavice nemají, omezeny jsouce hlavně jen na okolí Malnic, Lipence a Lipna. Po této stránce rozeznáváme tam v pásmu IV. následující horizonty shora dolů:

Pásmo VI.	horní	*ř.* Souvrství řasáku.
		e. Souvrství exogyrového pískovce s exogyrovou lavicí *el.*
		m. Lavice Magasová.
	dolní	*c.* Souvrství Callianassového pískovce.

Rozdělení toto jest tedy jen místní a vztahuje se pouze ku posledně uvedeným obcím. Neboť v blízkosti Malnic, pod Bílými Horkami, tedy směrem k Lounům již neexistuje. Tu dlužno celé souvrství řasáku *ř* a možná že i nejvyšší část vrstev pod řasákem považovati za equivalent spojených vrstev $ř + e + m$ od Malnic a Lipence.

Kdyby nebyl Reuss exogyrový pískovec s exogyrovou lavicí jako zvláštní horizont vyřadil, jak po něm i jiní geologové učinili, byl bych exogyrový pískovec s lavicí exogyrovou popsal co řasák (spodní část jeho) a nejblíže hlubší vrstvy pod řasákem. Skutečně jest někdy těžko řasák od exogyrového pískovce rozeznati, zvláště chová-li tento méně exogyr. Poprvé počínají býti nápadny exogyry ve spodní části řasáku a v nejbližších vrstvách pod řasákem u Bílých Horek, zejmena v Liščí díře. Odtud roste počet exogyr k Malnicům a do Břvan až se v Malnicích i hromadně v lavicích objevují (exogyrová lavice). Tu jsem však pozoroval, že hromadné vyskytování se exogyr v exogyrovém pískovci není všude stejné. U Lipence a od Lipence přes Hasín až blízko ku Skupické cestě vidíme exogyrovou lavici v nejhlubší poloze exogyrového pískovce. Žily tu tedy za času usazování se této lavice exogyry hromadně. Však od Skupické cesty až do obce Malnic není exogyrová lavice (patrně jiná) v nejhlubší poloze exogyrového pískovce

(ač se tam též dosti exogyry vyskytují), nýbrž v horní části jeho. Zde tedy žíly exogyry hromadně v pozdější době než mezi Lipencem a Skupickou cestou. Z toho stanoviska dlužno pohlížeti na exogyrovou lavici. Jest tudíž exogyrová lavice větší nahromadění exogyr v nestejných polohách exogyrového pískovce. Exogyrová lavice u Lipence nemusí býti aequivalentní lavici exogyrové u Malnic, třeba obě v témž pískovci exogyrovém ležel"

Že exogyrový pískovec jest aequivalentem spodní části řasáku z okolí Loun, to podporuje též ta okolnost, že řasáku ubývá co do mocnosti od obce Malnic ke Skupické cestě a za to přibývá opět exogyrovému pískovci. Palaeontologický rozdíl mezi řasákem u Malnic a exogyrovým pískovcem tamtéž, není žádný, neboť vyjmem-li exogyrovou lavici z pozorování našeho, vyskytují se pak exogyry v exogyrovém pískovci na některých místech u Malnic skorem v témže množství jako v tamním řasáku (cesta ku Skále). Rozdíl petrografický mezi oběma je nepatrný. Způsob větrání v malé oblé placičky je týž.

Souvrství řasákové *ř.* jest v Poohří několikeré; to jest, jsou různé facie řasáku a sice:

1. *Písčité slíny velmi glaukonitické*, pevné, tmavošedé do zelena. Vzorem stanoviska jest Slavětín.

2. *Hrubozrnný pískovec glaukonitický* s nenápadným oku glaukonitem, křehký, snadno zvětrávající, šedý až tmavošedý. Vzorem stanoviska jsou Louny. Tento se nevybírá ani ku stavbě ani ku dlažbám.

3. *Pískovec velmi glaukonitický* jemno- neb drobnozrnný modrozelený (čerstvý, vzdálený od povrchu) aneb šedozelený (kde je poněkud ve stavu zvětraném). Jest pevný a tvrdý dlažební kámen města Loun a okolí. Vzorem naleziska jsou: Březno,[8]) Cenčice.

4. *Pískovec glaukonitický* méně pevný na povrchu, s velkým množstvím skamenělin, jehož spodní oddíl poněkud vápnitější sluje též *exogyrový pískovec.*

5. *Pískovec glaukonitický* spongiový, porovitý nepevný, snadno zvětrávající. Vzorem stanoviska jsou Břvany.

Magasová lavička *m* jest význačná vrstva mezi exogyrovým a callianassovým pískovcem. Poprvé ji konstatoval Reuss,[9]) pak ji uvádí Frič (ve svém profilu č. 15. na str. 55. svých Bělohorských a Malnických vrstev) u potoka Marušského. Jak z této práce na jevo vychází, shledal jsem tuto lavičku na mnoha jiných místech mezi

---

[8]) Pod Bílými Horkami na katastru Březenském. Jinak říká se též u Malnic.
[9]) Die Kreidegebilde, str. 104. ř. 6. a 7. z dola.

Malnicemi a Lipencem vždy na rozhraní mezi exogyrovým a callianassovým pískovcem. V Dumné jest tato lavička na jednom místě bohata ježovkami, zvláště *Catopygem Albensis*. Blízko odtud (profil 63. obr. 24.) má hojně *Cyprin*. U Lipence má i *Modiolu capitatu,* význačnou pro pásmo IV. v okolí Řipu (Bechlín). Zajímavá lavička tato má své palaeontologické zvláštnosti, ale souhlasí s palaeontologickým rázem pásma IV. Zdá se, že skameněliny z této vrstvy zahrnuli Reuss a Frič mezi skameněliny exogyrového pískovce. Po stránce petrografické je vrstva tato bližší callianassovému pískovci než-li exogyrovému.

Callianassové souvrství *C* nazvali jsme tak dle většího množství *Callianass bohemic*, jež se zvláště objevují na některých stanoviskách mezi Lipencem a Malnicemi.

Proberme nyní hlavní naleziska vrstev pásma IV. v Poohří.

Nižebohy

Údolím mezi Přestavlky a Nižebohy je naznačena Nižebožská rozsedlina dislokační.[10]) Po jižní straně rozsedliny neb údolí, na straně ku Přestavlkům, je pásmo III., po severní straně pásmo IV. V lomu Podolského je dolní část pásma IV. přístupna v mocnosti 9·7 *m* se svými piščitými slíny a křemitými vápenci. Jejich profil od 190·3 do 200 *m* n. m. popsali jsme již.[11]) Sklon vrstev nelze ani postřehnouti. Od lomu Podolského pokračují vrstvy tyto ve stráni jmenované na západ až ku obci Nižebohám, kde se stráň na vých. okraji obce, při silnici Budyňsko-Roudnické končí. V obci Nižebohách očekávali bychom při silnici v téže výši nadmořské pásmo IV., zatím však shledáváme tam pásmo V., přístupné ve výši od 190 do 200 *m* n. m. Patrně tu jde podle Budyňské silnice dislokační rozsedlina naznačená ostatně i malou roklí, kterou silnice ta vede (Nižebožská rozsedlina druhá).

Ve stráni od Nižeboh ku Račanům postupují dále vrstvy pásma V. a vychází na povrch u Nižeboh ve výši od 190 ku 200 *m*, mezi Nižebohy a Račany od 180 ku 200 *m* a u Račan asi od 175 ku 200 *m* n. m. Od 200 *m* výše, pokrývá je diluvialní štěrk. Je přirozeno, že pod pásmem V. nalezneme pásmo IV.; tak jest tomu

---

[10]) Geotektonika křidového útvaru v okolí Řipu. Věstník Král Čes. Spol. Náuk. 1893. Str. 2. Obr. 2. r_1. — Geologická mapa Řipské vysočiny.

[11]) Pásmo IV. v okolí Řipu. Str. 9. Obr. 3. — Nedávno nalezl jsem v lomu tomto a sice ve vrstvě IV. 6. — zvané Dřňák — *Enoploclytia Leachi.*

v Račanech u Píst,

kde nejspodnější část pásma V. je dosti přístupna. Tu najdeme pod pásmem V. i dolní část pásma IV., jednak v úvozu cesty mezi Račany a hliništěm, jednak při silnici. Horní část pásma IV. přístupna tu není. Je tu následující

Profil 43.

	Vrchol stráně nad Račany.	211 *m* n. m.
	Diluvialní štěrk s pískem co patro pásma V.	11 *m*
Pás. V.	Modravý *slín* měkký s Ostrea semiplana a Pecten pulchellus	20 *m*
	Nepřístupné vrstvy *slínu* téhož	5 „
	175	
Pás. IV.	2. *Písčitý slín*, výše glaukonitický s *křemitým vápencem* nepřístupný	10 *m*
	1. *Písčitý slín*, žlutošedý s modravými skvrnami nahoře (3 *m*), hloubš modravý (2 *m*) s pevnými lavicemi modravého *křemitého vápence*	5 *m*
	Silnice z Budyně do Doksan při jižním okraji Račan	160 *m* n. m.

Souvrství 1. obsahuje tu

Limu elongatu.
Limu tectu.
Amorphospongiu rugosu.

Slavětín.

(Obraz 28.)

Po JZ. straně Slavětína naleznem opět pásmo IV. ve Stavětínském tarasu. Již mezi Slavětínem a kaplí P. Marie nalézají se v poli známky dolního oddělení pásma IV. ve výši mezi 230 a 240 *m* n. m.; rovněž na západ od kaple v téže výši. Sotva 100 *m* na západ od kaple byl pod ornicí dobýván r. 1895. šedý písčitý slín s modravým vápencem. Popsali jsme již obě ty horniny v předu. Ony obsahují:

Exogyru lateralis.
Rhynchonellu plicatilis.

Od kaple P. Marie na jih, zvláště při cestě, která vede na Bytinu a do Donína, vystupují nad předešlými vrstvami horní vrstvy pásma IV. v podobě písčitého slínu glaukonitického. I tento kámen popsali jsme již. On činí přechod v pískovec glaukonitický (řasák)

okolí Lounského. Vrstvy mají tu ve Slavětínském tarasu značný sklon ku SZ., tak že cesta od kaple vzhůru vystupující pořád řasák odkrývá a kde i pod řasák se zaryje, tam ukáží se i spodní vrstvy pásma IV. co písčité slíny s křemitým vápencem. Při cestě této v poli 400 *m* na JJZ od kaple jevil se v dočasném lomu r. 1895. tento

Profil 44.

Vrchol lomu.		as 255 *m* n. m.
	Ornice tmavohnědá hlinitopísčitá	0·2 *m*
Diluvium.	*Písek* hnědý (z útv. kříd. pás. I.) s placičkami písčitého slínu a křemitého vápence (z pásma III. útv. křid.). Písek tento zabíhá též do spodní hlíny ve tvarech pytlům podobných, všelijak zohýbaných	0·4 *m*
Diluvium.	*Hlína* žlutošedá vrstevnatá s placičkami písčitého slínu, pásma III. a s nepravidelnými, všelijak se rozvětvujícími hnízdy téhož písku co nahoře s těmitéž placičkami slínu a vápence. Někdy jsou hnízda též okrouhlá a podlouhlá	1·0 *m*
	253·4	
Pásmo IV.	3. *Velmi písčitý slín glaukonitický* zelenavý zvětralý (*řasák*)	0·5 *m*
Pásmo IV.	2. *Velmi písčitý slín glaukonitický* v pevných lavicích asi po 20 *cm* (*řasák*)	0·9 *m*
	Dno lomu	
Pásmo IV.	1. *Písčitý slín* šedý s modravým *vápencem*	3·0 *m*
Dno úvozu opodál lomu.		249 *m* n. m.

Písčitý slín glaukonitický, tmavošedý, do zelena, souvrství 2 mívá v sobě též pevné lavice křemitého vápence glaukonitického modravého.

Složení jeho nerostné popsali jsme v předu. Obsahuje hojně skamenělin:

Nautilus sublaevigatus.
Pachydiscus peramplus.
Arca subglabra.
Eriphyla lenticularis.
Ostrea semiplana.
Neurčená spongie (velké pohárovité kusy).
Ventriculites radiatus (velké talířovitě smačklé kusy).

Za kaplí P. Marie odbočuje od předešlé Donínské cesty jiná, vedoucí do Smolnice i Toužetína směrem JZ. Ve výši mezi 257 až

266 *m* n. m. přístupny byly (při rozcestí ve výši 260 *m* r. 1895) v malém dočasném lomu a výše v úvozu cesty vrstvy spodního pásma IV. takto:

Profil 45.

Diluvialní hlína žlutá. 266 *m* n. m.

Pasmo IV. část spodní	Úvoz.	2. *Písčitý slín* bělavý, křehký, s pevným modravým *vápencem*. Tento po zvětrání vrstev v koulích vypadává	6
		— 260 —	
	Lom.	1. *Písčitý slín* šedý s tmavšími proužky a očky střídá se s koulemi *vápence* modravého	3

Dno lomu. 257 *m* n. m.

Uvážíme-li, že vrstvy horní pásma IV. (řasák) u Donínské cesty mají sklon ku SZ. a směr od SV. ku JZ. očekávali bychom, že nalezneme v místech, kde je profil 45. ještě mladší vrstvy, totiž vrstvy pásma V. Zatím tam nenalézáme ani nejvyšší část pásma IV., nýbrž dolní vrstvy téhož pásma. Z toho vychází na jevo, že mezi profilem 44. a 45. jde rozsedlina dislokační příčná, směru od JV. ku SZ., která je tu i v povrchu zemském naznačena náhlým výstupem terainu v témž směru.

Obraťme se nyní od Slavětína k Podhrázskému mlýnu, kde najdeme opět jako u Nižeboh pásmo V. na pásmu IV. spočívati.

Podhrázský mlýn u Veltěže.

Příkrá stráň nad Pochvalovským (Smolnickým) potokem proti Podhrázskému mlýnu, odkrývá poučný

Profil 46.

Obr. 29.

Vrchol stráně nad Podhrázským mlýnem. 201 *m* n. m.

Diluvium.	*Štěrk a písek.* Tyto obsahují zažloutlý písek křemenný, placičky hornin útvaru křídového jako: bělavý písčitý slín (vh) z pás. III., šedý křemitý vápenec (h) z téhož pásma, glaukonitický pískovec (řasák), pískovec rezavý a žlutý z pásma I.; oblázky křemene (zř) bílého, šedého a tmavého; porfýr červenavý, šedý a bělavý (zř); čedič (zř); jeden kousek čediče obsahoval dosti cirkonu. Dle Friče nalezen tu též pyrop	3 *m*

Pásmo		Č.	Vrstva	m	
Pásmo V.		12.	*Jílovitý slín* šedý neb modravý, na povrchu rozpadlý s peckami limonitovými, žlutými, sádrovcem posetými, jež z pyritu povstaly	4·0	14·8 m
		11.	*Jílovitý slín* bělavý neb modravý v pevnější poněkud lavici	0·5	
		10.	*Slín* šedý neb modravý, měkký, na povrchu tenkolupenný	2·0	
		9.	*Slín* modravý, na povrchu šedý a zažloutlý s modravými skvrnami, tenkolupenný, měkký	1·0	
		8.	*Slín glaukonitický* šedý, v pevně lavičce	0·1	
		7.	*Slín* šedý s tmavomodrými skvrnami, měkký, vlhký. Skoro prostředkem tohoto souvrství jde cesta	4·4	
	a.	6.	*Vápenec* bělavý v pevnější lavičce	0·1	2·8
		5.	*Slín velmi jemně glaukonitický*, měkký, na povrchu rozpadlý	1·1	
		4.	*Vápenec* šedý v pevné lavičce	0·1	
		3.	*Slín velmi jemně glaukonitický* šedý a zažloutlý s modravými skvrnami, s ojedinělým hrubým zrnkem křemene až o prům. 2 *mm* (zř), s jemnými šupinkami muskovitu, měkký	0·8	
		2.	*Vápenec* světle šedý do běla neb do žluta v pevné lavičce	0·1	
		1.	*Slín velmi jemně glaukonitický*, šedý, místy s modravými skvrnami, se šupinkami muskovitu, zřídka kde s hrubým zrnkem křemenným. Měkký	0·6	
			183·2		
Pásmo IV.		3.	*Pískovec velmi glaukonitický (řasák)* v pilířích, šedý až tmavošedý do zelena, s tmavšími neb bělavými skvrnami vápencovými. Velmi pevný	0·8	2·1 m
		2.	*Písčitý slín* šedý, bělavý, v pevné lavici	0·7	
		1.	*Písčitý slín* jako 2., jenže v desky rozpadlý a obsahuje řady koulí modravého *vápence*. Místy je písčitý slín po zvětrání nažloutlý, vápenec pak šedý	0·6	

Hladina potoka Pochvalovského (Smolnického) . . . . 181·1 *m* n. m.

Ve vrstvách 1. vyskytuje se častěji:

Eriphyla lenticularis.

Ve vrstvě 2. častěji:

Exogyra lateralis.

Ve vrstvě 3. objevuje se:

Arca subglabra (vh)
Eriphyla lenticularis (h)
Tellina semicostata.
Ventriculites radiatus.

Příhodnější místo ku vyhledávání skamenělin bude mezi mlýnem Podhrázským a Pšány.

Frič[12]) nazývá všecka tři souvrství naše IV. 1, 2, 3. u Podhrázského mlýna řasákem a zmiňuje se o nich takto: „Na potoce, vý-

[12]) Teplické vrstvy, str. 28., obr. 11., vrstva 1.

chodně od mlýna (Podhrázského) vystupuje řasák, jenž u Čenčic a Malnic tvoří nejhlubší lože vrstev Malnických a zde obsahuje též obyčejně své skameněliny: Protocardia Hillana, Ammonites peramplus atd. (Profil obr. 11—1)."

U Pšán. Na Kameni.

Od Podhrázského mlýna vystupují vrstvy pásma IV. vždy výš a výše ku Pšánům po obou stranách Pochvalovského potoka. Ve stráni od Podhrázského mlýna až do Veltěže, po pravé straně potoka, pokrývá je všude pásmo V., právě tak jako nad mlýnem. Mezi Veltěží a Pšány vystupují již více nižší vrstvy pásma IV. na povrch. Nejlépe to vidíme 300 *m* na SV. od Pšán ve stráni po levé straně potoka. Poloha ta sluje „Na Kameni" Zde je

Profil 47.

Vrchol stráně po levé straně Pochvalovského potoka. 203 *m* n. m

Pásmo IV.	2.	*Pískovec glaukonitický* (*řasák*) velmi podobný Slavětínskému glaukon. písč. slínu, jenže má více hrubých zrn křemene	0·8	m
	1.	*Pískovec vápnitý* velmi jemnozrnný, bílý, deskovitý. Podobný Slavětínskému písčitému slínu, je však bělejší a více má křemene. V něm vloženy jsou řady pevné koulí *vápence* šedobílého . . .	6·2	

Cesta při potoce. 196 *m* n. m.

Souvrství 2. láme se tu v tenčí desky šedé až tmavošedé, někde s tmavšími modravými skvrnami. Velmi pevný. Větráním žloutne neb hnědne až zrezaví. Povrch skamenělých jader rezavý. Oplývá velkým množstvím skamenělin, význačných pro pásmo IV.:

Pachydiscus peramplus (zř) s přirostlými Exogyrami.
Pleurotomaria seriatogranulata (zř)
Eriphyla lenticularis (h)
Pectunculus lens (zř)
Arca subglabra (vh)
Tellina semicostata (zř)
Ventriculites radiatus (h).

V souvrství 1. objevuje se hlavně

Eriphyla lenticularis.
Rhynchonella plicatilis.

Také v pravé stráni Pochvalovského důlu, ve Pšánech samých, vidíme vycházeti spodní část pásma IV. v podobě písčitých slínů (přechody to v pískovec vápnitý) s koulemi vápence modravého, ku př. při východní straně obce při cestě do Bytin a j.

Nejbližší poučné profily pásma IV. nalezneme v Čenčicích.

Čenčice. Pravý břeh Ohře.

Při samé Oharce v Čenčicích odhaleny jsou vyšší vrstvy pásma IV. a část nižších. Rovněž pásmo V.

Profil 48.

Obr. 30.

	Čenčický kostel na kopci.		201 *m* n. m	
Pásmo V.	5.	*Slíny jílovité* modravé a šedé, místy zažloutlé, měkké, na povrchu rozpadlé	22·0*)	27·15 *m* *)
	4.	*Slín* šedý s modravými skvrnami, měkký s málo šupinami muskovitu u domku č. 59.	2·55*)	
		pěšina při zahradní zdi č. d. 4.		
	3.	*Slín* šedý s modravými skvrnami dosti glaukonitický, měkký, málo přístupný	1·8	
	1, 2.	*Slín* šedý v deskách s nepřístupnou lavicí vápence	0·8	
		173·85		
Pásmo IV.	5.	*Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) zažloutlý, v desky rozpadlý	0·3	3·85 *m*
	4.	*Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) šedý neb zažloutlý s modravými vápnitými skvrnami	0·8	
	3.	*Pískovec vápnitý glaukonitický*, šedý, místy v *řasák* přecházející	0·45	
	2.	*Vápenec* modravý, na povrchu šedý, v pevné lavici	0·3	
	1.	*Pískovec vápnitý* šedý s šupinkami muskovitu, s řadami koulí *vápence*	2·0	
	Hladina Ohře v Čenčicích pod domem č. 4.		170 *m* n. m.	

Vrstvy 2, 3, 4, 5 tvoří tu jednu stěnu. Zde poprvé pozorujeme, že vrstvy nejblíže pod řasákem ležící, totiž souvrství 3., *počíná se měniti v řasák* a to tím, že jim přibývá více glaukonitu. Od Čenčic k Lounům budou se podobným způsobem proměňovati i hlubší vrstvy v řasák, tak že bude řasáku na mocnosti přibývati, ovšem na účet nižších vrstev pásma IV.

V souvrství 1. naleză se:

Pleurotomaria seriatogranulata.
Lima pseudocardium.

---

*) Čísla ta udávají výšku, nikoli mocnost.

Ve vrstvě 2. jest:

Eriphyla lenticularis.

Ve vrstvě 4.:

Eriphyla lenticularis (h)
Arca subglabra (h)

Čenčický dolík.

Od řeky Oharky v Čenčicích vstoupají vrstvy pásma IV. ku jižní straně obce, tak že tam v údolí řasák opět na povrch vychází. Sklon vrstev obnáší tu 5° ku SZ. (22^h 10° SZ.) Zde ode dávna řasák v četných lomech byl vybírán i vrstvy pod ním ležící. Staré lomy opět se zasypávají půdou a role v proměňují. Tak jest zejmena mezi JV. koncem Čenčic a viaduktem dráhy Praha-Duchcov. V témž údolí západně od viaduktu vrstvy řasáku při povrchu dále postupují a v lomech jsou otevřeny. Na dně dolíku po JZ. straně kostela byl 10·5 *m* pod silnicí r. 1896 tento

Profil 49.

Obr. 30.

Dno údolí, vrchol lomu.				189·5 *m* n. m.
Alluvium.	2.	*Ornice* černá, naplávená ve sloupy svislé se rozpukávající	2·0 *m*	
	1.	*Štěrk,* složený z placiček písčitého slínu křídového útvaru a z oblázků bílého křemene. Místy 10 *cm* mocný, místy se vytrácí úplně . . .	0·0 *m*	
		187·5		
Pásmo V. *a.*	3.	*Slíny* šedé rozdrobené	0·8	1·2 *m*
	2.	*Vápenec* šedý v pevné lavici . . . . od 0·15 ku	0·1	
	1.	*Slín glaukonitický* šedý, v tenkých deskách, měkký	0·3	
		186·3		
Pásmo IV.	5.	*Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) šedý v desky rozpadlý	0·3	3·3 *m*
	4.	*Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) šedý s modravými vápnitějšími skvrnami, zřídka s šupinkami muskovitu. Rozděluje se ve sloupy. Mívá v sobě neurčitě omezené tmavošedé vápencové koule glaukonitické	1·0	
	3.	*Pískovec glaukonitický* šedý	0·2	
	2.	*Vápenec* modravý v lavici	0·3	
	1.	*Pískovec glaukonitický* deskovitý, šedý, dosti zvětralý s řadami koulí vápence	1·5	
Dno lomu.				183 *m* n. m.

Kde řasák pokryt jest ještě vyššími vrstvami jako zde, tam se oddděluje v sloupy a až ve 30 *cm* mocné desky. Kde je však pokryt jen slabou ornicí, tam se odděluje v tenčí desky.

Reuss[13]) uvádí ze zdejšího řasáku:

Scyphia subreticulata Münst.
Ostrea vesicularis var. biauriculata Lam. (vz) až 4—5″ velká.
Pecten arcuatus Sow. (zř) (curvatus Gein.)
Pecten decemcostatus v. Münst. (zř)
Lima multicostata Gein. (vh)
Spondylus obliquus Mant. (latus Sow.)
Spondylus striatus Sow.[14])
Perna cretacea Reuss.
?Cardita truncata Reuss.
Pectunculus brevirostris Sow. (vh) (lens Nilss.)
Pectunculus umbonatus Sow.?
Cuculea glabra Sow. (vh)
Isocardia lunulata Röm. (sublunulata D'Orb.)
Trigonia sulcataria Lamk. (vz)
Cardium Hillanum Sow.
Cardium dubium Gein. (h) (Lima pseudocardium Reuss.)
Lucina lenticularis Goldf. (vh)
Tellina clathrata Reuss.
Panopaea gurgitis Brongn.
Pleurotomaria linearis Mant. (vh)
Melania (Chemnitzia) arenosa Reuss. (zř)
Fusus vittatus Reuss.
Nautilus elegans Sow. (sublaevigatus D'Orb.)
Ammonites peramplus Sow. (vz)
Ammonites rhotomagensis v. Buch. (zř) (Woolgari Mant.)
Turrilites decussatus Reuss. (zř) (Scala decorata Gein.)

Frič[15]) nalezl ve vrstvě IV. 4. skameněliny tyto:

Rybí obratle.
Ammonites peramplus.
Ammonites Woolgari.
Nautilus sublaevigatus.
Pleurotomaria seriatogranulata.
Scala decorata.

---

[13]) Die Kreidegebilde. S. 96, 97.
[14]) Die Versteinerungen S. 37. Tab 40. Fig. 10, 11.
[15]) Běloh. a Maln. vrst. str. 60.

Cardium pustulosum.
Protocardium Hillanum.
Eriphyla lenticularis.
Arca subglabra.
Pectunculus lens.
Panopaea (gurgitis).
Panopaea sp.
Tellina circinalis.
Perna cretacea.
Rhynchonella plicatilis.
Lima multicostata.
Cribrospongia radiata.
Pecten Dujardinii.
Ostrea hippopodium.
Spondylus histrix.
Gastrochaena amphisbaena.

Skorem všecky Fričem uvedené skameněliny nalezl jsem tu též a mimo to uvádím ještě:

Acanthoceras papaliforme.
Pachydiscus peramplus, přichází v kusech až o 1 *m* v průměru. (zř) Přirostlé bývají na něm Ostrei.
Chemnitzia arenosa Reuss. (vz)
Spondylus striatus Gein.
Pecten Reussi D'Orb.
Exogyra columba Sow.
Ostrea semiplana Sow.

Za zvláště význačné skameněliny pro souvrství IV. 4, 5. v Čenčicích sluší považovati:

Arca subglabra.
Eriphyla lenticularis.
Cardium pustulosum.
Pectunculus lens.
Lima multicostata.
Pleurotomaria seriatogranulata.

O našem souvrství 1, 2, 3. pásma IV., ležícím pod řasákem, vyslovuje se Reuss[16]) takto:

[16]) Die Kreidegebilde. S. 102.

„Bei Czenczic liegt unter dem 2—3° mächtigen Grünsandsteine ein Gebilde, das sich von den übrigen Quadersandsteinen sehr unterscheidet, vielmehr grosse Aehnlichkeit mit manchen krystallinischen Varietäten des Plänersandsteins hat. Es stellt einentheils aschgrauen, theils gelblichgrauen *krystallinisch-feinkörnigen oder auch ganz dichten Kalkstein* dar, in welchem keine Spur von Quarzkörnern[17]) wahrzunehmen ist, wohl aber eine Menge silberweisser Glimmerblättchen nebst sehr vereinzelten und sehr kleinen grünen Körnern. An manchen Stellen wird das Gestein matt, gelblich grau und deutlich sandsteinartig. Diese Abänderung bildet in dem Kalksteine unregelmässige Partien und geht allmälig in ihn über. Er setzt einen bis mehrere Fuss starke Bänke zusammen und verräth keine Spur von schiefriger Textur. Versteinerungen kommen in ihm nur selten vor und sind wegen des innigen Verwachsenseins mit dem äusserst festen Gesteine nur schwer zu gewinnen. Sie stimmen wohl zum Theil mit denen des Grünsandsteins überein, doch haben sie auch manches Eigenthümliche. So fehlt unserem Gebilde der im Grünsande so überaus häufige *Pectunculus brevirostris Sow.*[18]) *Vielleicht gehört das ganze Gebilde doch nur als untergeordnetes Glied dem Grünsandsteine an*, was sich nicht entscheiden lässt, da es bisher in den Czenczizer Steinbrüchen nicht durchsunken ist. Jedenfalls muss es sich aber noch an anderen Orten vorfinden, wenn es bisher auch nicht aufgedeckt ist, denn in der ganzen Umgegend von Laun sind zahlreiche Geschiebe zerstreut, die diesem Gesteine angehören."

Reuss uvádí z těchto vrstev IV. 1, 2, 3. následující skameněliny:

Pectunculus sublaevis Sow. (h) (lens Nilss.)
Cucullaea ovalis Nilss.
Exogyra planospirites Goldf.
Lucina circularis Gein. (h) (Eriphyla lenticularis Stol.)
Terebratula alata Lamk. (Rhynchonella plicatilis Sow.)
Terebratula pumila v. Buch. (Magas Geinitzi Schlönb.)
Ostrea vesicularis Lamk. (velmi malá) (hippopodium)
Anomia truncata Gein. (subtruncata D'Orb.)
Lima laevissima Reuss.
Cuculaea glabra Sow.

---

[17]) Reuss ovšem mikroskopická studia hornin těchto nekonal. Jinak by v nich byl též mikroskopický křemen nalezl.

[18]) Mně podařilo se ve vrstvě IV. 2. druh ten (*Pectunculus lens*) nalézti.

Cardium (pustulosum v. Münst.?)
Cardium dubium Gein. (Lima pseudocardium Reuss.)
Panopaea Gurgitis Brongn.
Dentalium striatum Mant.
Pleurotomaria linearis Mant.
Ammonites rhotomagensis v. Buch.
Robulina Comptoni Sow. (Cristellaria rotulata D'Orb.)
Cytherina (Bairdia) subdeltoidea v. Münst.
Otodus appendiculatus Ag.

Z Čenčic podle silnice do Loun pozorujem všude pásmo V. Také ve stráni nad touto silnicí k jihu. Poněvadž vrstvy útvaru křídového mají tu sklon 5° k SZ., dojdem nad zmíněnou strání ve vyšší poloze k jihu na pásmo IV. Po obou stranách Zlodějské cesty (z Čenčic do Loun vedoucí), všude jsou stopy nejvyšší části pásma IV., řasáku. Řasák roste na mocnosti své od Čenčic do Loun. Již v lomech západně od profilu 49., západně od viaduktu dráhy Pražsko-Duchcovské, shledáváme řasák mocnější, než v profilu 49. Tato mocnost řasáku roste na úkor vrstev, které ležely v Čenčicích a ostatních dříve jmenovaných náleziskách pod řasákem. Přibývá totiž, čím dále k Lounům, vrstvám pod řasákem ležícím více písku křemenného a glaukonitového, až přejdou v řasák. Již v profilu 48. jsme to pozorovali u vrstev bezprostředně pod řasákem ležících. Rovněž je pozorovati od Čenčic na západ, že ve vrstvách pískovcových, které v řasák se přeměňují, zůstávají lavice vápencové aneb nové lavice vápencové se místy v řasáku vyvinují. Tu vlastnost mělo pásmo IV. i v okolí Řipském. Nejbližší poučný profil změnu uvedenou znázorňující nalezneme

V úvozu Pšánské cesty

při východním okraji Loun, jižně od Valterova cukrovaru. S cestou touto křižuje se hned za městem dráha Louny-Postoloprty a v zářezu jejím rovněž je odkryto pásmo IV. s řasákem i vrstvami nejblíže pod řasákem ležícími. Lze tu sestaviti

Profil 50.

Obr. 31. a 40.

Vrchol břehu Pšánské cesty u křižovatky s cestou zlodějskou.

Pásmo IV.	10. *Vápenec* šedý v koulích, uložených v pískovci velmi glaukonitickém (řasáku), podobném vrstvě 9.	0·2	2·85	4·35 m
	9. *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) tmavošedý, jako 7. . .	0·15		
	8. *Vápenec* tmavošedý v pevné lavici	0·1		
	7. *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) tmavošedý, podobný vrstvě 5., v desky na povrchu rozpadlý	1·5		
	6. *Vápenec piščitý* tmavošedý s hrubšími zrnky křemene a glaukonitu. Pevná lavice	0·2		
	5. *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) tmavošedý s rezavými skvrnami a s tmavomodrými vápencovými skvrnami, s muskovitem, tu a tam s hrubším zrnkem křemene, křehký, v desky na povrchu rozdělený	0·7		
	4. *Pískovec vápnitý*, šedý, s tmavšími proužky s muskovitem, křehký, dosti glaukonitický s hojnými jehlicemi spongií . . .	0·6		
	3. *Vápenec* tmavošedý se šupinkami muskovitu, pevný v koulích, jež tvoří lavici	0·2		
	2. *Pískovec vápnitý*, šedý, s muskovitem, dosti glaukonitický (jemně), s hojnými jehlicemi spongií, křehký	0·7		
↓	1. *Vápenec* jako ve vrstvě 3. v koulích	0·2		

Koleje dráhy Louny-Postoloprty na křižovatce s cestou Pšánskou.

Vrstvy zdejší mají sklon 5° ku SZ., vystupují tedy od křižovatky cesty Pšánské a zlodějské vzhůru ku JV., kam cesta Pšánská směřuje. Jdeme-li tedy dle Pšánské cesty vzhůru, pohybujeme se v oboru vyšších vrstev pásma IV.; dle toho, jak se cesta od sklonu vrstev více nebo méně prohýbá, odkrývají se v cestě buď vrstvy řasákové aneb vrstvy pískovců a vápenců hned pod řasákem ležící. Mezi zmíněným rozcestím a kotou 232 *m* (blíže nových cihelen) lze ještě dvakráte vrstvy řasáku odkrýti. Tento řasák i pískovec s vápencem shodují se zcela s oněmi z profilu 50. právě popsaného.

Sledujem-li naproti tomu nejvyšší vrstvy pásma IV. (řasák) od rozcestí Pšánské a zlodějské cesty podle sklonu, t. j. ku SZ., tu se nám ztratí řasák za krátko pod pásmem V. Tak se to jeví ve stráni jižně nad oběma cukrovary a nádražím Pražsko-Duchcovské dráhy.

Ve vrstvě 2. nalézají se:

Beryx sp., šupina.
Pecten curvatus Gein.
Cyprina sp.
Callianassa bohemica Fr.
Flabellina elliptica Nilss.

Ve vrstvě 4. jsou:

Eriphyla lenticularis Goldf.
Arca subglabra D'Orb.
Ostrea semiplana Sow.

V téže vrstvě pod řasákem, ale výše v úvozu Pšánské cesty je též Rhynchonella plicatilis Sow.

Ve vrstvě 5. jsou:

Zub rybí.
Pachydiscus peramplus Mant.
Eriphyla lenticularis Goldf (vh)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Exogyra sp.
Spongie posud neurčená.

Ve vrstvě 7. jsou:

Exogyra lateralis Reuss.
Ostrea semiplana Sow.
Rhynchonella plicatilis Sow.

Ve vrstvě 10. jsou:

Pecten Dujardinii Röm.
Exogyra lateralis Reuss.

Stráň u zastávky „Louny-město."

Od předešlého profilu 50. lze sledovati vyšší vrstvy pásma IV. dle průřezu dráhy Louny-Postoloprty až ku silnici Citolibské. Také od silnice Citolibské ku zastávce „Louny-město" podobné jsou poměry uložení pásma IV. jako dříve. Při stavbě dráhy Louny-Postoloprty r. 1895. v místech, kde je zastávka, pak v cestě, která vede od zastávky (z Loun) na jih ku rozsáhlým lomům a v dočasném lomu při cestě nad zastávkou r. 1896. zhotovil jsem následující postup vrstev:

Profil 51.

Obr. 32 a 41.

Diluvialní písek a štěrk červeně zbarvený zakrývá vrstvy. 210·5 *m* n. m

Pásmo V. (4·3 *m*)

3. Šedý neb zažloutlý *slín měkký* s modravými skvrnami v úvozu se šupinkami muskovitu . . . . 2·7
2. Týž *slín* co 3. (v lomu) . . . . 1·3
1. *Vápenec piščitý* s hrubšími tu a tam zrnky křemene a glaukonitu. Šedý až tmavošedý. Pevná lavice (v lomu) . . . . . . 0·3

206·2

Pásmo IV. (mocnost 3 m, výška 3·4 m; Rozsedlina)

7. *Pískovec glaukonitický hrubozrnný* (*řasák*) šedý, tmavošedý, místy modravý. Na povrchu se za 1 rok rozpadne v kousky a písek . 1·7
6. *Piščitý slín* šedý s tmavošedými skvrnami. Místy rezavé skvrny a pecky limonitem proniknuté po spongiích. Se šupinkami muskovitu . . . . 0·5
5. *Pískovec glaukonitický* (*řasák*) tmavošedý s modravými vápnitějšími skvrnami a s četnými šupinkami muskovitu. Ojedinělá hrubá zrna křemene tmavošedého, místy větší hrachu. Četné žluté až rezavé pecičky po spongiích . . . . 0·8

202·8

4. Nepřístupné vrstvy pískovce vápnitého . . . . 1·3

Zastávka Louny město.

(7·5 *m*)

4. Nepřístupné vrstvy pískovce vápnitého . . . . 2·1
3. *Pískovec vápnitý* šedý s modravými proužky. S četným jemným glaukonitem a šupinkami muskovitu a jehlicemi spongií. Křehký. Totožný s vrstvou IV. 4. prof. 50. . . . . 1·0
2. *Vápenec* tmavošedý se šupinkami muskovitu. Velmi pevný, na povrchu bělavý, totožný s vrstvou IV. 3. prof. 50. Lavice jeho složena je z koulí . . . . 0·3
1. *Pískovec vápnitý* jako 3. s vrstvami vápencovými pokračuje hloubš . . . . 2·8

(Dno jámy v) údolí záp. od zastávky . . . . 195·3 *m.* n. m.

Ve vrstvě IV. 2. jest:

Rhynchonella plicatilis Sow. (h)

Ve vrstvě IV. 3:

Pectunculus lens Nilss. (h)
Pecten Dujardinii Röm. (zř)
Rhynchonella plicatilis Sow. (h)

Ve vrstvě IV. 5:

Nautilus sublaevigatus D'Orb. (zř)
Pleurotomaria seriatogranulata Goldf. (vz)
Eriphyla lenticularis Goldf. (h)
Arca subglabra (h) D'Orb.
Pecten. (vz)
Lima multicostata Gein. (zř)

Lima elongata Sow. sp. (zř)
Exogyra conica Sow. (zř)
Ventriculites radiatus Mant. (h) velké kusy pohárovité neb talířovitě stlačené o průměru až 30 *cm*.

Ve vrstvě IV. 6.

Lima elongata Sow. sp.

Ve vrstvě nejvyšší IV. 7. jsou tytéž zkameněliny, co ve vrstvě IV. 5., mimo to se tam jeví:

Gastrochaena amphisbaena Gein. (zř).

Jdeme-li dle cesty výše, nalezáme nad pásmem IV. spodní část pásma V. až do 210·5 *m* n. m., pak přerušuje diluvialní štěrk a písek červení permskou zbarvený další pozorování vyšších vrstev. Tento štěrk pokrývá také dislokační rozsedlinu, podle níž vyšinuly se spodní vrstvy pásma IV. až na povrch nejvyšší části stráně (obr. 41.). Od 217 *m* n. m. jeví se již stopy *vápnitých pískovců* s pevnými lavicemi *vápence*. Zde již počínají prohlubně starých zašlých lomů, z nichž prý hradby opevněného města Loun a hlavní chrám Lounský vystavěny byly. Lomy postupem času rozšiřovány výš a výše, až dnes dostoupily výše 236·5 *m* n. m. V těchto lomech, 8 *m* hlubokých, shledáváme spodní část pásma IV. ve způsobě *pískovců vápnitých* šedobílých, šedých až tmavošedých s tmavšími modravými tečkami, skvrnami a proužky s velmi hojnými jehlicemi spongií (pod drobnohledem). Pískovce tyto odděleny jsou v lavice 1, 2 až 3 *m* mocné a obsahují tu a tam lavici *vápence* tmavošedého, který je rovněž bohat jehlicemi spongií.

Při cestě do Lišťan I.

Vrstvy profilu 50. a 51. tvoří jižní čili pravou stráň údolí Zeměchsko-Lounského. Sledujíce dále na západ stráň zmíněnou, dojdeme ku cestě Lišťanské. Tato se zarývá úvozem do stráně a blízko nade dnem údolí a dráhou Louny-Postoloprty dojdem na řasák. Při sklonu zdejších vrstev naměříme opět větší výšku, nežli je mocnost jeho. Zde již hned nad řasákem počínají ony diluvialní štěrky červení permskou zbarvené a přejdem-li tyto, opět se octneme v oboru spodních vrstev pásma IV. Zase tu diluvialní štěrk pokrývá dislokační rozsed-

linu mezi řasákem v dolní části stráně a mezi spodním pásmem IV. ve vyšší části stráně (obr. 42. v pravém konci, nevztahuje se sice k tomuto místu, nýbrž k místu asi o 300 *m* dále na západ ležícímu, ale dosti se mu podobá). Ve výši mezi 240 a 250 *m* n. m. jsou při cestě Lišťanské zašlé i nové lomy (r. 1896.) v oboru spodní části pásma IV. Složeny jsou z lavic *pískovce vápnitého*, bohatého jehlicemi spongií, barvy bělavé, s četnými šupinkami muskovitu a s koulemi šedého *vápence*. Je tu dosti skamenělin stejných druhů:

Eriphyla lenticularis Goldf. (h)
Pectunculus lens Nilss (zř)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Pecten curvatus Gein. (vz) velký kus.
Exogyra lateralis Reuss. (h)

Pod Kolečkem.

Asi 300 *m* na západ od popsaných vrstev cesty Lišťanské vstoupá podobná cesta v úvozu na výšinu, která je označena na mapách generalního štábu „Na Kolečku". Jeví se tu následující

Profil 52.

Obr. 42. v pravo.

	Diluvialní písek a štěrk červený.	as 216 *m* n. m	
Pásmo V. nejnižší	4. *Slín* měkký, modravý, špatně přístupný	0·2	1·5 *m*
	3. *Vápenec* jemně glaukonitický, šedý, s hrubšími zrnky křemene a glaukonitu. Pevná lavice, dále od povrchu modravá	0·4	
	2. *Slín* měkký, šedý s modravými skvrnami neb modravý se šedými skvrnami, dále od povrchu modravý. Má šupinky muskovitu . .	0·7	
	1. *Vápenec* šedý, písčitý, glaukonitický s hrubšími zrny křemene tu a tam. Pevná lavice	0·2	
	214·5		
Pásmo IV. ↓	2. *Pískovec glaukonitický hrubozrnný* (*řasák*), šedý až tmavošedý, na povrchu křehký a zvětralý	2·8	3 *m*
	1. *Vápenec* šedý, jemně písčitý a glaukonitický	0·2	
	Cesta ve výši 7·5 *m* nad dnem údolí u dráhy.	as 211·5 *m* n. m.	

Při cestě do Lišťan 2.

Naproti předešlým dvěma nalezištům přístupno je poněkud pásmo IV. s pásmem V. v levé čili severní stráni údolí Zeměchsko-Lounského v cestě Lišťanské. Je tu

Profil 53.

Pásmo		Vrstva	Mocnost		
		Temeno Lounského pohoří. 219·1 *m* n. m.			
Pásmo V.		4. *Slín jílovitý*, bílý neb zažloutlý, měkký, na povrchu v kousky rozpadlý	4·1		8·8 *m*
		Vrchol cesty			
		3. *Slín jílovitý*, měkký, tmavošedý	4·0		
		2. *Slín jílovitý*, měkký, glaukonitický s tmavými skvrnami	0·5		
		1. *Vápenec* glaukonitický, šedý, v pevné lavici	0·2		
		210·3			
Pásmo IV.	ř.	4. *Pískovec glaukonitický* (*řasák*) hrubozrnný, šedý až tmavošedý	2·3	2·8	3·8 *m*
		3. *Vápenec piščitý*, šedý a tmavošedý s piščitějšími proužky a s ojedinělými hrubými zrny křemene zelenavými a šupinkami muskovitu	0·2		
		2. *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) šedý a tmavošedý, hrubozrnný	0·3		
		1. *Pískovec vápnitý*, šedý, s černými tečkami glaukonitu. Týž, co IV. 3. profilu 51	1·0		

Bod cesty 3·5 *m* nad základem mostu dráhy a nad dnem údolním, ve výši asi 206·5 *m* n. m.

Ve vrstvě IV. 3. jest nápadný:

Pecten curvatus Gein.
Exogyra lateralis Reuss.

Oharka v Lounech.

Jak obrazec náš 40. znázorňuje, vyskytuje se nejvyšší poloha pásma IV. v řečišti Oharky v Lounech. Za nízkého stavu vody při východní části Loun pod Valterovým cukrovarem lze na dně řečiště zjistiti nejvyšší polohu řasáku. Již Frič[19]) píše: „V řečišti Oharky bylo lze při malé vodě pozorovati typický řasák úplně se rovnající onomu, který se u Malnic a pod Lehmbrüche[20]) dobývá. Obdržel jsem tu z něho veliký exemplář

Ammonites peramplus, a houbu
Cribrospongia radiata 8″ vysokou, dobře zachovalou.“

Před nedávnem kopána byla na dvoře domu č. 271. Velkého předměstí Lounského při břehu Oharky nedaleko mostu studnice a v ní

[19]) Běloh. a Maln. vrstvy, str. 57., obr. 16. *m*.
[20]) Bílé Horky.

dosažen řasák žilkami pyritovými prostouplý ve hloubce 4·8 *m*. Řasák zapadal tu tak ku řece, že blízko pod dnem Oharky se nalézati bude. Na dvorku č. d. 271. přesvědčil jsem se r. 1896., že tu spodní část pásma V. je uložena.

Louny, západní okraj.

Rozsáhlý druhdy lom u Čtrnácti pomocníků při západním okraji Loun béře za své. Stavebním rumem se zasypává a brzy zakryty budou vrstvy pásma IV., které tu na povrch vycházely a o nichž již Reuss se zmiňuje. Tu lze sestaviti se stěny lomu

Profil 54.

Obr. 41. v levo.

Vrchol návrší nad lomem. 190 *m* n. m.

ř	10. *Pískovec glaukonitický* (*řasák*) hrubozrnný, šedý a tmavošedý s tmavšími vápencovými skvrnami. Má místy pevnější, světlejší, vápnitější lavičku s hrubšími zrny křemene (v lomu i nad lomem)	3·0	
Pásmo IV.	9. *Vápenec piščitý* šedobílý s ojedinělými hrubými zrny křemene šedými a tmavozelenými, se šupinkami muskovitu	0·2	10·6 *m*
	Vápenec ten tvoří pevnou lavici, která se místy v koule odděluje.		
	8. *Pískovec vápnitý* glaukonitický, hrubozrnný, šedý, deskovitý. Od 0·6 až ku	0·4	
	7. *Vápenec* tmavošedý, dále od povrchu modravý, v koulích o průměru 0·2 do	0·4	
	Tvoří pevnou lavici. Má šupinky muskovitu a místy hrubá zrna křemenná.		
	6. *Pískovec vápnitý* světle šedý, s tmavšími proužky a s velmi jemnými černými tečkami glaukonitu. V jediné stolici	1·3	
	5. *Pískovec vápnitý* tmavošedý s tmavšími proužky, s černými tečkami glaukonitu, s četnými šupinkami muskovitu, s hojnými jehlicemi spongií; láme se v tenké desky, na jichž povrchu je hojně skamenělin stlačených s rezavým povrchem	0·4	
	4. *Pískovec vápnitý* světle šedý, méně tmavošedý s tmavšími jemnými čárkami, proužky, kroužky, s většími tmavšími středy a místy s neurčitě omezenými koulemi modravě šedého vápence. V jediné stolici	1·1	
	3. *Pískovec vápnitý* šedý, do něhož vloženy jsou pevné koule vápence tmavošedého, mocnosti 0·2 až	0·3	
	2. *Pískovec vápnitý* šedobílý	0·3	
	1. *Vápenec* tmavošedý v pevných koulích, vložen do šedého pískovce vápnitého	0·2	

Dno lomu. 179·4 *m* n. m.

Ve vrstvě 3. jsou:

Eriphyla lenticularis Goldf.

Arca subglabra D'Orb.
Lima pseudocardium Reuss.

Ve vrstvě 4:

Eriphyla lenticularis Goldf. (h)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Pecten curvatus Gein.

Ve vrstvě 5.:

Eriphyla lenticularis Goldf. (vh)
Arca subglabra D'Orb. (vh)
Obě jsou stlačené a v chomáčích se objevují.
Cardium pustulosum Münst., stlačené.
Exogyra lateralis Reuss. (zř)

Ve vrstvě 6.:

Rhynchonella plicatilis Sow.

Ve vrstvě 10.:

Eriphyla lenticularis Goldf.
Arca subglabra D'Orb.

Řasák tvoří v horní části lomu vrstvu 1·5 *m* mocnou, ostatní část řasáku v mocnosti 1·5 jest nad lomem v polích. K stavbě se nevybírá, jest zvětralý, proto nelze v něm skamenělin hledati. Řasák tento nebyl od geologů povšimnut, snad proto, že lom dříve do takové výše až ku řasáku nesáhal. Níže položené vrstvy pod řasákem se nalézající byly považovány od Reussa za aequivalent řasáku[21]) po stránce palaeontologické. Frič[22]) o těchže vrstvách pod řasákem píše: „Asi podobného stáří nebo o něco mladší (nežli Fričovy „Lounské koule") jsou vrstvy zahnědlé opuky, která se druhdy lámávala v opuštěném nyní lomu u 14. pomocníků v Lounech."

Reuss uvádí z vrstev odpovídajících našim vrstvám 1. až 9. tyto skameněliny:

[21]) Die Kreidegebilde, str. 99, 100.
[22]) Běloh. a Maln. vrstvy, str. 57.

Větevky a šišky konifer.
Partie bituminosního dřeva.
Scyphia subreticulata Münst. v úlomkách.
Terebratula triangularis Nilss. } (Rhynch. plicatilis Sow.)
Terebratula alata Lamk. }
Terebratula pumila v. Buch. (Magas Geinitzi Scklönb.)
Ostrea lateralis Nilss.
Pecten laminosus Mant.
Pecten circularis Goldf.
Pecten arcuatus Sow. (curvatus Gein.)
Pecten serratus Nilss.
Lima undulata Reuss.? (zř)
Spondylus striatus Sow.
Perna cretacea Reuss.
Gervillia Reichii Röm. (vz) (Avicula Geinitzi Reuss.)
Gervillia solenoides Defr.
Modiola arcuata Gein. (Mytilus radiatus Goldf.)
Pectunculus brevirostris Sow. (h) (lens Nilss.)
Arca exaltata Nilss. (zř)
Cucullaea glabra Sow. (h)
Cardium pustulosum v. Münst.
Cardium dubium Gein. (h) (Lima pseudocardium Reuss.)
Cardium Hillanum Sow.
Lucina lenticularis Goldf. (h)
Rostellaria Buchii v. Münst.?
Buccinum productum Reuss.
Pleurotomaria linearis Mant.
Turritella granulata Sow.
Nautilus elegans Sow. (sublaevigatus D'Orb.)
Flabellina cordata Reuss. (elliptica Nils. sp.)
Klepeta račí.
Ptychodus Schlotheimii Ag., zuby (latissimus Ag.)
Oxyrhina Mantellii Ag. (vz), zuby.

Frič uvádí z našich vrstev 1. až 9.:

Corax heterodon.
Callianassa bohemica.
Turritella multistriata.
Pleurotomaria seriatogranulata.

Cardium pustulosum.
Eriphyla lenticularis.
Pectunculus lens.
Arca subglabra.
Venus faba.
Lima aspera.
Lima pseudocardium.
Pecten laevis.
Pecten curvatus.
Pecten Dujardinii.
Ostrea hippopodium.
Rhynchonella plicatilis.
Flabellina elliptica.

Kámen vrstev 1. až 9. jest velmi dobrý kámen stavební.

Od Loun až ku Lipenci táhne se směrem od SV. ku JZ. pohoří, které chcem nazývati „Lounským pohořím." Profily 53. a 54 jsou nejblíže u Loun. Další východy pásma IV. v pohoří tomto nalezneme mezi Louny a Malnicemi.

Pod Bílými Horkami.

Zde na pozemcích Březenských založeno je několik lomů.

Nejbližší od strany Lounské jsou: *A.* Červenkův dolní lom, *B.* Glasrův a *C.* Červenkův horní lom. Tyto tři lomy jdou za sebou od S. k J. a odkrývají řasák velmi pevný a tvrdý, který se odtud rozváží ponejvíce do Loun co kámen dlažební. Řasák je tu skloněn ku SZ. a nejvyšší vrstva jeho tvoří obyčejně povrch zemský. Ve vyšší poloze, nad Červenkovým lomem horním, pokryt je pásmem V., jež tvoří povrch Bílých Horek (obr. 33, 43). Kde řasák skloněný není pásmem V. pokryt, tam dešť snadno s něho spläkne ornici, tam půda na řasáku chybí a povrch je neplodný. Uložení vrstev ve jmenovaných třech lomech *A*, *B* a *C* znázorňuje nám následující

Profil 55.

Obr. 33, 43.

Sever. Jih

A	B	C
Vrchol lomu 205 *m* n. m.	Vrchol lomu 208 *m* n. m.	Vrchol lomu 212·5 *m* n. m.
Ornice tmavá . . 0·25 *Spodina*, splavený jíl ze slínu pás. V. 0·50 IV. ř. { *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*) šedozelený s tmavozelenými neb tmavomodrými skvrnami vápencovými. Po zvětrání jest řasák světle zelený a ony vápencové skvrny jsou v něm žlutobílé neb žlutošedé. Na plochách rozsedlin mívá povlaky žlutobílé vápencové. Odkryt do hloubky 1·75	IV. ř. { *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*), táž vrstva co v prof. *A*. Nejhloubš jsou v řasáku uloženy koule *vápence písčitého velmi glaukonitického* tmavošedého. Vápenec ten je někdy uprostřed modrý a má mocnost 0·2 *m*. Úhrnná mocnost řasáku je zde . . 3·0	IV. ř. { *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*), táž vrstva co v profilu *A* a *B*. Šedozelenavý s velmi tmavošedými skvrnami vápencovými, uprostřed s řadou malých neb velkých koulí tmavošedého *vápence písčitého glaukonitického*, který bývá uvnitř tmavomodrý. Mocnost ř . . . 3·0
Dno lomu . 202·5 *m* n. m.	Dno lomu . . 205 *m* n. m.	Dno lomu . . 209·5 *m* n. m.

V lomu *A*., který byl jen málo odkryt, byly nápadny:

Nautilus sublaevigatus D'Orb.
Pachydiscus peramplus Mant. sp.
Eriphyla lenticularis Goldf. (h)
Arca subglabra D'Orb. (h)

V lomu *B*. jsou nápadny zcela tytéž čtyři druhy.

V lomu *C*. vyskytují se nápadné tytéž čtyři druhy a mimo to nalezl jsem tu, maje větší množství vylámaného kamene po ruce,

Acanthoceras papaliforme Laub.
Inoceramus Brongniarti Sow.
Protocardium Hillanum Sow. sp.
Cardium pustulosum Münst.
Panopaea gurgitis Brongn.
Pholas sclerotites Gein.

Perna cretacea Reuss.
Turritella multistriata Reuss.
Micraster?

Frič[23]) uvádí z lomů pod Bílými Horkami (Lehmbrüche) dle udání Reussova a dle sbírek musejních:

Ptychodus latissimus.
Ammonites peramplus.
Ammonites Woolgari.
Ammonites Austeni.
Nautilus sublaevigatus.
Natica Gentii.
Natica Roemeri.
Pleurotomaria seriatogranulata.
Cardium pustulosum.
Protocardia Hillana.
Eriphyla lenticularis.
Arca subglabra.
Pinna decussata.
Mytilus sp.
Panopaea gurgitis.
Pholadomia (cf. designata).
Venus faba.
Gervilia solenoides.
Perna cretacea.
Lima elongata.
Lima multicostata.
Pecten Dujardinii.
Exogyra columba.
Ostrea hippopodium.
Gastrochaena amphisbaena.
Pholas sclerotites.
Micraster sp.

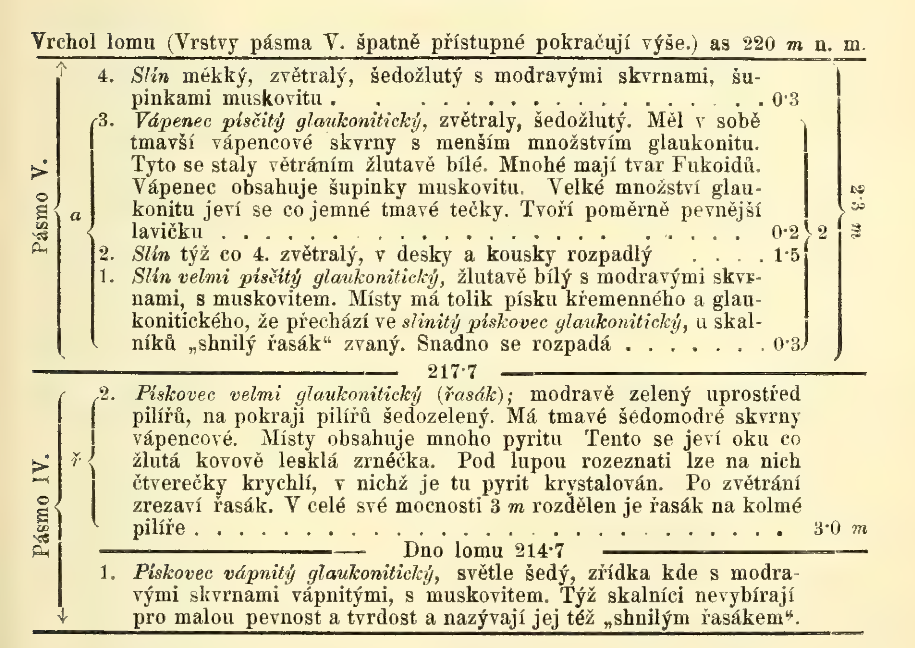
Koukalův lom na Bílých Horkách.

Vrstvy řasáku pokračují od Červenkova horního lomu C dále do výše a sledovati je možno až do sousedního lomu Koukalova,

[23]) Bělohorské a Malnické vrstvy, str. 56.

který tu ve stráni zaujímá nejvyšší polohu. Poněvadž je tu řasák kryt vrstvami pásma V., nalézáme tu řasák čerstvý, obzvláště pevný a tvrdý. Je tu

Profil 56.



Vrchol lomu (Vrstvy pásma V. špatně přístupné pokračují výše.) as 220 *m* n. m.

Pásmo V.

4. *Slín* měkký, zvětralý, šedožlutý s modravými skvrnami, šupinkami muskovitu . . . . 0·3

a 3. *Vápenec písčitý glaukonitický*, zvětralý, šedožlutý. Měl v sobě tmavší vápencové skvrny s menším množstvím glaukonitu. Tyto se staly větráním žlutavě bílé. Mnohé mají tvar Fukoidů. Vápenec obsahuje šupinky muskovitu. Velké množství glaukonitu jeví se co jemné tmavé tečky. Tvoří poměrně pevnější lavičku . . . . 0·2

2. *Slín* týž co 4. zvětralý, v desky a kousky rozpadlý . . . . 1·5

1. *Slín velmi písčitý glaukonitický*, žlutavě bílý s modravými skvrnami, s muskovitem. Místy má tolik písku křemenného a glaukonitického, že přechází ve *slinitý pískovec glaukonitický*, u skalníků „shnilý řasák“ zvaný. Snadno se rozpadá . . . . 0·3

(2 ... 2·3 *m*)

— 217·7 —

Pásmo IV.

ř 2. *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*); modravě zelený uprostřed pilířů, na pokraji pilířů šedozelený. Má tmavé šedomodré skvrny vápencové. Místy obsahuje mnoho pyritu Tento se jeví oku co žlutá kovově lesklá zrnéčka. Pod lupou rozeznati lze na nich čtverečky krychlí, v nichž je tu pyrit krystalován. Po zvětrání zrezaví řasák. V celé své mocnosti 3 *m* rozdělen je řasák na kolmé pilíře . . . . 3·0 *m*

— Dno lomu 214·7 —

1. *Pískovec vápnitý glaukonitický*, světle šedý, zřídka kde s modravými skvrnami vápnitými, s muskovitem. Týž skalníci nevybírají pro malou pevnost a tvrdost a nazývají jej též „shnilým řasákem“.

Skameněliny se tu opakují jako v sousedních lomech A, B a C. V řasáku opět táž Arca a Eriphyla hojně se objevují jako dříve.

Od posledně popsaných lomů v profilech 55. a 56. pokračují další lomy s týmiž vlastnostmi petrografickými, palaeontologickými i polohy až do prostřed cesty mezi Bílými Horkami a Malnicemi. Odtud však dále k Malnicům počíná řasák ztráceti na své pevnosti a za to mu přibývá na skamenělinách.

Dříve než-li opustíme stráň pod Bílými Horkami, povšimneme si tu ještě jednoho naleziště pásma IV. a sice

V liščí díře.

Je to malý prohyb mezi Bílými Horkami a Liščím vrchem. Prohybem tím vede cesta z Března do Zeměch. Při východní straně cesty je malá holá stráň s lomem na řasák a v té poznáme lépe

základové vrstvy řasáku čili spodní část pásma IV. Srovnávají se s oněmi v lomu u Čtrnácti pomocníků profilu 54.:

Profil 57.

Vrchol stráně. as 220 *m* n. m.

Pásmo	Vrstva	Popis	Mocnost	Celkem
ř	10.	*Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*); šedozelený s velmi tmavošedými vápencovými skvrnami. V desky rozdělený	3·0	
Pásmo IV.	9.	*Pískovec vápnitý glaukonitický*, světle šedý, zřídka kde s modravými skvrnami, s muskovitem, týž co v prof. 56. IV. 1.	0·5	8·3 *m*
	8.	*Vápenec písčitý* v koulích udržuje lavici. Šedý až tmavošedý se šedými a zelenavými hrubými zrny křemene; málo má šupinek muskovitu	0·2	
	7.	*Pískovec vápnitý*, šedý s méně hrubými zrnky křemene, s četným muskovitem. Pod lupou poznávají se již jehlice spongií. Má velmi jemný glaukonit. V deskách	1·3	
	6.	*Vápenec písčitý* šedý až tmavošedý v koulích, které lavici udržují jako u vrstvy 8.	0·2	
	5.	*Pískovec vápnitý* jako 7.	0·5	
	4.	*Vápenec písčitý* šedý až tmavošedý jako 8.	0·3	
	3.	*Pískovec vápnitý* šedý jako 7.	0·8	
	2.	*Pískovec vápnitý* šedý jako 7. v jedné lavici	0·4	
	1.	Ssutinami zakryté vrstvy *pískovce vápnitého a vápence písčitého* .	1·1	

Dno vodoteče v Liščí díře. as 211·7 *m* n. m.

Ve vrstvě 2. jest:

Arca subglabra D'Orb.
Lima elongata Sow. sp.

Ve vrstvě 4.:

Eriphyla lenticularis Goldf.
Exogyra conica Sow.?

Ve vrstvě 10.:

Eriphyla lenticularis Goldf.
Arca subglabra D'Orb.

Hřbet Zeměchsko-Lipenecký.

Obr. 22., 44. až 48. v pravo.

Od SZ. okraje Zeměch táhne se až ku východnímu okraji Lipence úzký hřbet směrem od SV. ku JZ. Západní strana tohoto hřbetu svažuje se do údolí „Pomoklinec" zvané a složena je z vrstev řasákových. Východní strana hřbetu obsahuje nižší vrstvy pásma IV., místy

i pásmo III. a k těmto posledním druží se pásmo V. v poloze dislokační jak obr. 22., 44. až 48. znázorňují.

Profil 58.

Obr. 22.

znázorňují složení vrstev uvedeného hřbetu blíže Zeměch, západně od obce, při nové silnici ze Zeměch do Malnic vedoucí:

Z. V.

Pásmo IV.	ř.	*Pískovec glaukonitický* (*řasák*) šedý s tmavšími vápencovými skvrnami, v desky rozpadlý, podobá se řasáku u Malnic.
	e.	*Pískovec vápnitý glaukonitický* s Exogyrou columbou.
	c.	*Pískovec vápnitý glaukonitický* s vápnitějšími koulemi pevnými a tmavšími.
Pás. III.		*Piščité slíny spongiové* (viz pásmo III. v Poohří).

r — Slíny. Pás. V. — r

Skameněliny objevují se tu v řasáku více než-li pod Bílými Horkami. Zvláště jsou tu obyčejné:

Eriphyla lenticularis.
Arca subglabra.
Lima multicostata.
Pectunculus lens.
Protocardium Hillanum.

Reuss[24]) uvádí odtud tytéž druhy (dle staršího určení):

Lima multicostata Gein.
Pectunculus brevirostris Sow. (lens Nilss.).
Cucullaea glabra Sow.
Cardium Hillanum Sow.
Cardium dubium Gein. (Lima pseudocardium Rss.).
Lucina circularis Gein. (Eriphyla lenticularis Goldf.).
Panopaea gurgitis Goldf.
Pleurotomaria linearis Mant.

---

[24]) Die Kreidegebilde, str. 98.

Při východním konci Lipence, kde se hřbet Zeměchsko-Lipenecký končí, naleznem v příkrém břehu u silnice a nad potokem Maruší:

Profil 59.

Obr. 48. v pravo.

Silnice.		230 *m* n. m.
Pás. IV.	ř. *Pískovec glaukonitický* (řasák) v desky rozpukaný jako u Zeměch . 2·6	10 *m*
	Pískovec vápnitý glaukonitický bělavý přístupný do hloubky . . . 1·5	
↓	Nepřístupné vrstvy . . . . 5·9	
Maruše.		220 *m* n. m.

V řasáku vyskytují se tu:

Cardium pustulosum Münst. (zř).
Protocardium Hillanum Sow. sp. (zř)
Eriphyla lenticularis Goldf. (h)
Arca subglabra D'Orb. (vh).
Lima multicostata Gein. (vh).

Vrstvy skloňují se k SZ. do údolí Pomoklince a řasák tvoří tu povrch stráně Sledujem-li řasák dle sklonu jeho ve stráni pod blízkou školou, kde silnice dolů sjíždí, shledáme tam, že slíny pásma V. pokrývají řasák.

Mezi Hasínem a Lipencem.

Pravá stráň Maruše.

V těchto místech končí se pohoří Zeměchsko-Lipenecké sráznou strání nad Maruší. Mezi kotou 241 *m* n. m. a Hasínem (mlýnem) přístupny jsou veškery vrstvy pásma IV. i s jeho základem, pásmem III., i s jeho patrem pásmem V. proto je následující Profil zvláště důležitý:

Profil 60.

Obr. 13.

	Nádržka mlýnská u Hasína.
Pásmo V.	2. *Slíny* měkké, na povrchu žlutavé šedé s modravými skvrnami, dále od povrchu modravé, velmi jemně glaukonitické, přístupné pod mlýnskou nádržkou u Hasína.
	1. *Písčité slíny glaukonitické* a hloubš *pískovec glaukonitický slinitý*, náležející nejhlubšímu souvrství *a* pásma V., nejsou tu přístupny až teprve v blízkém profilu 61.

Pásmo IV.	ř. *Pískovec velmi glaukonitický* (*řasák*), šedý do zelena, glaukonitem tmavozeleně tečkovaný. *Skvrny vápencové již v něm nenalézáme.* Má šupinky muskovitu, je křehký na povrchu a v desky rozpadlý	1·4	Mocnost 12·25 *m*
	e. *Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *pískovec exogyrový*, šedobílý, jenž jest vyplněn ve spod v mocnosti 1·2 *m* exogyrami a tvoří *exogyrovou lavici el*	2·6	
	m. *Pískovec vápnitý glaukonitický* šedý čili *magasová lavička*	0·25	
	c. *Pískovec vápnitý jemně glaukonitický*, šedý, křehký, s pevnějšími tmavšími koulemi téhož pískovce. Toto souvrství nazýváme též *callianassovým pískovcem*	8·0	

Pásmo III. tvoří základ pásma IV. (viz pásmo III. v Poohří).

V souvrství *c* jest:

Callianassa bohemica Fr. (zř).

Ve vrstvě *m*:

Magas Geinitzii Schlönb. (h.).
Rhynchonella plicatilis Sow.

V lavici *el*:

Exogyra columba Sow. (vh).
Spongites saxonicus Gein. (zř.)

V souvrství *e* vůbec:

Exogyra columba Sow. (h).
Lima multicostata Gein.

Ve vrstvách *ř*:

Protocardium Hillanum Sow. sp. (zř.).
Eriphyla lenticularis Goldf. (h).
Arca subglabra D'Orb. (vh).
Lima multicostata Gein. (h).

Vrstvy skloňují se tu v příkré stráni při 10^0 ve směru 21^h SZ. (obr. 13.) a čím dále ku mlýnu, tím mladší vrstvy se na předchozí přikládají.

Reuss [25]) nenalezl tu řasákové souvrství, neboť píše: „Bei Lippenz wird er *(Exogyrensandstein* = IV. e. prof. 60.) vom *Plänersandstein*

[25]) Die Kreidegebilde, str. 103.

(tím myslí Reuss naše pásmo III.) bedeckt, in welchen er allmälig übergeht, indem dort der *Grünsandstein* fehlt. Unter ihm kömmt ein anderer Sandstein zum Vorschein, von welchem noch weiter unten sub N. IV. gesprochen werden soll (*Grauer Sandstein* = IV. c. prof. 60.).

Z toho je viděti, že se Reuss domníval, že jeho *Plännersandstein* (naše pás. III.) je mladší než-li *Exogyrensandstein* (t. j. naše souvrství *e* pásma IV.). Tento omyl Reussův dá se vysvětliti tím, že v době, kdy Reuss studoval ve stráni našeho profilu 60., nebyly snad vrstvy ještě tak odkryty jako dnes, že nalezl exogyrový pískovec při S. straně našeho profilu (viz obr. 13.) a na to — neuváživ sklonu vrstev — nalezl poblíž koty 231 *m* n. m. (viz obr. 13.) pásmo III. (Plänersandstein) ovšem ve větší výši. Zcela tytéž omyly naleznem u Reussa i v jeho popisu okolí Malnic, jak na to také již Rominger[26]) poukázal.

Rominger[27]) zahrnul souvrství našich callianassových pískovců IV. c. prof. 60 čili *Reussův Grauer-Sandstein* ku svému *Gelber Bausteinu* (naše pásmo III.), což má ten význam, jako kdybychom zahrnuli souvrství IV. c. ku pásmu III. To však nemůžeme učiniti ani po stránce palaeontologické, ani po stránce petrografické ani po stránce fysikalní.

Gümbel[28]) popisuje vrstvy našeho pásma IV. mezi Lipeneckými lomy a Malnicemi takto:

---

[26]) Beiträge, str. 649.
[27]) Tamtéž, str. 642, 645.
[28]) Beiträge, str. 516—519.

Zahálka		Gümbel		
Pásmo IV.	ř	17. Dünne Bänke eines grünlichen, fleckig weissgestreiften (durch Algen) Glauconit-reichen Grünsandsteins mit zahlreichen Versteinerungen, wie die vorhergehenden Schichten, und ausserdem mit Ammonites Woolgari (= A. rotomagensis Rss.), den ich selbst aus dem anstehenden Gestein erhalten habe. — Es ist dies der Grünsandstein von Mallnitz (Reuss Verst. S. 117.) . . . . 5' Die festen der Verwitterung trotzenden Gesteinsbänke dieses Grünsandsteines senken sich einerseits rasch in die Thalsohle, die sie nahezu an der Hasinamühle erreichen, während sie anderseits in ihrer streichenden Ausdehnung durch die Felder südlich von Mallnitz fortziehen und hier in sehr zahlreichen kleinen Steinbrüchen aufgedeckt sind.	Mittelpläner-Grünsandstein (Malnitzer Schichten.)	Mittelpläner
	e	16. Sandig mergelige, glaukonitische Bänke mit kalkigen Geoden und sehr zahlreichen, sehr grossen Exemplaren von Ostrea columba, dann Fischzähnen, Turritella multistriata, T. aff. granulata Sow.; Natica vulgaris Rss., Pleurotomaria linearis, Pl. gigantea Sow., Rostellaria Reussi Gein., Tellina Reichi, Arca cretacea d'Orb., Pecten quadricostatus, Lima canalifera, Rhynchonella plicatilis, Magas Geinitzi u. s. w. umschliessen . . . . 15'		
	cl + m	15. Feste, kalkige Sandsteinbank voll Versteinerungen: Ostrea columba, Inoceramus Brongniarti, Rhynchonella alata, Magas Geinitzi. Es ist dies der sog. Exogyrensandstein (Reuss Verst. S. 117.) . . . . $5\frac{1}{2}$'		
	c	14. Sandige und kieselige, leicht verwitternde Lagen . . . 20'		

Frič[29]) určil vrstvy našeho profilu 60. mezi Lipencem a Hasínem takto:

Zahálka		Frič
V.	2. 1.	neuvádí
IV.	ř.	Malnický řasák (m_1)
	e. m. c.	Bělohorské vrstvy (w)
III.	4. 3. 2. 1.	

Z vrstev IV. *c.* uvádí tu Frič:

Callianassa bohemica.

[29]) Bělohorské a Malnické vrstvy, str. 53. obr. 14.

Z vrstev IV. *e*:

velké množství Exogyr.

Z vrstev IV. *ř*:

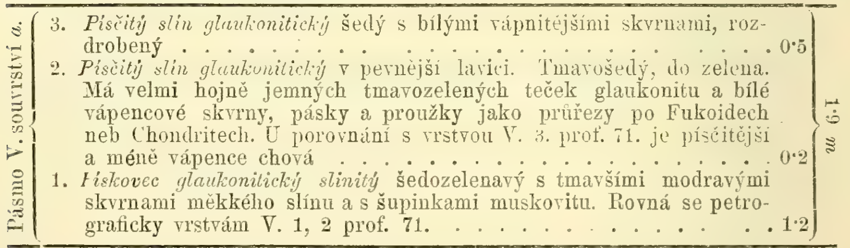
Protocardium Hillanum.
Cardium pustulosum.

Poněvadž jsme v profilu 60. podotkli, že není tam přístupno nejhlubší souvrství *a* pásma V. jako bezprostřední patro pásma IV., doplňme je z úvozu cesty, která jest 400 *m* na východ od mlýna Hasína a sice nad 210 *m* n. m.

Profil 61.

Obr. 12. v levo. (Obr. 14. v levo.)

Alluvium. Písek. Vrchol břehu cesty.



Pásmo V. souvrství *a*.	3. *Písčitý slín glaukonitický* šedý s bílými vápnitéjšími skvrnami, rozdrobený	0·5	1·9 *m*
	2. *Písčitý slín glaukonitický* v pevnější lavici. Tmavošedý, do zelena. Má velmi hojně jemných tmavozelených teček glaukonitu a bílé vápencové skvrny, pásky a proužky jako průřezy po Fukoidech neb Chondritech. U porovnání s vrstvou V. 3. prof. 71. je písčitější a méně vápence chová	0·2	
	1. *Pískovec glaukonitický slinitý* šedozelenavý s tmavšími modravými skvrnami měkkého slínu a s šupinkami muskovitu. Rovná se petrograficky vrstvám V. 1, 2 prof. 71.	1·2	

Pás. IV. Řasák šedozelenavý s tmavozeleným glaukonitem tvoří základ a kopáním bylo jej třeba odkrýti pod dnem úvozu.

V témže úvozu, ale v horní části jeho, asi ve výši 227·3 *m* n. m. jeví se v levém (vých.) břehu cesty

Profil 62.

Obr. 12.

Vrchol břehu cesty. 227·3 *m* n. m.

Pásmo IV.	*e*. *Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *exogyrový pískovec* šedozelený křehký (1 *m*) mající dole polohu s hojnými Exogyrami (*el*) čili tak zvanou *Exogyrovou lavici* (o mocnosti 1·3 *m*) .	2·3	3 *m*
	m. *Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *Magasová lavička*. Na povrchu bělavý, dál šedý do zelena	0·2	
	c. *Pískovec vápnitý jemně glaukonitický* čili *Callianassový pískovec*, světle šedý s pevnějšími koulemi (v lavicích) tmavošedými téhož pískovce	0·5	

Dno úvozu. 224·3 *m* n. m.

Obraz 12. dostatečně vysvětluje, kterak jednotlivé vrstvy od pásma V. až ku IV. c. v cestě vymizí, kráčíme-li v cestě z dola nahoru. Majíť tu vrstvy útv. křídového spád 10^0 ve směru 21^h SZ.

Ve vrstvách *c* jest:

Ostrea hippopodium Nilss. (vz)
Callianassa bohemica Fr. (h)

Ve vrstvě *m*:

Area subglabra D'Orb.
Modiola capitata Zitt! (vz)
Lima pseudocardium Reuss (h)
Pecten Dujardinii Röm. (zř)
Exogyra lateralis Reuss (h)
Inoceramus sp.
Magas Geinitzi Schlönb. (vh) v chomáčích
Rhynchonella plicatilis Sow. (h)
Serpula gordialis Schl.
Serpula sp. (místy h)

Ve vrstvách *e*:

Exogyra columba Sow. (zř)

Avšak ve vrstvě *el*:

Exogyra columba Sow. (h)

Obraťme se opět ku břehům Maruše.

Příkrá stráň severně od Hasina.

Již při probírání vrstev pásma III. uvedli jsme odtud

Profil 35.

Obr. 25.

Zde je přístupno nad pásmem III. celé souvrství *c* pásma IV. (Callianassový pískovec) v mocnosti 8 *m*. Složeno je ze šedých *pískovců vápnitých jemně glaukonitických* se šupinkami muskovitu a

z nich vystupují ostře z povrchu pevné lavice téhož pískovce, poněkud vápnitější a uvnitř tmavší. Tyto se na povrchu v koule oddělují. Souvrství *c* je zde kryto *Exogyrovými pískovci*, jehož desky se tu nad ním v poli (dále k východu) povalují. Ještě výše i *řasákové* desky se objevují. Mnohem lépe přístupna je však poloha Exogyrového souvrství a řasáku nad souvrstvím Callianassového pískovce v témže pravém břehu Maruše, dále po proudu, jak v profilech 63. atd. uvedeme.

Uveďme ještě skameněliny ze souvrství *c* profilu 35:

Callianassa bohemica Fr. (zř—h)

Klepeta tohoto raka objevují se v souvrství *c* celkem zřídka, zvláště ve hlubších vrstvách; hojně se však objevuje v nejvyšší pevné lavici tohoto souvrství.

Protocardium Hillanum Sow. sp. (zř.)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Perna cretacea Reuss. (vz)
Exogyra columba Sow. (vz)
Exogyra lateralis Reuss. (h)
Rhynchonella plicatilis Sow. (h)
Fucoides sp. (místy h)

Pravá pobřežní stráň Maruše mezi profilem 35. a Skupickou cestou.

V tomto příkrém břehu odkryty jsou pěkné vrstvy od Callianassového pískovce až k řasáku.

Následující profil 63. jest vzdálen od předešlého profilu 35. sotva o 100 *m*. Vztahuje se právě k onomu ostrému rohu Maruše, kde tato se zatáčí ze směru od V.—Z. ku směru od JZ.—SV. Od Skupické cesty vzdáleno jest místo to 700 *m*.

Profil 63.

Obr. 24.

Vrchol pobřežní stráně	215·2 *m* n. m.
Alluvium. Písek zažloutlý splavený s vyšších poloh řasáku a exogyrového pískovce	1·3 *m*

Pásmo IV.	*e.*	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *exogyrový pískovec*, šedý u spodu s *exogyrovou lavicí el*	1·5	9·7 *m*
	m.	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *magasová lavička* šedý, pevný	0·2	
	c.	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *Callianassový pískovec*, šedý s pevnějšími koulemi tmavšími téhož pískovce	8·0	
		Spodní část jeho zahalena nánosem s hora.		
Pásmo III.		Část nejvyšší. Zahalena ssutinami a alluv. náplavem Maruše červenavým		5·2
Hladina Maruše pod 3 *m* vysokým břehem.				199 *m* n. m.

Ve vrstvě *m* jest:

Magas Geinitzi Schlönb. (vh)
Cyprina sp. (h)

Ve vrstvě *el*:

Exogyra columba Sow. (h)

Následující profil 64. nalézá se od předešlého 400 *m* na SV. aneb od Skupické cesty 350 *m* na JZ. V mapě generalstabní (fotogr. otisk) je v těch místech naznačen most (v přírodě již není). Stráň profilu jest právě nad chmelnicí Václava Makovce z Lipence.

Profil 64.

Obr. 23.

Vrchol pobřežní stráně.				213 *m* n. m.
Alluvium. Písek zažloutlý splavený s řasákové stráně náhorní				2 *m*
Pásmo IV.	*ř.*	Pískovec glaukonitický čili řasák, šedý i do žluta, v deskách křehký	1·0	11·5 *m*
	e	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *exogyrový pískovec*, šedobílý v deskách. V nejhlubší poloze má tento pískovec velmi hojné Exogyr a tvoří *lavici exogyrovou el*, šedobílou v mocnosti 0·9 *m*	3·9	
	m.	*Pískovec vápnitý jemně glaukonitický* čili *magasová lavice*, šedý, pevný	0·2	
	c.	*Pískovec vápnitý jemně glaukonitický* čili *Callianassový pískovec* šedý, křehký, s tmavšími a pevnějšími koulemi téhož pískovce	6·4	
Vrstvy kryté alluviem písčitým červenavým (břeh potoka)				2·0 *m*
Hladina Maruše pod 2 *m* vysokým břehem u chmelnice Václava Makovce z Lipence				197·5 *m* n. m.

O 55 *m* dále na SV. od předchozího profilu, klesají vrstvy ještě více ke dnu údolnímu. Máme tam

Profil 65.

Obr. 35.

Vrchol pobřežní stráně u pole Eisensteinova z Malnic	212·6 *m.* n. m.	
Alluvium. Písek zažloutlý, splavený s řasákové stráně horní	2·0 *m*	
ř. Pískovec glaukonitický čili *řasák*, šedý neb zažloutlý v deskách křehký	1·0	9·6 *m*
e. Totéž co v profilu 64.	3·9*)	
m. Totéž co v profilu 64.	0·2	
c. Totéž co v profilu 64.	4·5	
Vrstvy kryté alluvialním náplavem písčitým červenavým	4·0	
Hladina Maruše pod 2·5 *m* vysokým břehem u samé hranice obcí Lipence a Malnic při chmelnici Adolfa Schrecka z Lipence	197 *m* n. m.	

Ve vrstvách *c* je tu:

Callianassa bohemica Fr.
Arca subglabra.

Ve vrstvě *m* jest:

Magas Geinitzi Schlönb. (vh)
Lima multicostata Gein.
Exogyra conica Sow?
Exogyra lateralis Reuss.
Rhynchonella plicatilis Sow.
Fucoides.

V lavici *el*:

Exogyra columba Sow. (vh)

Ve vrstvě *ř*:

Arca subglabra D'Orb. (vh)
Lima multicostata Gein. (h)

Skála v Dumné. [30])

Místo to jest v sousedství předešlého profilu, ještě blíže ke Skupické cestě. Od Skupické cesty vzdáleno jest o 200 *m* na JZ. Zde je

---

*) Mocnosť jen 3·7 *m.*

[30]) Německé obyvatelstvo Malnic nazývá toto místo „Dumnaj."

Profil 66.

Obr. 36.

Vrchol pobřežní stráně v Dumné. Exogyrový pískovec pokračuje výše. 205·5 *m* n. m.

Pásmo IV.	*e.*	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *exogyrový pískovec*, šedobílý. Má ve spodu velmi hojně Exogyr a tvoří tam *Exogyrovou lavici el*	2·3	6·5 *m*
	m.	*Pískovec vápnitý jemně glaukonitický*, šedý v pevné lavici čili *magasová lavička*	0·2	
	c.	*Pískovec vápnitý jemně glaukonitický* čili *Callianassový pískovec*, šedý, křehký, s tmavšími a pevnějšími koulemi téhož pískovce	4·0	

Úpatí skály.

Náplav alluvialní, červenavý, jemný, písčitý zakrývá vrstvy . . . 3·0 *m*

Hladina Maruše. 196 *m* n. m.

V souvrství *c* jest:

Callianassa bohemica Fr. (zř)
Arca subglabra D'Orb. (h)

V lavici *m* jsou:

Acanthoceras papaliforme Laube* (vz)
Cyprina sp.
Pholadomya aequivalvis D'Orb.*
Inoceramus Brongniarti Sow.*
Lima multicostata Gein.
Lima pseudocardium Reuss.
Pecten curvatus Gein.*
Pecten Dujardinii Röm.*
Exogyra lateralis Reuss. (vh)
Rhynchonella plicatilis Sow.
Magas Geinitzi Schlönb. (vh) v chomáčích.
Serpula. (místy h)
Catopygus Albensis Gein. (místy h)
Cardiaster sp. shodný s Cardiaster seu Holaster od Bechlína.[31])
Sequoia Reichenbachi Gein.[32]) (vz)

V lavici *el* jest:

Exogyra columb Sow. (vh) v chomáčích.

---

[31]) Pásmo IV. okolí Řipu, str. 16.

[32]) Takto znamenané skameněliny nalezl pouze pan učitel Malnický Mayer.

Skupická cesta.

Z Dumné přicházíme nyní na Skupickou cestu. Cesta ta vede ze Skupic přes Maruši a Lounské pohoří do Lipence. Od Maruše až ku akátovému háji na vrcholu stráně, prorývá se cesta místy do pevných vrstev exogyrového pískovce, odkrývá též řasák a blíže háje i magasovou lavičku. Opodál cesty, as 50 *m* daleko po východní straně její, sedí na řasáku nejspodnější část pásma V. souvrství avellanové *a*. Lze tu zhotoviti následující

Profil 67.

Obr. 37.

Vrchol kopečku avellanového.

Pásmo V. souvrství *a*	5. *Pískovec slinitý glaukonitický* šedý rozdrobený	0·3	2·2 *m*
	4. *Slín písčitý glaukonitický* šedý měkký	0·5	
	3. *Vápenec glaukonitický* bělavý má místy více místy méně písku křemenného. Pevná lavička	0·1	
	2. *Slín glaukonitický*, šedý rozpadlý	1·1	
	1. *Pískovec vápnitý glaukonitický*, šedý do žluta se skvrnami vápencovými žlutavě bílými v podobě kroužků, proužků, jako po Fukoidech neb Chondritech. Pevná lavice	0 2	
Pásmo IV.	*f*. *Pískovec glaukonitický* čili *řasák* na povrchu žlutý až rezavý, místy se šedými skvrnami, daleko od povrchu šedý. Nemá již skvrn vápencových. V desky rozpadlý. Snadno se drobí ve žlutý a rezavý písek	1·0 *m*	
	e. *Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *exogyrový pískovec.* Na povrchu bílý a křehký, dále od povrchu šedý a pevný. Ve hloubce 0·4 *m* počínají se v něm objevovati již chomáče Exogyry columby a tvoří *lavici exogyrovou el* tmavošedou s nádechem do zelena, vápnitější, velmi pevnou (byla čerstvě odkryta r. 1896). Skameněliny v něm mají často rezavý povrch. Lavice ta odkryta byla do hloubky 1 *m*. Celý tedy exogyrový pískovec odkryt tu je do hloubky . .	1·4 *m*	
	Nepřístupná část pískovce *e*	? *m*	
	m. Výše k akatovému háji vychází vedle cesty na povrch šedý *pískovec vápnitý jemně glaukonitický* čili *magasová lavička.* Tato byla zvětralá na povrchu, takže bylo lze na sta magasů z povrchu jejího sebrati	0·2 *m*	
	Souvrství *c* tvoří základ magasové lavičce jako v dřívějších profilech a dokopali jsme se k němu pod 20 *cm* mocnou lavičkou *m* blíž k háji.		

Ve vrstvě *m* jsou:

Magas Geinitzi Schlönb. (vh) v chomáčích.
Rhynchonella plicatilis Sow. (h)
Lima pseudocardium Rss. (zř)
Exogyra columba Sow. (zř)
Exogyra lateralis Reuss. (vh)

V lavici *el* byly:

Exogyra columba Sow. (vh) v chomáčích.
Eriphyla lenticularis Goldf. (zř)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Perna cretacea Rss. (zř)
Lima multicostata Gein. (zř)
Rhynchonella plicatilis Sow. (vř)
Spongites Saxonicus Gein. (vř)
Fucoides. (vř)

Ve vrstvě *ř*:

Protocardium Hillanum Sow. sp. (zř)
Arca subglabra D'Orb. (vh)
Lima multicostata Gein. (vh)
Exogyra columba Sow. (h)

Frič vyobrazil a popsal vrstvy zdejšího útvaru křídového ve svých „Bělohorských a Malnických vrstvách" na str. 53. až 55. a postup jejich vyobrazil v profilu 14. a 15. Svůj profil 15. sestrojil z míst, které jsme popsali v posledních dvou profilech 66. a 67. v Dumnaji a dle Skupické cesty a vyobrazili na obr. 36, 37. Srovnejme obapolné naše profily:

Frič		Zahálka		
Teplické.	Šedé slíny s četnými Ostrea semiplana . . . *t*			V.
Malnické.	*Avellanové.* Pevná, zažloutle bělavá vápnitá vrstvička . . . *a* Sypká písčitá opuka . . .	*a*		V.
Malnické.	*Řasák* zvětralý, do něhož vloženy jsou koule Lounské čili Exogyrový pískovec . . . *m*	*ř* *e*	*e*	IV.
	Exogyrová lavice . . . *e* Vrstva s četnými *Magas Geinitzii* . . . *mg*	*el* *m*	*e*	IV.
Bělohorské. (Vehlovické)	Písčité opuky tvaru kvadrového, bohaté na Rhynchonella plicatilis . . .	*c*		IV.

Naše nejhlubší souvrství pásma IV., totiž Callianassový pískovec *c* popisuje Frič[33]) jakožto: „písčité opuky tvaru kvadrového, bohaté na Rhynchonellu plicatilis, rovnající se vrstvě Winterstein lomů Hradeckých.“ K tomu podotýkám, že souvrství toto IV. *c* jest sice blízké co do stáří Wintersteinu u Hrádku, jest však přece mladší. Poněvadž Frič Hradecký Winterstein ku Vehlovickým opukám řadí, bylo by dle toho souvrství *c* též stáří Vehlovických opuk. To však nemůže býti, neboť Vehlovické opuky v Polabí náleží až pásmu VI. Zařadili jsme Winterstein ku nejvyšší části pásma III. (viz o pásmu III. v Poohří), avšak souvrství *c* které Frič ještě ku Bělohorským vrstvám počítá, patří ku našemu pásmu IV. po stránce stratigrafické, palaeontologické i petrografické, totiž ke skupině, v níž jest též řasák a exogyrový pískovec. Jestiť souvrství *c* mimo to charakteristickým oddílem spodní části pásma IV. i po stránce fysikální jako bylo v okolí Řipu.

Frič uvádí tu ze souvrství *c*:

Oxyrhina.
Callianassa bohemica.
Avicula anomala.
Perna cretacea.
Lima.
Exogyra columba.
Rhynchonella plicatilis.

O našem callianassovém pískovci IV. *c* píše Reuss[34]): „In der Schlucht, die von Malnitz südwärts zur Hassina-Mühle führt, tritt ohnweit dieser am östlichen Gehänge unter dem Exogyrensandsteine ein anderes Gebilde hervor, das sich in aufsteigender Richtung längs des ganzen Thalgehänges verfolgen lässt. Es ist ein theils ins Dichte übergehender, fast homogener grauer, theils sehr feinkörniger gelblichgrauer mitunter auch gelber Sandstein mit sparsamen Glimmerblättchen und einzelnen schwarzgrünen Körnern. Der Kalkgehalt verräth sich durch Brausen mit Säuren. Die dichte Varietät des Sandsteins bildet Knollen, aber äusserst zahlreiche und sehr grosse, in der anderen, so dass beide Gesteine unregelmässig mit einander wechseln und unmerklich in einander übergehen. Der Sandstein bildet starke Bänke, die durch verticale Spalten in pfeilerartige Massen getrennt sind und

---

[33]) Tamtéž str. 53. řád. 13 zdola.
[34]) Die Kreidegebilde, str. 106, 107.

gegen NW. einfallen. Diese werden durch athmosphärische Einflüsse abgerundet und nehmen eine kugelige oder wollsackähnliche Gestalt an." Skamenělin v tomto souvrství Reuss nenašel.

Frič[35]) vyobrazuje ve svém profilu na obr. č. 15. od Maruše k návrší „am Sande" (Na pískách) u Malnic (Fričova vrstva *m*) ***Exogyrový pískovec Reussův*** (v podobě koulí), jejž také ***Lounskými koulemi*** nazývá v ***nejhlubší části řasáku***. Uvážíme-li, že Exogyrový pískovec Reussův není vlastně nic jiného než-li *aequivalent spodní části řasáku* jak jsme již dříve uvedli, pak by byla Fričem poloha stratigrafická Exogyrového pískovce v nejnižší části řasáku na obrazci jeho č. 15. správně udána. Avšak v textu na str. 54. (Běloh. a Maln. vrstvy) a v úvodu ku svým Malnickým vrstvám na stránce 20. (tamtéž) udává Frič polohu *Exogyrového pískovce čili Lounských koulí* v ***nejvyšší části řasáku***, neboť píše: „Lounské koule vápenné uloženy jsou v nejvyšších částech řasáku, jak se můžeme o tom přesvědčiti v místech na pravém břehu Oharky pod továrnou v Lounech a na cestě z Loun do Zeměch (lom p. Kostky u Loun)." V pozdějších pak pracích[36]) staví Frič *Lounské koule* ***nad řasák***, právě tak jako v idealním profilu ku svým Bělohorským a Malnickým vrstvám na stránce 8. Následujíť tam s hora dolů:

„Žlutavé písčité opuky	*Malnické Avellanové.*	Vrstvy Malnické.
Šedé vápence	*Koule Lounské.*	
Glauconitické neb čisté deskovité, znějící opuky . .	*Řasák*".	

Poněvadž jsme dokázali na mnoha profilech okolí Malnic a Lipence, že leží Reussův *Exogyrový pískovec i s jeho Exogyrovou lavicí* ***pod řasákem*** a nikdy jinak, aneb jinými slovy řečeno, poněvadž Reussův Exogyrový pískovec zaujímá nejhlubší polohu souvrství řasákového (ježto lze Exogyrový pískovec považovati za aequivalent spodního souvrství řasákového) což Frič na obrazci 15. nakreslil, poněvadž však u Loun staví Frič zase Lounské koule do nejvyšší polohy řasáku aneb i nad řasák, plyne z toho již, že *Exogyrový pískovec u Malnic a Lounské koule v Lounech a v Kostkovém lomu* jsou vrstvy stářím úplně od sebe odchylné.

Již během tohoto pojednání o pásmu IV., jakož i v následujícím o pásmu V. zevrubně se vypisuje, kam náleží tu neb onde Fričem popsané Lounské koule v Poohří (okolí Loun a Malnic). Shledáváme,

---

35) Bělohorské a Malnické vrstvy str. 55.

36) Jizerské vrstvy str. 5. obr. č. 2.

že některé náleží do spodní části pásma IV. (pod řasák), některé leží v různých výškách řasáku samého, jiné uloženy jsou nad řasákem a ty náleží již do pásma V. Třeba si tu připamatovati, že vyskytování se vápencových koulí aneb lavic (často z koulí složených), jest karakteristickou vlastností pásma IV. ve všech polohách jeho jak v širším okolí Řipu (viz mé pásmo IV. — Dřínovské — okolí Řipu) tak i v Poohří. Rovněž víme z pojednání našeho o pásmu V. okolí Řipského, že tam, kde se počíná ze slínů pásma V. tvořiti písčitější facie, tam počínají se objevovati v pásmu V. vápencové koule neb lavice (aneb písčité). Právě tak jest tomu i v okolí Loun a Malnic. I zde počíná pásmo V. v nižší své poloze proměňovati se ve facii písčitější a i tu objevují se koule (a lavice) vápenné. Toto nejspodnější souvrství pásma V., které znamenáme v Poohří písmenou *a* sledováno jsouc až do Malnic, přejde ve souvrství, jež Frič Avellanovými vrstvami nazývá. (O tom více při pásmu V.)

Je tedy potřebí, aby se při posuzování stratigrafických poměrů vápencových lavic v okolí Loun a Malnic prohlédli zevrubně také základové i patrové vrstvy jejich, má-li se rozhodnouti do kterého horizontu náleží. Fričovy *Lounské koule* nejsou tudíž žádným samostatným horizontem v oboru českého útvaru křídového, neboť některé jsou již dle výroků Friče v řasáku, některé nad řasákem. Ty co obsaženy jsou dle Friče v řasáku, nemohou býti samostatným horizontem, poněvadž Fričem samým byl již řasák co samostatný člen útvaru křídového vyloučen. Ony pak koule, které jsou nad řasákem, náleží Fričově souvrství Avellanovému.

Frič uvádí z Exogyrového pískovce u Malnic:

Cycloidní šupiny.
Callianassa bohemica (zř).
Ammonites peramplus.
Ammonites Woolgari.
Ammonites Malnicensis.
Chemnitzia n. sp.
Natica Gentii.
Rostellaria Reussi.
Eulima sp.
Protocardium Hillanum.
Isocardia gracilis.
Crassatella an n. g.
Cyprina quadrata.

Arca subglabra.
Eriphyla lenticularis.
Pectunculus lens.
Pinna decussata.
Modiola capitata.
Lithodomus spathulatus.
Pholadomya aequivalvis.
Panopaea regularis.
Panopaea gurgitis.
Tellina semicostata.
Venus faba?
Venus plana.
Venus immersa.
Avicula anomala.
Gervilia solenoides.
Inoceramus labiatus.
Inoceramus Brongniarti.
Inoceramus (striatus?).
Lima Sowerbyi.
Lima tecta.
Lima septemcostata.
Lima aspera.
Pecten laevis.
Pecten curvatus
Pecten Dujardinii.
Spondylus (histrix).
Exogyra conica.
Exogyra columba.
Anomia truncata.
Rhynchonella plicatilis.
Magas Geinitzii.
Membranipora.
(Cassidulus lapis cancri.) Nucleolites bohemicus Nov.
(Catopygus carinatus.)
Pinus exogyra.

Ve všech našich náleziskách, jež jsme již uvedli a ještě uvedeme, nalezli jsme *exogyrový pískovec* s jeho *exogyrovou lavicí* pod řasákem. S tím shoduje se též udání Reussa[37]), jenž píše:

[37]) Die Kreidegebilde, str. 103.

Bei Malnitz, Dreiamseln und Tuchoržitz tritt *unter dem Grünsandstein*[38]) ein anderer Sandstein hervor, der eine weit grössere Mächtigkeit hat und den ich wegen der ungeheueren Menge von Exogyren, welche er einschliesst, *Exogyrensandstein* nennen möchte. Es ist ein lichter gelblich- oder grünlichgrauer fester ziemlich feinkörniger Sandstein mit einzelnen silberweissen Glimmerblättchen und kleinen grünen Körnern. Sein Cäment ist immer kalkig, wird aber oft krystallinisch, so dass wenn die Theilungsflächen des Kalkspaths in einer Ebene liegen, der Sandstein dann in gewissen Richtungen schimmernd wird, womit zugleich besondere Festigkeit verbunden ist; oder er wird mehr thonig, wo dann das Gestein weniger fest, reicher an Glimmer und im Allgemeinen auch feinkörniger erscheint.

Bei Malnitz ist er durch zwei neben einander verlaufende Wasserrisse entblösst, aber zu keiner bedeutenden Tiefe. Seine $3'' - 1^1/_2{}'$ starken Platten fallen mit 10—15° gegen N. ein. In der Höhe *wird er vom Grünsandstein überlagert.*

Unter allen Gliedern der Quadersandsteingruppe ist er am reichsten an Petrefakten. Wenn auch an allen seinen Fundorten so ziemlich dieselben Versteinerungen vorgefunden werden, so hat doch ein bedeutender Unterschied statt in Bezug auf die Häufigkeit der einzelnen Arten. So ist z. B. bei Malnitz die *Exogyra Columba Goldf.* so überaus häufig, das die Sandsteinschichten im wahren Sinne des Wortes damit gepflastert erscheinen. Sie zeichnet sich hier überdiess durch ihre Grösse, die mitunter einen halben Fuss und darüber erreicht, so wie auch durch das treffliche Erhaltensein ihrer dicken Schale aus. Man findet sie in allen Stufen der Entwicklung vom jugendlichen Individuum bis zum völlig ausgewachsenen alten, mitunter noch mit farbiger Streifung. Oft sind mehrere Individuen in einander eingeschaltet oder in der hochgewölbten Unterschale sind zahlreiche kleinere Muscheln versammelt. Bei Dreiamseln dagegen ist die genannte Versteinerug bei Weitem seltener, während dort wieder *Ostrea vesicularis Lamk.*[39]) (eine kleine Varietät), *Terebratula alata Lamk.*[40]) (ist mitunter hohl und mit netten wasserhellen Quarzkrystallen ausgekleidet.) und an manchen Punkten auch *Terebratula pumila v. Buch.*[41]) in un-

---

[38]) Řasák.

[39]) = *Ostrea Hippopodium Nilss.*

[40]) = *Rhynchonella plicatilis Sow.*

[41]) = *Magas Geinitzii Schlb.* Poloha, v níž se naléźá, jest pod nejnižší polohou Exogyrového pískovce, tvoří samostatnou lavičku a nazýváme ji důsledně *magasovou lavičkou* a znamenáme v profilech našich písmenem *m.*

geheuerer Menge angetroffen werden. Sie sind dann fast ohne Cäment zu einem wahren Conglomerate verkittet.“

Reuss uvádí na to seznam nalezených skamenělin v exogyrovém pískovci u Malnic a sice:

* Terebratula alata Lamk. (Rhynchonella plicatilis Sow.)
* Terebratula pumila v. Buch. (Magas Geinitzii Schlb.)
Ostrea vesicularis Lamk. (hippopodium Nilss.)
Ostrea (Exogyra) lateralis Nilss.
Ostrea trapezoidea Gein. (hippopodium Nilss.)
Ostrea flabelliformis Nilss. (semiplana Sow.)
* Exogyra Columba Goldf.
* Exogyra plicatula Lamk.
* Exogyra cornu arietis Nilss?
Anomia truncata Gein. (subtruncata D'Orb.)
* Pecten laminosus Mant.
Pecten membranaceus Nilss.
Pecten laevis Nilss.
Pecten striato-punctatus Röm.?
* Lima multicostata Gein.
Spondylus lineatus Goldf. (zř) (latus Röm.)
Perna cretacea Reuss. (vz)
* Inoceramus concentricus Park. (striatus Mant.)
Inoceramus Cripsii Mant. (zř)
Modiola laevigata Gein. (zř) (aequalis Sow.)
Arca trapezoidea Gein. (zř)
* Cuculea glabra Sow. (Arca subglabra D'Orb.)
Cardium Hillanum Sow. (zř)
* ? Cardium dubium Gein. (Lima pseudocardium Reuss.)
Venus immersa Sow.
Venus spec. indet.
Lucina circularis Gein. (vz) (Eryphyla lenticularis.)
Panopaea Gurgitis Brongn.
Pholadomya caudata Röm. (? Corbula aequivalvis Goldf.) (zř)
Pleurotomaria linearis Mant.
Natica rugosa Höningh. (Römeri Gein.)
Ammonites Mantellii Sow. (zř)
Serpula gordialis Schloth.
Serpula subfalcata Gein.

Krejčí[42]) počítal *Exogyrový pískovec* u Malnic ku *Jizerským vrstvám* a uvádí, že *leží nad řasákem*. Píšeť: „Sem náležejí (totiž ku Jizerským vrstvám) především pískovce od prof. Reusse pod jmenem *Exogyrových pískovců* u Malnic a Drahomyšle uváděné, které však neleží, jak prof. Reuss se domníval, pod řasákem, nýbrž nad ním.

K tomu připomenouti třeba, že v celé řadě profilů, které tuto uvádíme, ***všude řasák nad exogyrovým pískovcem se nalézá***, čímž potvrzujeme správné udání Reussa a Gümbla[43])

Krejčí počítal *exogyrový pískovec* hlavně proto ku Jizerským vrstvám, že obsahuje *Limu semisulcatu* a mořské ježovky Reussem jakožto *Cassidulus lapis cancri* a *Catopygus carinatus* určené a píše: „Jimi se geologické umístění těchto vrstev do stejné výše povznáší, jako vápnitých pískovců v Jizerském pásmu u Chloroušek nedaleko Mšena, kdežto podobné skameněliny chovají.“

Již Frič[44]) ze stanoviska palaeontologického poukázal na to, že *exogyrový pískovec* nemůže Jizerským vrstvám náležeti. K tomu připojuji však také důvod stratigrafický. Sledováním všech vrstev našeho útvaru křídového z okolí Řipu až do okolí Chloroušek a Mšena, jakož i z okolí Řipu Poohřím až do okolí Loun a Malnic, shledali jsme, že typické *Jizerské vrstvy* Krejčího náleží ku našemu pásmu VIII. a IX. útvaru křídového, kdežto *exogyrový pískovec* u Malnic náleží vyšší poloze pásma IV.

Cesta od kaple Sv. Jana u Malnic k cestě Skupické u Maruše se připojující.

Obr. 46. a 47. v levo.

Tam kde cesta Skupická (Skupice — Lipenec) přechází Maruši, tam odbočují od ní po pravé straně Maruše dvě cesty do Malnic. Jedna vede na samém úpatí stráně, blíže potoka Maruše, podle chmelnic ku dolní straně obce Malnic, druhá jde výše, ku kapli sv. Jana a pak vejde do horní polohy obce Malnic. Tato druhá cesta zarývá se mezi Maruší a kaplí sv. Jana do *exogyrového pískovce* a jeho lavice *exogyrové*. Tu lze v břehu cesty vykopati nesmírné množství *Exogyr*. Lavice exogyrová je tu zvětralá a ne tak pevná jako v sousedním profilu 67. Exogyru columbu sprovází tu i ostatní dříve již uvedené skameněliny exogyrového pískovce.

---

[42]) Archiv, I. str. 59.

[43]) Beiträge, str. 516. až 519.

[44]) Běloh. a Maln. vrstvy, str. 55.

Po jižní straně této cesty, blíž Skupické cesty, zdvihá se tu nad exogyrovým pískovcem a na něj následujícím řasákem uvedený již kopeček avellanový, jehož vrstvy V*a*. připojili jsme již ku profilu 67.

Cesta Lipenecká u Malnic za kaplí sv. Jana.

Kaple sv. Jana JZ. od Malnic (kota 209 *m* n. m.) spočívá na exogyrovém pískovci. Jdeme-li o několik kroků po této cestě dále k J., zarývá se cesta v hlubším úvozu i do vrstev callianassových. Vrstvy mají tu sklon 10° ve směru 21^h SZ. Ve výši asi 214·8 *m* n. m. naleznem ve východním břehu cesty tento:

Profil 68.

Obr. 38.

Vrchol břehu cesty.				214·8 *m* n. m
Alluvium. Ornice písčitá			0·3 *m*	
Pásmo IV.	e	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *exogyrový pískovec*, šedobílý, při povrchu rozpadlý. Přístupna jen spodní část	1·0	1·9 *m*
	el	*Týž pískovec* s velmi hojnou Exogyrou col. čili *exogyrová lavice*	0·3	
		Týž pískovec s málo Exogyrami. Je též aequivalent *exogyrové lavice*	0·6	
	m.	*Pískovec vápnitý glaukonitický* čili *magasová lavička* jest tu jen málo naznačena s tu a tam se vyskytujícími Magasy. Zdá se proto, že v dalším postupu se palaeontologický ráz její vytrácí	0·2 *m*	
	c.	*Pískovec vápnitý jemně glaukonitický* čili Callianassový, šedý, křehký, s pevnějšími koulemi téhož pískovce v lavici uložených. Má šup. muskovitu	0·9 *m*	
Dno cesty.				211·5 *m* n. m.

V souvrství *c* se nalezá:

Pleurotomaria seriatogranulata Goldf. (vz)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Perna cretacea Reuss.
Inoceramus Brongniarti Sow. (zř)
Lima multicostata Gein. (zř)
Lima pseudocardium Reuss. (zř)
Rhynchonella plicatilis Sow. (zř)
Callianassa bohemica Fr. (zř)
Cardiaster sp. (vz)

V lavici *m* je:

Magas Geinitzii Schlönb. (místy h)
Exogyra lateralis Reuss. (vh)

Ve vrstvách *e*:

Arca subglabra D'Orb. (h)
Lima multicostata Gein. (h)
Lima pseudocardium Rss. (zř)
Exogyra columba Sow. (h)

V lavici *el*:

Exogyra columba Sow. (vh)

Jdeme-li cestou dále ještě, vystupujeme výš a výše a následkem sklonu vrstev vymizí (ukončí se) nám brzy exogyrová lavice *el*, pak celé souvrství *e* i magasová lavička *m* a v cestě zaujme pak oba břehy jen souvrství callianassového pískovce. Uveďme ještě jeden profil z cesty této z výše asi 228·2 *m* n. m.

Profil 69.

Vrchol břehu téže cesty				228·2 *m* n. m.
Pásmo IV.	*e.*	*Pískovec vápnitý glaukonitický*	0·2	1·3 *m*
		Pískovec vápnitý glaukonitický el	0·3	
		Pískovec vápnitý glaukonitický	0·8	
	m.	*Pískovec vápnitý glaukonitický* málo zřetelný	0·2	
	c.	*Pískovec vápnitý jemně glaukonitický*	1·4	
Dno úvozu cesty.				225·3 *m* n. m.

V nejspodnější části souvrství *e* je tu vedle oněch v prof. 68. uvedených ještě:

Exogyra lateralis Rss. (h)
Rhynchonella plicatilis Sow.
Fucoides.

U kaple sv. Jana při cestě do skály.[45])

V břehu cesty blízko u kaple sv. Jana přístupna je část exogyrového pískovce v mocnosti 1·5 *m*. Roku 1883., kdy jsem tu též

[45]) Do malnických lomů. Profil znázorněný na obr. 45. jde blízko po východní straně této cesty.

studoval, přístupna tu byla při dnu cesty i exogyrová lavice, dnes však je rumem zakryta. Tehdáž nalezl jsem tu v exogyrové lavici:

Exogyru columbu Sow. (vh)
Panopaeu cf. Ewaldi Reuss. (vř)
Rhynchonellu plicatilis Sow. (h)

Exogyrový pískovec je tu v břehu cesty šedobílý, dále od povrchu poněkud tmavší a do zelena, má jemnější zrnka glaukonitu a poněkud v menším množství než-li řasák, který dále odtud v cestě úvozové na exogyrovém pískovci spočívá. Zvětrá-li exogyrový pískovec, rozpadává se v desky a pak v kousky jako zvětralý řasák. Rovněž i tutéž barvu nabývá žlutou a rezavou co zvětralý řasák, takže obě zvětralé horniny těžko od sebe se rozeznávají. Exogyrový pískovec nemá tu skvrn vápencových co řasák míval v předešlých profilech. V něm se nalézá:

Natica Gentii Sow. (zř)
Cardium pustulosum Münst. (vz)
Arca subglabra D'Orb. (h)
Lima multicostata Gein. (h)
Exogyra columba Sow. (h)

Exogyrový pískovec zapadá tu k Maruši a kryt je řasákem, nad nímž pásmo V. se svými měkkými slíny následuje.

Úvoz cesty do skály.

As uprostřed této cesty mezi kaplí sv. Jana a Malnickou skálou (Malnické lomy) je hluboký úvoz (2·6 *m*), v jehož břehu odkryty jsou řasák s exogyrovým pískovcem. Je tu

Profil 70.

Blízký obr. 45. v levo.

Vrchol břehu cesty. 235·5 *m* n. m

Pásmo IV.

ř. Pískovec glaukonitický čili řasák. Je-li dále od povrchu, tedy méně zvětralý, je šedý. Na povrchu je zvětralý, žlutý až rezavý. Je křehký, nepevný, zřídka kde má šupinku muskovitu. Vápencové skvrny jsou v něm řidší, zřídka tmavošedé, obyčejně též zvětralé a proto žlutobělavé. Je v desky rozpadlý. Hluboko a daleko od povrchu má skorem týž vzhled jako onen řasák od Bílých Horek který je ve stavu poněkud zvětralém. — Oplývá největší hojností skamenělin ze všech nálezisk řasákových. Skameněliny jsou potaženy hnědožlutou až rezavou barvou . . . . 2·0 *m*

e. Pískovec vápnitý glaukonitický čili *exogyrový pískovec.* Šedobílý, v desky rozpadlý. Místy s pevnějšími tmavšími kulovitými tvary téhož pískovce i vápnitějšími. Přístupen v mocnosti jen . . . . . 1·6 *m*

Dno úvozu

V řasáku *ř.* nalezá se:

Pachydiscus peramplus Mant. sp. (zř) s přirostlými exogyrami.
Acanthoceras papaliforme Laube. (vz)
Nautilus sublaevigatus D'Orb.
Natica Gentii Sow. (zř)
Cardium pustulosum Münst. (vz)
Protocardium Hillanum Sow. sp. (h)
Arca subglabra D'Orb. (vh)
Cardium pustulosum Münst. (zř)
Eriphyla lenticularis Goldf. (h)
Pectunculus lens Nilss. (zř)
Panopaea gurgitis Brong. (h)
Tellina sp. (zř)
Gervilia solenoides Defr. (vz)
Perna cretacea Reuss. (zř)
Lima multicostata Gein. (vh)
Exogyra columba Sow. (zř)

Na Malnické skále (v lomech).

Profil 31.

Obr. 45.

O tomto nálezisku jednali jsme již při pásmu III. Je důležito tím, že tu opět přístupno je rozhraní mezi pásmem III. a IV. Opa-

kujme tu ještě jednou sled vrstev pásma IV., z něhož přístupna je tu jen spodní část souvrství *c*.

Vrchol lomu na straně Malnické 264 *m* n. m.

Pásmo IV.	Spodní část souvrství *c* čili Callianassového pískovce.	4.	*Ornice piščitá* zahnědlá dole s hrubšími úlomky glaukonitického pískovce	0·5	4·5 *m*
		3.	*Pískovec glaukonitický vápnitý* v pevnějších deskách sborcených, jemnozrnný	0·5	
		2.	*Pískovec glaukonitický* v písek rozpadlý	0·2	
		1.	*Pískovec glaukonitický vápnitý* jemnozrnný, šedý s hojnými šupinkami muskovitu. Křehký. V kvádry a desky rozdělený. Tu a tam s pevnějšími a tmavšími *vápnitějšími koulemi* téhož pískovce	3·3	

Pásmo III. (viz tam) pokračuje hloubš. 259·5 *m* n. m.

V callianassovém pískovci ve vrstvě 1. jsou:

Rybí zoubky.
Arca subglabra D'Orb. (h)
Perna cretacea Reuss.
Inoceramus sp.
Lima pseudocardium Rss.
Exogyra lateralis Rss. (h)
Ostrea sp. (h)
Rhynchonella plicatilis Sow. (h)
Callianassa bohemica Frič. (h)
Fucoidy.

O řasáku při JZ. straně obce Malnic jako v našem prof. 70. zmiňuje se též Reuss[46]: „SW. vom Dorfe (Malnitz) liegt er (der Grünsandstein) auf dem Kamme eines flachen Hügels *unmittelbar auf dem Exogyrensandstein*. Er ist feinkörnig, nicht sehr fest und nicht so reich an grünen Körnern, hat aber zahlreiche grössere Quarzkörner von graulicher, gelber und grüner Farbe eingestreut. Er braust stark mit Säuren. Die tiefern Schichten sind eisenschüssig, braun, die obern sehr lockern, an der Luft leicht zerfallenden oder gelblichgrau. Er ist voll von Petrefakten, unter denen sich folgende erkennen liessen:

Chondrites intricatus v. Sternb.
Koniferenzweige, ganz gleich denen des Plänerkalkes.

[46]) Die Kreidegebilde str. 98.

Ostrea vesicularis Lamk, (hippopodium Nilss.)
*Pecten laminosus Mant.
Pecten membranaceus Mant.
Pecten arcuatus Sow. (curvatus Gein.)
*Lima multicostata Gein.
Lima aspera Mant.?
Modiola subaequalis Reuss. = M. spathulata Gein.
*Pectunculus brevirostris Sow. (lens Nilss.)
*Cucullaea glabra Sow.
Cardium Hillanum Sow.
*Cardium dubium Gein. (Lima pseudocardium Reuss).
Panopaea Gurgitis Brongn.
Turritella granulata Sow.
Natica canaliculata Sow. (Gentii Sow.)
Ammonites rhotomagensis v. Buch. (Woolgari).

Stratigrafický pořádek vrstev představoval si Reuss[47]) v okolí Malnic takto s hora dolů čili od mladších ku starším:

Plänersandstein (naše pásmo III.)
Grünsandstein (naše IV. *ř*).
Exogyrensandstein (naše IV. *e*.)
Grauer Sandstein (naše IV. *c*.)

kdežto ve skutečnosti jest pořádek, jak jsme na několika místech dokázali, následující:

Grünsandstein. (IV. *ř*).
Exogyrensandstein (IV. *e*).
Grauer Sandstein. (IV. *c*).
Plänersandstein. (III).

Je viděti, že omyl ten vznikl u Reussa tím, že nedbal při terainu sklonu vrstev a dislokac. Na tento omyl poukázal již Rominger[48]) a Krejčí.[49])

---

47) Die Kreidegebilde, str. 5, 97, 98, 103, 104, 106.
48) Beiträge, str. 649.
49) Archiv, I. str. 56.

Malnice. Pod kaplí sv. Trojice.

Ačkoliv o pásmu V. budeme jednati ve zvláštním článku, přece se již nyní zmíníme o nejspodnějších vrstvách pásma V. při západním okraji Malnic pod kaplí sv. Trojice a pod stodolou č. d. 8. Zde jest v příkopu u cesty odkryto souvrství nejspodnější *a* pásma V. aequivalentní avellanovému souvrství profilu 67. Souvrství toto je čím dále od Loun do Malnic tím písčitější a bohatší glaukonitem, že se v Malnicích samých podobá při povrchním ohledání řasáku. Bližším stopováním tohoto souvrství poznáme však při pásmu V., že se liší od řasáku stratigraficky, petrograficky i palaeontologicky. Prozatím tu udáváme pouhý

Profil 71.

Obr. 39, 44.

Stodola pod č. d. 8. při záp. okraji Malnic.			as 210 *m* n. m.	
Pásmo V.		5. *Slín* měkký, šedý poněkud zažloutlý, s tmavšími modravými skvrnami. S muskovitem	3 *m*	
	a.	4. *Slín písčitý glaukonitický* tmavošedý do modra	0·3	1·65 *m*
		3. *Slín písčitý glaukonitický* v pevnější lavici, prostoupený *vápencem písčitým glaukonitickým.* První je šedý do zelena, druhý tmavošedý do modra. Také jsou tu ve slínu vápencové skvrny bělavé a pásky jako po Fukoidech neb Chondritech	0·15	
		2. *Pískovec glaukonitický slinitý* šedozelený s tmavšími modravými skvrnami měkkého slínu a se šupinkami muskovitu. Snadno se rozpadává	0·7	
		1. *Pískovec glaukonitický slinitý* šedý s bělavými skvrnami slínu. S šupinkami muskovitu. Křehký. Nepevný	0·5	
Dno příkopu. Pod ním počíná IV. ř.			205·35 *m* n. m.	

Malnice.

Jižní nejvyšší část Malnic leží na IV. *ř.* téže vlastnosti co v profilu 70. ale poněkud pevnější. V kanálku silničním pod školou zjištěn byl též pod řasákem exogyrový pískovec IV. *e.* Sledujem-li pak vrstvy řasákové IV. *ř.* po stráních a cestách JV. od Malnic (Lázy) a odtud na SV. po severní stráni hřbetu zvaného vším právem „Pohořelec", až ku Liščí díře a Bílým Horkám, kde jsme již naše pozorování popsali, shledáme, že exogyrový pískovec stává se vždy víc a více podobnější řasáku, až jej více od řasáku nerozeznáme. Také jest možno, že některé spodní části exogyrového pískovce, s magasovou lavičkou přechází ve vrstvy, jež jsme v profilu 57.

v Liščí díře poznali jako vrstvy IV. 9, 8. atd., které tam pod řasákem spočívaly.

Ku zcela takovým výsledkům docházíme při sledování vrstev našeho pásma IV. od Malnic přes Hasín a Lipenec na Zeměchy, jako to z našich profilů, opáčným však směrem zde uspořádaných, následuje.

Při geologickém mapování přišel jsem na mnohé zajímavé dislokace v oboru vrstev pásma III., IV. a V., zejména v krajině mezi Malnicemi, Lipencem a Zeměchy. Ony byly klíčem pro rozluštění tektonických poměrů v celém Lounském pohoří od Lipence až do Loun. Hodlám o nich pojednati ve zvláštním článku o geotektonice útvaru křídového v Poohří, i poukazuji prozatím na své rovnoběžné profily Lounského pohoří obr. 40. až 49.

Poněvadž v každém z posledně uvedených profilů nejsou vždycky veškery vrstvy pásma IV. přístupny, složme z několika profilů celkový profil pásma IV. abychom měli také pojmu o mocnosti pásma IV. v krajině u Lipence a Malnic. Profily ty nazvem 72. a 73.

Profil 72.

Sled vrstev mezi Lipencem a Hasínem.

Patro: Pásmo V.

Pásmo IV.	*ř.* Pískovec glaukonitický čili řasák, minimum	1·4*)	minim. 12·25 *m*
	e. Pískovec vápnitý glaukonitický čili exogyrový s exogyrovou lavicí	2·6	
	m. Pískovec vápnitý glaukonitický čili magasový	0.25	
	c. Pískovec vápnitý jemně glaukonitický čili callianassový	8·0	

Základ: Pásmo III.

Profil 73.

Mezi Hasínem a Malnicemi.

Patro: Pásmo V.

Pásmo IV.	*ř.* Pískovec glaukonitický čili řasák 1 *m* až	2·0	maxim. 13·9 *m* minim. 12·9 *m*
	e. Pískovec vápnitý glaukonitický čili exogyrový s exogyrovou lavicí	3·7	
	m. Pískovec vápnitý glaukonitický či magasový	0·2	
	c. Pískovec vápnitý jemně glaukonitický či callianassový	8·0	

Základ: Pásmo III.

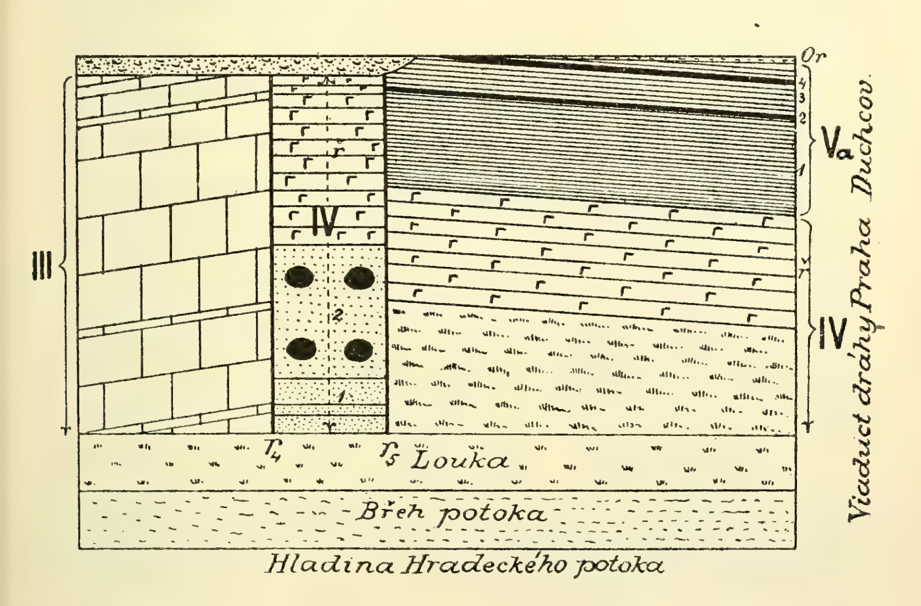
*) Je-li méně řasáku, je zase více exogyrového pískovce.

Povšimnem si nyní vrstev pásma IV. po levé straně Oharky. Nejblíže od Loun dostihnem pásmo IV. na třech místech u Břvan.

Horní mlýn u Břvan, nyní Trinksmühle zvaný.

Obr. 50.

Při mlýně tomto, po levé straně Hradeckého potoka, v místě kde dráha Pražsko-Duchcovská překročila Hradecký potok, odkryty jsou dvě rozsedliny dislokační, které jsme pojmenovali 4. a 5. Břvanskou rozsedlinou (r_4, r_5). Při nich jest následující pamětihodné seskupení vrstev:



Obr. 50. Nárys stráně u Horního mlýna (Trinksmühle) blíže Břvan. Poměr výšky 1 : 200.

Profil 74. **Profil 75.**

SSZ. r_5 as 210 *m* n. m. JJV.

Náplav z úlomků písčitých slínů spongiových pásma III. . . . . . . 0·5 *m*

Písčité slíny spongiové zažloutlé. Slouží co stavební kámen. III.

r_4

ř. *Pískovec glaukonitický* žlutavý neb rezavý rozpadlý a zvětralý . . . . 4·5 *m*

2. *Pískovec* jemnozrnný šedý s jemnými černými tečkami glaukonitu a jemnými šupinkami muskovitu s pevnějšími a tvrdšími křemitými koulemi *pískovce* modravého. Větráním stává se zažloutlým s rezavými skvrnami. Vápence nemá . . . . . 3·5 *m*

1. *Pískovec* týž co v prof. 77. IV 1. 1·5 *m*

IV.

Ornice . . . . 0·2 *m*

4. *Písčitý slín glaukonitický* šedý prostoupený žlutavými skvrnami a proužky vápence. Pevná lavice . . . . 0·1
3. *Slín* měkký šedý s modravými skvrnami se šupinkami muskovitu . . . . 0·9
2. *Vápenec* šedý až žlutavý v pevné lavici, místy písčitý . . . 0·1
1. *Slín* měkký světle šedožlutý, dál od povrchu s modravými skvrnami; se šupinkami muskovitu . . . . 2·5

V. *a*

ř. *Pískovec glaukonitický* hrubozrnný neb drobnozrnný světle šedý se zažloutlými vápencovými skvrnami. S jehlicemi spongií. Větráním stává se pískovec zažloutlým . . . . 3 *m*

IV.

Travnatý břeh zakrývá hlubší vrstvy pásma IV. . . . . 2·2 *m*

Louka zakrývá hlubší vrstvy . . . . 1·5 *m*

Břeh potoka zakrývá hlubší vrstvy . . . . 1·5 *m*

Hladina Hradeckého potoka . . . . as 198 *m* n. m.

Vzdálenost obou rozsedlin r_4 od r_5 obnáší pouze 6 *m*. Mezi nimi jsou vrstvy téměř vodorovny. V levo od rozsedliny r_4 mají vrstvy sklon asi 10° ku SSZ., v pravo od rozsedliny r_5 mají vrstvy sklon 4° ku JJV. Směr rozsedlin svislých jest VSV. (5^h SV.) Po pravé straně profilu 75. jest viadukt dráhy Pražsko-Duchcovské.

Ve vrstvě IV. ř. profilu 75. nalezl jsem pěknou, posud neurčenou, spongii tvaru hruškovitého.

Pískovec glaukoniticky, aequivalent to řasáku ř z pravé strany Poohří, poznáváme tu v profilu 74. i 75. v souvrství ř. Dosti se

změnil. I zde spočívá na něm v profilu 75. souvrství *a* pásma V., a pískovce vyskytující se zde pod *řasákem* IV. 1 + 2 v prof. 74. upomínají na jejich aequivalenty pod řasákem umístěné v okolí Loun a v Liščí díře.

Průřez dráhy u Dolního mlýna.

Asi 200 *m* na JV. od předešlého stanoviska zarývá se dráha Pražsko-Duchcovská též do vrstev pásma IV. Tyto mají však sklon 4^0 ku SZ. (20^h 5^0 SZ.), což je zcela protivný sklon ku onomu v sousedním profilu 75. Z toho následuje, že se nalézá mezi profilem 75. a profilem 76. dislokace, kterou nazývati budeme *6. Břvanskou dislokací*, jíž přísluší rozsedlina r_6. Jest pak v průřezu tom následující

Profil 76.

SZ. Vrchol průřezu dráhy as 210 *m* n. m. JV.

Ornice bělavá 0·3 *m*

IV.	5. *Pískovec glaukonitický* drobnozrnný až hrubozrnný vápnitý šedý do žluta v pevnější lavici . . .	0·3	4·5 *m*	Rozsedlina dislokační?	5.	Tytéž vrstvy co v levo, v úhrnné mocnosti 4·5 *m*
	4. *Pískovec* týž co 5, ale méně pevný, uprostřed s pevnější lavičkou . .	2·4			4.	
	3. *Pískovec glaukonitický* drobnozrnný až hrubozrnný, na povrchu šedý do žluta. S hojným tmelem vápencovým. Místy méně písku křemenného a glaukonitického a přechází v takových místech v *piščitý vápenec*. Pevnější lavice . . .	0·3			3.	
	2. *Pískovec glaukonitický* drobnozrnný šedý v dosti pevných deskách. Místy jen drobnohledně glaukonitický	1·5			2.	
					1. *Pískovec* šedý podobný souvrství 2. pás. IV. ve profilu 74	4·0 *m* (IV.)

Kolejnice dráhy Pražsko-Duchcovské.

Ve vrstvách IV. ř. 4. v levo jest:

Pleurostoma bohemicum Zitt.

Vrstvy profilu 76. po levé a po pravé straně nezdají se býti v souvislosti a podobá se, že vrstvy po pravé straně jsou vrženy poněkud hlouběji, takže by tu byla zcela nepatrná dislokace. Však místo, kde by se to dalo nejlépe zjistiti, totiž místo, kam by padala dislokační rozsedlina, jest ssutinami zakryto.

Břvany. Úvoz Lenešické cesty.

S vrstvami v úvozu Lenešické cesty u Břvan zabývali jsme se již při pásmu III. Po pravé či JV. straně třetí Břvanské rozsedliny (r_3) nalezáme pásmo IV. v poloze dislokační ku pásmu III. po levé straně téže rozsedliny (obr. 26, 27, 15.). Pásmo IV. tvoří tu následující

Profil 77.

Viz profil 39. Obr. 15, 26, 27.

Reuss[50]) tento profil již popsal. Proto uvádíme jeho popis vedle našeho.

Vrchol stráně.

		Zahálka.	Reuss.	
Pásmo IV.	ř.	4. *Pískovec glaukonitický* drobnozrnný, s velmi hojnými stopami (úlomky a otisky) skamenělin, jichž povrch potažen je žlutohnědým vodnatým kysličníkem železitým, čímž pískovec do žlutohněda je zbarven. Velmi porovitý, zvláště kde jsou otisky skamenělin. S četnými jehlicemi spongií. V kyselině nešumí, však skamenělé spongie v něm se nacházející hojně šumí v kyselině.	*g.* Fester *Grünsandstein* mit zahlreichen grünen Körnern und plattenförmiger Absonderung.	Unterer Quadersandstein.
	ř.	3. *Pískovec glaukonitický* drobnozrnný, jemně porovitý s četnými jehlicemi spongií. Šedý se žlutavými pruhy. Místy ojedinělá hrubá zrna křemene až jako hrách velká. V kyselině nešumí. Mocnost 3. + 4. . . . . 3 *m*		
		2. *Pískovec jílovitý* jemnozrnný, šedobílý. Místy dosti drobných a zřídka hrubých zrn křemenných. Četné šupinky muskovitu. Dosti jemného glaukonitu. Snadno větrá a na povrchu v písek jílovitý se rozpadá. V kyselině nešumí . . . . . . 3·5 *m*	*f.* Gelblicher, nicht sehr feinkörniger, fast zerreiblicher *Sandstein*, der häufige Concretionen von Brauneisenstein einschliesst, die oft im Innern hohl sind und losen Sand enthalten.	
		1. *Pískovec* jemnozrnný, bělavě šedý, s četnými šupinkami muskovitu. Jemně glaukonitický. S četnými jehlicemi spongií. Křehký. V kyselině nešumí. V lavicích.	*e.* Ein sehr feinkörniger graulichweisser *Sandstein* mit silberweissen Glimmerblättchen, der in den tieferen Schichten locker und abfärbend, in den höheren fester ist und *Terebratula alata**) enthält.	

Cesta v úvozu.

*) Rhynchonella plicatilis.

[50]) Die Kreidegebilde. S. 88.

V horní části pískovce IV. 1. tohoto profilu prokopávala se cesta as o 30 *m* dále odtud ve vyšší poloze úvozu. Tu lámal se pískovec tento čerstvý v pevnější kusy a obsahoval:

Lima sp. úlomky.
Exogyra columba (h)
Zuhelnělé větévky s výrůstky v podobě Pholas sclerotites Gein.

Vrstvy IV. 3. mají:

Pleurostomu bohemicu Zitt.

Ve vrstvách IV. 4. jest:

Lima pseudocardium.
Exogyra columba.
Exogyra lateralis.
Četné úlomky spongií.

Vyskytování se Exogyry columby ve větším počtu udrželo se tedy v pískovcích pod souvrstvím *ř*. z okolí Malnic až do Břvan.

Aequivalent Lounského a Malnického řasáku *ř*. jest zde valně již pozměněn.

Třiblice, Chrášťany a Milešov.

U Třiblic, při silnici Lovosické, mezi hostincem Granátkou a mezi Hliništěm, nalézají se stopy špatně přístupných glaukonitických pískovců, odpovídajících vrstvám pásma IV. u Břvan. Mají za základ pásmo III., které se ve stráni z Třiblic až ku silnici u Granátky stopovati dá. Patrem jest pásmo V., jehož výchozy ve Hliništi, východně od Granátky, jsou přístupny.

Také půl *km* východně od Chrášťan nalezl jsem stopy glaukonitických pískovců spongiových pásma IV., podobných oněm IV. *ř*. ve Břvanech (prof. 77.). I zde má pásmo IV. za základ pásmo III. (pod pyropovým štěrkem v panských jamách) a za patro pásmo V., ve hliništi u Ovčína přístupné.

Podobné glaukonitické pískovce leží nad pásmem III. na JV. úpatí Milešovky mezi rulovým Šibeníkem a znělcovým Kamýčkem. Při kopání strouhy v lese objeven tu glaukonitický pískovec zelenavý, tu a tam se šupinkami muskovitu a s bělavými skvrnami. V kyselině nešumí. Má velkou hojnost jehlic spongií. Je porovitý v místech, kde byly kanálky jehlic.

O mocnosti pásma IV.

Pásmo IV. mělo největší mocnost v okolí Řipu v Roudnici. Obnášela tu mocnost 45 *m*. Odtud ubývá mocnosti pásma IV. celým Poohřím až k Postoloprtům, neboť u Malnic, kde přístupny jsou všecky vrstvy pásma IV. od základu až k patru, obnáší úhrnná mocnosť 12·9 *m* až 13·9 *m*, u Lipence 12·25 *m*. Jaká jest mocnosť pásma IV. na cestě z Roudnice přes Slavětín až po Louny, to nemožno se vší určitostí udati, poněvadž nejsou v té krajině přístupny všecky vrstvy pásma IV. od základu až ku patru. Uvážíme-li, že u Mělníka a Mlčechvost obnáší mocnost pásma IV. 30 *m*, a předpokládáme-li, že odtud přes Slavětín do Lipence rovnoměrně ubývá na mocnosti pásma IV., což jest pravděpodobno, tož nechybíme mnoho, soudíme-li, že může u Slavětína obnášeti mocnost pásma IV. asi 20 *m*, u Čenčic asi 16 až 20 *m*. Poslední čísla nejsou také v odporu s výsledkem vrtání za účelem vyhledávání pramenů vodních pro nový pivovar knížecí u Čenčic a s kopáním studny u strážného domku nad Čenčickými lomy.

Povšimnutí zasluhuje mocnost nejvyšších glaukonitických vrstev pásma IV. v Polabí a Poohří. Z prozkoumaného terainu má největší mocnost souvrství toto u Byšic a Čečelic, odtud mu ubývá přes Mělník a Štětí na Roudnici, Libochovice a nejmenší mocnost má u Veltěže blíž Loun. Odtud roste zase přes Louny do okolí Postoloprt. Jest pak mocnost v metrech glaukonitem bohatých nejvyšších vrstev pásma IV. následující:

V Polabí	Byšice—Čečelice	12·6	
	Chlomek nad Mělníkem	9·0	
	Liběchov, Kozí rokle	7·3	
	Ulička jižně Hošťky	8·6	
	Kyškovice	5·8	
	Vrchlabec nad Roudnicí	3·5	
V Poohří	Slavětín	1·4	
	Veltěž, Podhrázský mlýn	***0·8***	minimum.
	Čenčice, lomy	1·3	
	Louny, Pšánská cesta	2·85	
	Louny, Zastávka	3·0	
	Březno, Bílé Horky	3·0	
	Liščí díra	3·5	
	Hasín—Malnice	4·9	
	Lipenec—Hasín	4·0	
	Břvany	4·5	

Palaeontologie pásma IV.

Již v okolí Řipu vyznačovalo se pásmo IV. zvláštními poměry palaeontologickými. Stanoviti však poměry ty na nějakém místě bylo dosti nesnadno, poněvadž dobývání skamenělin z vrstev pásma IV., zvláště z jeho křemitých vápenců, kde se nejvíce nalézají, bylo obtížno. V Poohří však je pásmo IV. bohatší skamenělinami, tu snadno se dá vyhledati v každém nálezisku větší díl charakteristických skamenělin.

Především vyskytuje se tu často dvojice skamenělin:

Eriphyla lenticularis
a *Arca subglabra.*

Přihlížíme-li ku celé společnosti skamenělin, pak jest charakteristické pro pásmo IV. v Poohří tato společnosť:

Nautilus sublaevigatus.
Pachydiscus peramplus.
Acanthoceras Woolgari.
Acanthoceras papaliforme.
Pleurotomaria seriatogranulata.
Protocardium hillanum.
Cardium pustolosum.
Eriphyla lenticularis.
Pectunculus lens.
Arca subglabra.
Modiola capitata.
Panopaea gurgitis
Tellina semicostata.
Perna cretacea.
Inoceramus Brongniarti.
Lima multicostata.
Lima elongata.
Lima pseudocardium.
Pecten curvatus.
Pecten Dujardinii.
Exogyra columba.
Rhynchonella plicatilis.
Magas Geinitzii.

Callianassa bohemica.
Ventriculites radiatus.
Jehlice spongií.

Proloženým písmem tištěné častěji se objevují. K tomu připomenouti však dlužno, že některá stanoviska vynikají tím, že se v nich některá skamenělina aneb celá skupina skamenělin často objevuje.

Tak ku příkladu Čenčický řasák obsahuje více než jinde

Pleurotomarii seriatogranulatu
a celá jádra Arcy subglabry.

Řasák u Malnic, při cestě do Malnické skály, vyniká vedle obecných skamenělin pásma IV., zvláště hojnou:

Protocardium hillanum.
Panopaea gurgitis.
Lima multicostata (zejména).

Řasák v čáře od Slavětína přes Pšány do Loun obsahuje často

Ventriculites radiatus.

Exogyrová lavice u Malnic obsahuje hromadně

Exogyru columbu.

Magasová lavička obsahuje hromadně

Magas Geinitzi.

V této Magasové lavičce druží se místy ku Magas Geinitzi

Rhynchonella plicatilis.
Exogyra lateralis.

V téže lavičce nalézá se na jednom místě v Dumné hojně

Catopygus Albensis.

Blízko odtud hojně se jeví

Cyprina sp.

V Callianassovém pískovci je nápadná v Malnické skále a u Hasína

Callianassa bohemica.

Z uvedeného vychází, že jsou v Poohří, zvláště v okolí Malnic zvláštní místní poměry palaeontologické pásma IV. Je to zejména hromadné vyskytování se některého druhu; tu Exogyry columby, tam Magas Geinitzi, atd. Vzdor tomu zůstávají si celkem poměry palaeontologické pásma IV. na cestě od Řipu až k Postoloprtům tytéž. Srovnejme jen ku příkladu skameněliny až posud v okolí Roudnice nalezené, se skamenělinami, které nalezeny byly v okolí Malnic.

Skameněliny pásma IV. až posud nalezené

v okolí Roudnice:		*v okolí Malnic:*
Oxyrhina Mantelli		Oxyrhina sp.
		Ptychodus latissimus.
Beryx Zippei		(Beryx)
Nautilus sublaevigatus.		*Nautilus sublaevigatus.*
Pachydiscus peramplus.		*Pachydiscus peramplus.*
Mammites Michelobensis	} dříve jako Ammonites Woolgari uváděné.	Ammonites Woolgari (u Friče)
Mammites nodosoides		
Acanthoceras papaliforme		*Acanthoceras papaliforme.*
(Desmoceras Austeni)		Desmoceras Austeni.
Hamites sp.		
Baculites sp.		
Turritella multistriata.		*Turritella multistriata.*
		Chemnitzia arenosa.
Natica Gentii.		*Natica Gentii.*
		Natica Roemeri.
Acteon ovum.		
Avellana Archiaciana.		
		Pleurotomaria seriatogranulata.
Aporhais Reussi.		*Aporhais Reussi.*

Aporhais Buchi.	Aporhais Buchi?
Dentalium medium.	
	Protocardium hillanum.
	Cardium pustulosum.
	Isocardia gracilis.
	Crassatella sp.
Mutiella Ringmerensis.	
	Cyprina sp.
Eriphyla lenticularis.	*Eriphyla lenticularis.*
Nucula pectinata.	
Pectunculus lens.	*Pectunculus lens.*
Arca subglabra.	*Arca subglabra.*
Pinna decussata.	Pinna decussata.
	Mytilus sp.
Lithodomus spathulatus.	*Lithodomus spathulatus.*
	Gastrochaena amphisbaena.
Pholas sclerotites.	Pholas sclerotites.
Leguminaria truncatula.	
Modiola capitata.	*Modiola capitata.*
Pholadomya aequivalvis.	*Pholadomya aequivalvis.*
Panopaea gurgitis.	*Panopaea gurgitis.*
Tellina sp.	Tellina semicostata.
	Venus faba.
(Avicula anomala).	Avicula anomala.
Gervilia solenoides.	*Gervilia solenoides.*
	Perna cretacea.
Inoceramus Brongniarti.	*Inoceramus Brongniarti.*
Inoceramus labiatus.	Inoceramus labiatus.
Lima tecta.	Lima tecta.
(Lima septemcostata).	Lima septemcostata.
Lima elongata.	*Lima elongata.*
	Lima multicostata.
Lima Sowerbyi.	Lima Sowerbyi.
Lima pseudocardium.	*Lima pseudocardium.*
Pecten Nilssoni (*Pecten laevis*)	*Pecten laevis.*
Pecten curvatus.	Pecten curvatus.
(Pecten Dujardinii.)	Pecten Dujardinii.
Spondylus spinosus.	Spondylus.
Exogyra columba.	Exogyra columba.
(Exogyra conica).	Exogyra conica.

Exogyra lateralis.	Exogyra lateralis.
Ostrea semiplana.	Ostrea semiplana.
Ostrea hippopodium	Ostrea hippopodium.
	Anomia truncata.
Rhynchonella plicatilis.	Rhynchonella plicatilis.
Magas Geinitzi	*Magas Geinitzi*
Enoploclytia Leachi.	(Enoploclytia Leachi).
Hoploparia biserialis	
Callianassa bohemica.	*Callianassa bohemica.*
	Catopygus Albensis.
Cardiaster seu Holaster.	*Cardiaster.*
? Epiaster sp.	Micraster sp.
Serpula.	Serpula gordialis.
Amorphospongia rugosa	Amorphospongia rugosa.
Spongites saxonicus.	Spongites saxonicus.
Flabellina elliptica.	Flabellina elliptica.
Sequoia Reichenbachi.	Sequoia Reichenbachi.
Fucoides.	Fucoides.

Poznámka: V závorkách označené druhy nenalézají se v blízkém okolí obce shora vytknuté (Rouduice, Malnice), nýbrž v okolí vzdálenějším. Proloženým písmem tištěné jsou význačné společné druhy pro Řipské okolí i Poohří.

Přehled skamenělin pásma IV. v Poohří.

Pisces.

Oxyrhina Mantelli Ag.
Otodus appendiculatus Ag.
Corax heterodon Reuss.
Ptychodus latissimus Ag.
Beryx sp.

Mollusca.

Cephalopoda.

Nautilus sublaevigatus D'Orb.
Pachydiscus peramplus Mant. sp.
Acanthoceras Woolgari Mant. sp.
Acanthoceras papaliforme Laube.
Desmoceras Austeni Sharpe sp.
(Ammonites) Malnicensis Fr. et Schlb.

6*

Gastropoda.

Turritella multistriata Reuss.
Turritella granulata Sow. (u Reussa).
Chemnitzia arenosa Reuss.
Scala decorata Gein.
Natica Roemeri Gein.
Natica Gentii Sow.
Pleurotomaria seriatogranulata Goldf.
Aporhais Reussi Gein.
Aporhais Buchi Goldf. sp. ?
? Buccinum productum Reuss.
Dentalium striatum Mant.

Pelecypoda.

Protocardium hillanum Sow. sp.
Cardium pustulosum Münst.
Isocardia sublunulata D'Orb.
Isocardia gracilis Fr.
Crassatella sp.
Cyprina quadrata D'Orb.
Cyprina sp.
Trigonia sulcataria Lamk.
Eriphyla lenticularis Goldf.
Pectunculus lens Nilss.
Arca subglabra D'Orb.
Pinna decussata Goldf.
Mytilus radiatus Goldf.
Lithodomus spathulatus Reuss.
Gastrochaena amphisbaena Gein.
Pholas sclerotites Gein.
Modiola capitata Zitt.
Modiola aequalis Sow. (u Reussa).
Pholadomya aequivalvis D'Orb.
Pholadomya (cf. designata).
Panopaea gurgitis Brongn.
Panopaea regularis D'Orb.
Panopaea cf. Ewaldi Reuss.
Tellina semicostata Gein.
Tellina circinalis D'Orb.

Venus immersa Sow.
Venus plana Sow.
Venus faba Sow.
Avicula anomala Sow.
Avicula Geinitzi Reuss.
Gervilia solenoides Defr.
Perna cretacea Reuss.
Inoceramus Brongniarti Sow.
(Inoceramus labiatus Gein.)
(Inoceramus striatus Mant.)
Lima tecta Goldf.
Lima septemcostata Reuss.
Lima elongata Sow. sp.
Lima multicostata Gein.
Lima aspera Mant.
Lima pseudocardium Reuss.
Lima Sowerbyi Gein.
Lima laevissima Reuss.
Pecten membranaceus Nilss.
Pecten laevis Nilss.
Pecten laminosus Mant.
Pecten curvatus Gein.
Pecten Reussi D'Orb.
Pecten Dujardinii Röm.
Pecten decemcostatus v. Münst.
Pecten serratus Nilss.
Spondylus latus Sow. sp.
Spondylus striatus Sow.
Spondylus histrix Goldf.
Exogyra columba Sow.
Exogyra conica Sow.
Exogyra lateralis Reuss.
Exogyra plicatula Lam.
Ostrea semiplana Sow.
Ostrea hippopodium Nilss.
Anomia subtruncata D'Orb.

Brachiopoda.

Rhynchonella plicatilis Sow.
Magas Geinitzi Schlönb.

Briozoa.

Membranipora sp.

Crustacea.

Enoploclytia Leachi Mant.
Callianassa bohemica Fr.
Bairdia subdeltoidea Münst. sp.

Vermes.

Serpula gordialis Schl.
Serpula subfalcata Gein. (u Reussa).

Echinodermata.

Micraster sp.
Cardiaster sp.
Catopygus Albensis Gein.
Nucleolites bohemicus Nov.

Porifera.

Ventriculites radiatus Mant.
Ventriculites angustatus Röm.
Pleurostoma bohemicum Zitt.
Amorphospongia rugosa Röm.
Spongites saxonicus Gein.
Mnoho neurčených spongií.
Jehlice spongií.

Foraminifera.

Flabellina elliptica Nilss sp.
Cristellaria rotulata D'Orb.

Plantae.

Větévky a šišky konifer.
Pinus exogyra (u Friče).
Sequoia Reichenbachi Gein.
Partie bituminosního dřeva.

Plantae?

Fucoides sp.
Chondrites intricatus Sternb. (u Reussa.)

Závěrek.

Výsledky, jichž docílili jsme sledováním pásma IV. z okolí Řipu, Poohřím až ku Postoloprtům, jsou velmi důležity pro poznání křídového útvaru v Čechách, zvláště jeho stratigrafických poměrů.

Rozšíření pásma IV. není po pravé straně Oharky tak velké. Ve vysočině Perucké jen málo za Oharku sahá, spíše v Lounské krabatině a Řipské vysočině dále od Oharky zasahuje. Po levé straně Ohře má sice rozšíření větší, je však ukryto hluboko pod povrchem a na povrch jen nepatrně vychází.

V celém svém rozsahu má pásmo IV. za základ pásmo III. a za patro pásmo V. V takových místech po pravé straně Ohře, kde pásmo V. nepokrývá pásmo IV., a kde pásmo V. ani snad nikdy vyvinuto nebylo, tam roztroušeny jsou na povrchu pásma IV. často trosky třetihorního pískovce. Tyto svědčí o několdejším rozšíření třetihorních vod až v tyto kraje.

Horniny jsou v pásmu tomto trojí: pískovce, písčité slíny a vápence. Z prvních vyniká velmi glaukonitický pískovec (řasák). Místy jsou pískovce opatřeny velkým množstvím jehlic spongií, jako to bylo u větší míře v pásmu III. Zde však v pásmu IV. nejsou přece tak jehlice spongií rozšířeny jako v pásmu III. Jehlic spongií přibývá od východu k západu (jako u pásma III.). Zrnka glaukonitová zdají se býti trosky jehlic spongií, jež kutálením se ve vodě pozbyly svého tvaru.

Vrstvy pásma IV. jsou následkem dislokace skloněné, často od sebe odtržené a přehozené. Směr jejich bývá obyčejně od JZ. ku SV., sklon ku SZ. Mocnost pásma IV. ubývá z okolí Řipu do okolí Postoloprt, a sice od Roudnice ze 45 *m* (od Mělníka ze 30 *m*) na 13 *m* (okrouhle).

Reuss (1844) popsal vrstvy pásma IV. u Malnic a Loun jakožto *Grünsandstein* (řasák), *Grauer Kalkstein, Exogyrensandstein* a *Grauer Sandstein* von Lippenz. Počítá je všecky ku svému *Unterer Quadersandsteinu* a uděluje jim polohu nad svým *Unterster Quader* a pod *Plänersandsteinem;* což má ten význam v naší stratigrafii, jako by je

kladl Reuss mezi naše pásmo I + II. a mezi pásmo III. Představoval si tudíž Reuss sled jmenovaných vrstev přehledně takto:

	Hangendes: Plänersandstein (naše pásmo III.)	
Unterer Quadersandstein	1. Grünsandstein 2. Grauer Kalkstein von Čenčic 3. Exogyrensandstein 4. Grauer Sandstein von Lippenz.	Naše pásmo IV.
	Liegendes: Unterster Quader (naše pásmo I + II.)	

Jak jsme již uvedli, není Plänersandstein uložen nad skupinou vrstev pásma IV., nýbrž pod ní. Má býti tedy sled vrstev dle přírody takový:

Pásmo IV.
Pásmo III.
Pásmo II.
Pásmo I.

V Čenčicích uvádí Reuss (Die Kreidegebilde str. 96.) jako patro svého Grünsandsteinu (řasáku) — *Plänerkalk* —. To má v naší stratigrafii ten význam, jako by se kladl řasák (horní část pásma IV.) hned pod pásmo X. čili Teplické. I to je omyl. Vrstvy pokrývající v Čenčicích řasák nenáleží ku Reussovu Plänerkalku čili ku pásmu X. — Teplickému, nýbrž ku pásmu V. — Roudnickému. Jest tedy sled pásem útvaru křidového v Čenčicích shora dolů tento:

Pásmo V.
Pásmo IV.

Uvážíme-li, že Reussův Grauer Kalkstein z Čenčic je vlastně aequivalentem Exogyrového pískovce v Malnicích, obdržíme pak ze sledu vrstev Reussových následující přehled s naším se shodující pro okolí Malnic:

1. Grünsandstein = Náš řasák. IV. ř.
2. Exogyrensandstein + Grauer Kalkstein = Naše IV. e.
3. Grauer Sandstein = Náš Callianassový pískovec IV. c.

Z našich studií vychází na jevo, že Reuss správně uvádí v okolí Malnic Exogyrensandstein pod Grünsandsteinem, což potvrzují též Rominger a Gümbel, ale neuznávají Krejčí a Frič.

Reuss nenašed po západní straně města Loun (v lomech u Čtrnácti pomocníků) řasák, jako jiní geologové po něm, považoval tamní

vrstvy příslušné spodní části pásma IV. (čili vrstvám stejnodobým s Callianassovými pískovci) za aequivalent řasáku po stránce palaeontologické. To svědčí nepřímo o tom, že naše spodní vrstvy pásma IV. čili Callianassové pískovce tvoří s vyššími vrstvami pásma IV. jeden celek, jedno pásmo.

Ve své práci: „Die Gegend zwischen Komotau etc.“ přisuzuje Reuss (1867) vrstvám: Unterster Quader, Exogyrensandstein, Grünsandstein, grauer Kalkstein von Čenčic a Plänersandsteinu (str. 25. a 31.) stáří Cenomanských vrstev. Jak známo, ustálil se náhled, považovati pouze Perucké a Korycanské vrstvy (pás. I. a II.) co obdobu Cenomanu.

Rominger (1847) popsal vrstvy našeho pásma IV. v okolí Malnic a Lipence s hora dolů jakožto:

1. Grünsandstein.
2. Exogyrensandstein.
3. Část Gelber Bausteinu: Grauer Sandstein von Lippenz.

My nepočítáme ovšem Grauer Sandstein ku pásmu III. čili ku Gelber Bausteinu, nýbrž přidružujeme jej po stránce petrografické i palaeontologické ku pásmu IV.

Srovnáním Romingerových vrstev s našimi, obdržíme následující přehled:

Grünsandstein čili naše IV. f.
Exogyrensandstein čili naše IV. e.
Grauer Sandstein čili naše IV. c.

Sled Romingerových vrstev se tudíž od Reussových celkem neliší, avšak Rominger prvý na to poukázal, že Reussův Plänersandstein čili Romingerův Gelber Baustein neleží nad řasákovými vrstvami, nýbrž pod nimi.

Při porovnání Reussova Grünsandsteinu s Exogyrensandsteinem praví dobře Rominger: „eines geht unmerklich in's andere über, und wenn mann die Aufzählung ihrer Petrefakten von Reuss mit einander vergleichen will, so wird man Mühe haben, eine Muschel zu finden, die nicht in beiden zugleich vorkämme.“

Gümbel (1868) popsal vrstvy našeho pásma IV. v okolí Malnic takto:

Reuss bezeichnete diese Bänke als Grünsandstein und Exogyrensandstein von Mallnitz	17. Grünsandstein	Mittelpläner Grünsandstein oder Mallnitzer Schichten.
	16. Sandig mergelige glaukonitische Bänke mit kalkigen Geoden	
	15. Feste kalkige Sandsteinbank	
	14. Sandige und kieselige Lagen.	

Porovnáme-li vrstvy ty s našimi, obdržíme tento přehled:

Gümbel	Zahálka	
17	ř	IV.
16	e	
15	el + m	
14	c	

Také Gümbel potvrdil, že Reussův Exogyrensandstein leží pod Grünsandsteinem a shledal jako Rominger, že leží Reussův Plänersandstein (naše pásmo III. čili Gümblův Mittelpläner-Sandstein u. Mergel) pod vrstvami řasákovými (pod pásmem IV.).

Vrstvy tvořící patro našeho pásma IV., totiž pásmo V., považuje Gümbel (str. 522.) za Hunderfer Mergel (= Reussův Plänerkalk = Teplické vrstvy = pás. X.). Je to týž omyl, jako u Reussa v Čenčicích.

Schlönbach (1868) opakuje ve své práci („Die Brachiopoden der böhm. Kreide. Stratigraphische Anleitung.“ Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt. 1868. S. 145, 146.) totéž o vrstvách našeho pásma IV., co napsali Rominger a Gümbel. Po příkladu Romingera zařadil Reussův Grauer Sandstein von Lippenz čili naše IV. c. ku

Zoně des Inoceramus labiatus,

to jest tolik, jako ku našemu pásmu III. Měl však připomenouti, že jest Grauer Sandstein nejvyšší polohou této Zony, to jest, že leží nad Reussovým Plänersandsteinem.

Reussův Exogyrensandstein a Grünsandstein zařadil Schlönbach ku své

Zoně des Ammonites Woolgarei und Inoceramus Brongniarti.

Srovnáme-li tudíž vrstvy našeho pásma IV. s příslušnými vrstvami u Schlönbacha, obdržíme tento přehled:

Schlönbach		Zahálka	
Zone des Ammonites Woolg. u. Inocer. Br.	Grünsandstein . . / Exogyrensandstein	ř / e	IV.
Zone des Inoceramus labiatus: Grauer Sandst. v. Lippenz		c	

Krejčí (1870) uvádí vrstvy našeho pásma IV. v Čenčicích v tomto pořádku (Studie o útv. křid. str. 58.):

Patro: Teplické slíny.		
Pásmo IV.	Řasák. / Písčitý šedý vápenec.	Malnické vrstvy
Základ: Bělohorské vrstvy (pásmo III.).		

K tomu poznamenávám, že slíny vyskytující se nad řasákem v Čenčicích nejsou, jak Krejčí uvedl, stáří Teplických vrstev čili stáří pásma X., nýbrž stáří pásma V. — Roudnického. (Zcela tak jako Krejčí určili před tím toto pásmo V. v Čenčicích Reuss a Gümbel).

U Malnic představoval si Krejčí vrstvy našeho pásma IV. v takovémto sledu (Studie, str. 57.—59.):

Patro: Teplické vrstvy. Jílovitý slín.	
Pásmo IV.	Reussovy Exogyrové pískovce — Jizerské vrstvy. / Řasák . . . . — Malnické vrstvy.
Základ: Bělohorské vrstvy (pásmo III.).	

K tomuto profilu Krejčího poznamenávám:

1. Vrstvy jílovitého slínu, jež Krejčí ku Teplickým vrstvám počítal, nenáleží Teplickému pásmu, nýbrž ku pásmu V. — Roudnickému, jako v Čenčicích.

2. Exogyrový pískovec s magasovou lavičkou neleží nad řasákem, nýbrž pod řasákem.

3. Pod exogyrovými vrstvami u Malnic leží ještě Callianassový pískovec.

O Reussovu „Grauer Kalkstein" a „Grauer Sandstein" praví Krejčí na str. 56. svých Studií: „Jiný kámen Lounského okolí, kterýž z řasáku se vyvinuje, a jejž prof. Reuss pod jménem *šedého vápence* a *šedého pískovce* (grauer Kalkstein, grauer Sandstein) uvádí, a místem na vápno bohatší jest (jak na př. v lomu p. Kostky jižně od Loun a u pravého břehu Oharky blíže Loun), a tudíž co vápenný kámen se láme, obsahuje tytéž skameněliny jako řasák, pročež se také k jeho pásmu připočísti musí."

K tomu podotýkám, co z naší studie o pásmu IV. již známo je:

1. Reussův Grauer Kalkstein z Čenčic je pod tamním řasákem a možno jej za aequivalent řasáku u Loun považovati, poněvadž vrstvy, které se v Čenčicích blízko pod řasákem nalézají, proměňují se čím dále k Lounům ve spodní část řasáku v Lounech.

2. Šedý vápenec, jejž uvádí Krejčí z lomu Kostkova, a jejž Frič Lounskými koulemi nazývá, náleží nejspodnější části pásma V. — Roudnického a jest aequivalentem Fričových Avellanových vrstev.

3. Totéž platí o šedém vápenci v pravém břehu Ohře v Lounech, jejž Frič rovněž Lounskými koulemi nazval.

4. Reussův Grauer Sandstein von Lippenz náleží ku nejnižší části našeho pásma IV. čili ku Callianassovému pískovci.

5. Krejčí považoval Exogyrový pískovec za stejnodobý s Jizerskými vrstvami, a to hlavně dle ježovek

Cassidulus lapis cancri [51]) a
Catopygus carinatus [52]).

Již Frič poukázal, že nelze dle toho vrstvy Exogyrového pískovce za Jizerské považovati. [53]) Sám pak uvedl jsem důvod stratigrafický ve svých studiích o pásmu VIII. a IX. okolí Řipu:

Exogyrový pískovec náleží svrchní části pásma IV.,
Jizerské vrstvy Krejčího pásmu VIII. a IX.

6. Vrstvy jílovitého slínu, ležící dle Krejčího na Exogyrovém pískovci (vlastně nad řasákem) u Malnic, nenáleží Teplickým vrstvám, nýbrž pásmu mnohem staršímu — pásmu V. čili Roudnickému.

Krejčí připouští (Studie str. 56.), že se dá v okolí Loun řasák co samostatné pásmo vyloučiti.

Krejčí nebyl zcela přesvědčen, že by Malnické vrstvy řasákové byly samostatným pásmem českého útvaru křídového, neboť praví ve své Studii na str. 56:

„Jest nesnadno vrstvy k řasáku obdobné i v jiných krajinách českých poznati a tudíž řasákové pásmo co samostatný člen v celém českém útvaru křidovém vytknouti.“

Krejčí píše na str. 56. svých Studií: „Celkem sluší však považovati

---

[51]) Nucleolites bohemicus Nov.
[52]) Catopygus Albensis Gein.
[53]) Běloh. a Maln. vrst. str. 55. Jizerské vrst. str. 123.

Malnické vrstvy řasákové jen co neurčitě obmezený pruh mezi bělohorskými a jizerskými vrstvami."

Ku posledním výrokům Krejčího připomínám: Malnické vrstvy řasákové náleží svrchní části našeho pásma IV. čili Dřínovským vrstvám Fričovým. Toto pásmo IV. jest samostatným pásmem českého útvaru křídového a leží mezi pásmem III. (Krejčího Bělohorskými vrstvami) a mezi pásmem V. čili Roudnickým.

Krejčí píše dále (na str. 56.) že v lomech u Vehlovic blíže Liběchova dá se malé pásmo nad Bělohorskou opukou co určitější obdoba Lounského řasáku uznati.

Z mých studií vychází na jevo, že z lomech Vehlovických vyskytující se malé pásmo, jež Krejčí za obdobu Lounského řasáku považoval, náleží pásmu VII. a spočívá na pásmu VI., kterážto obě pásma jsou mladší Lounského řasáku a od pravého aequivalentu Lounského řasáku oddělena jsou ještě pásmem V.

Frič (1879.) popsal v okolí Malnic, jak jsme již dříve uvedli, vrstvy našeho pásma IV. čili svých Dřínovských koulí z Polabí Mělnicko-Roudnického takto:

Frič			Zahálka
Patro: Teplické vrstvy. Slíny s Ostrea semiplana.			V.
Malnické vrstvy.	Malnické vrstvy avellanové.		
	Exogyrový pískovec	e	IV.
	Řasák	ř	
—	Exogyrová lavice	el	
	Vrstva s četnými Magas Geinitzii	m	
Bělohorské vrstvy.	Vehlovické opuky písčité	c	

Frič tak jako Krejčí uvádí Exogyrový pískovec (jejž také Lounskými koulemi nazývá), nad řasákem (pravidelně ve stratigrafických přehledech), jinde také v nejvyšší části řasáku, ba i v nejhlubší části řasáku[54]). Tyto Lounské koule na různých místech Fričem popsané, nejsou mezi sebou vždy aequivalentní a také nejsou aequivalentní Reussovu Exogyrovému pískovci u Malnic. Náležíť buď různým polohám pásma IV. aneb nejnižší části pásma V. V posledním případě jsou aequivalentní Avellanovým vrstvám Fričovým. Poněvadž tedy Lounské koule Fričem na různých místech okolí Lounského popsané, různým

[54]) Viz článek náš „Skupická cesta" v předu.

horizontům náleží, které již za samostatné vyloučeny byly (Fričem samým) proto je nelze považovati za samostatný horizont českého křidového útvaru.

Již v úvodu této studie o pásmu IV. vytkli jsme, že v nejvyšší poloze pásma IV. v celém širším okolí Řípu (až do Byšic) jeví se taková hojnost hrubších zrn glaukonitových, že jsme o vrstvách těch napsali (1893.): *„podobají se petrograficky řasáku u Malnic“*. Tehdáž jsme se neodvážili považovati vrstvy ty za aequivalent řasáku, poněvadž Frič určil základ Malnického řasáku u Malnic jakožto *Vehlovické opuky.* Tyto opuky ve Vehlovicích náleží našemu pásmu VI. Proto jsme vrstvám ležícím ve Vehlovicích nad Fričovými Vehlovickými opukami, které nazýváme pásmem VII., přisoudili stáří Malnického řasáku, jako to učinili přede mnou již Krejčí a Frič. Když jsem však nyní po mnohaletém studiu ukončil studia svá v Poohří a sledoval pásmo IV. z okolí Řipu až do Malnic a Lipence, ustavičně na zřeteli maje jeho základ i patro, shledal jsem, že je základem řasákových vrstev v okolí Loun a Malnic *spodní část pásma IV.* čili spodní část Fričových Dřínovských koulí a ne pásmo VI. čili Vehlovické opuky, a že patrem řasákových vrstev v okolí Loun a Malnic není pásmo VIII., nýbrž pásmo V. čili Roudnické, jehož nejspodnější část tvoří Fričovy Avellanové vrstvy.

Jest tedy skutečně Malnický řasák aequivalentem oné nejvyšší polohy pásma IV. čili Dřínovských vrstev, o nichž jsme podotkli ve svých studiích Řipského okolí, že se podobá petrograficky řasáku u Malnic.

Právě takovým způsobem dokázali[55]) jsme, sledujíce pásmo IV. z okolí Řipu až do okolí Byšic, že jsou Fričovy Byšické vrstvy u Byšic a Čečelic též aequivalentní nejvyšší části pásma IV. v okolí Řipu.

Zrušuji následkem toho mé dřívější, předběžné srovnání svého pásma VII. s Malnickým řasákem, jež učinil jsem ve své práci „pásmo VII. — Malnické — útvaru křidového v okolí Řipu“, jakož i ve zprávě tuto citované „Die Stratigraphische Bedeutung der Bischitzer Uebergangsschichten.“

Samo sebou se rozumí, že tím také padá mé srovnání pásma VIII. v okolí Řipu s Fričovými Lounskými koulemi a pásma IX. v okolí Řipu s Fričovými Mal-

---

[55]) Pásmo IV. — Dřínovské — v okolí Řipu (1893.) str. 25 až 29. obr. 12., 13. a 14. Die Stratigraphische Bedeutung der Bischitzer Uebergangsschichten. Jahrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt. Wien. 1895. B. 45. H. 1. S. 92.

nickými vrstvami Avellanovými. O tom bližší podáme zprávy při popisu pásma VIII. a IX. v Poohří.

K nadpisu naší práce *o pásmu IV.* připojili jsme též Fričův název *Dřínovské.* To proto, poněvadž Frič pásmo to v okolí Roudnice a Mělníka *Dřínovskými koulemi* nazývá. Pojem Malnických vrstev Krejčího a Friče nekryje se však zúplna s pojmem naším o pásmu IV. Krejčí počítá totiž Exogyrový pískovec — v domnění, že leží nad řasákem — ku svým Jizerským vrstvám. Dle Fričova pojmu patří k Malnickým vrstvám: Malnický řasák, Lounské koule a Malnické vrstvy Avellanové. Lounské koule samostatným horizontem nejsou, a Malnické vrstvy Avellanové patří ku nejspodnější části našeho pásma V. Mimo to, řadí Frič dolní část pásma IV. u Malnic (naše Callianassové vrstvy) ku svým Vehlovickým opukám. Poněvadž jest však Malnický řasák hlavní součástí Malnických vrstev u Krejčího i u Friče, připojili jsme k nadpisu našemu o pásmu IV. v Poohří aspoň do závorky: *„Malnické z části“.*

Pásmo IV. v okolí Řipu vyznačovalo se též zvláštními poměry palaeontologickými. Tyto udržují se i v Poohří dále, avšak některé druhy častěji se objevují; tím více, čím více se blížíme do okolí Postoloprt. V Malnicích dosahuje množství skamenělin v pásmu IV. svého maxima. Porovnali jsme již v předu skameněliny pásma IV. v okolí Řipu se skamenělinami téhož pásma v Poohří.

Změny faciové pásma IV. z okolí Řipu Poohřím až do okolí Postoloprt jsou ponenáhlé. U Roudnice jsou vrstvy slinité, u Postoloprt písčité. Tak jako od Roudnice do Polomených Hor, tak také od Roudnice k Postoloprtům stávají se vrstvy písčitější. Proberme zkrátka a přehledně některé důležitější profily pásma IV. od nejvzdálenějšího náleziska pozorovaného v Polabí, přes Roudnici k Malnicům.

A) Mezi Byšicemi a Čečelicemi.

(Viz pásmo IV. v okolí Řipu, str. 27, 28. Obr. 12.)

Patro: Pásmo V.

Pásmo IV. — Dřínovské. Mocnost = 30 m		Určení Fričovo
	40. až 46. Šedé písčité slíny velmi glaukonitické s lavicemi modrého křemitého vápence.	Byšické vrstvy.
	34. až 39. Šedé písčité slíny velmi glaukonitické s lavicemi modrého křemitého vápence.	Malnické vrstvy.
	25 až 33. Šedé písčité slíny výš glaukonitické s modrým křemitým vápencem.	Vehlovické opuky.
	1. až 24. Šedé písčité slíny s modrými křemitými vápenci.	Dřínovské koule.

Základ: Pásmo III.

B) Kozí rokle u Liběchova.

(Viz Pásmo IV. v ok. Řipu, str. 22. a 23. Obr. 20.)

Patro: Pásmo V.

IV.	13. až 16. Šedé písčité slíny velmi glaukonitické s lavicemi modravého křemitého vápence	32·7 m
	3. až 12. Šedé písčité slíny glaukonitické s modravým křemitým vápencem	
	1. až 2. Šedé písčité slíny	

Základ: Pásmo III.

C) Vrchlabec u Roudnice.

(Viz Pásmo IV. v ok. Řipu, str. 14. a 15. Obr. 7.)

Patro: Pásmo V.

IV.	11. až 13. Písčité slíny šedé velmi glaukonitické s modravým křemitým vápencem	45 m
	1. až 10. Písčité slíny šedé s modravými lavicemi křemitého vápence	
	Šedé písčité slíny s modravým křemitým vápencem	

Základ: Pásmo III.

V profilech A, B a C., ač dosti od sebe vzdálených, nevidíme rozdílů faciových. Jakmile však od nich odbočíme více ku Polomeným Horám, počnou vrstvy v pískovce se proměňovati. To nejlépe je viděti v profilu pásma IV. u Štětského nádraží:

(Viz Pásmo IV. v ok. Řipu, str. 21. Obr. 19.)

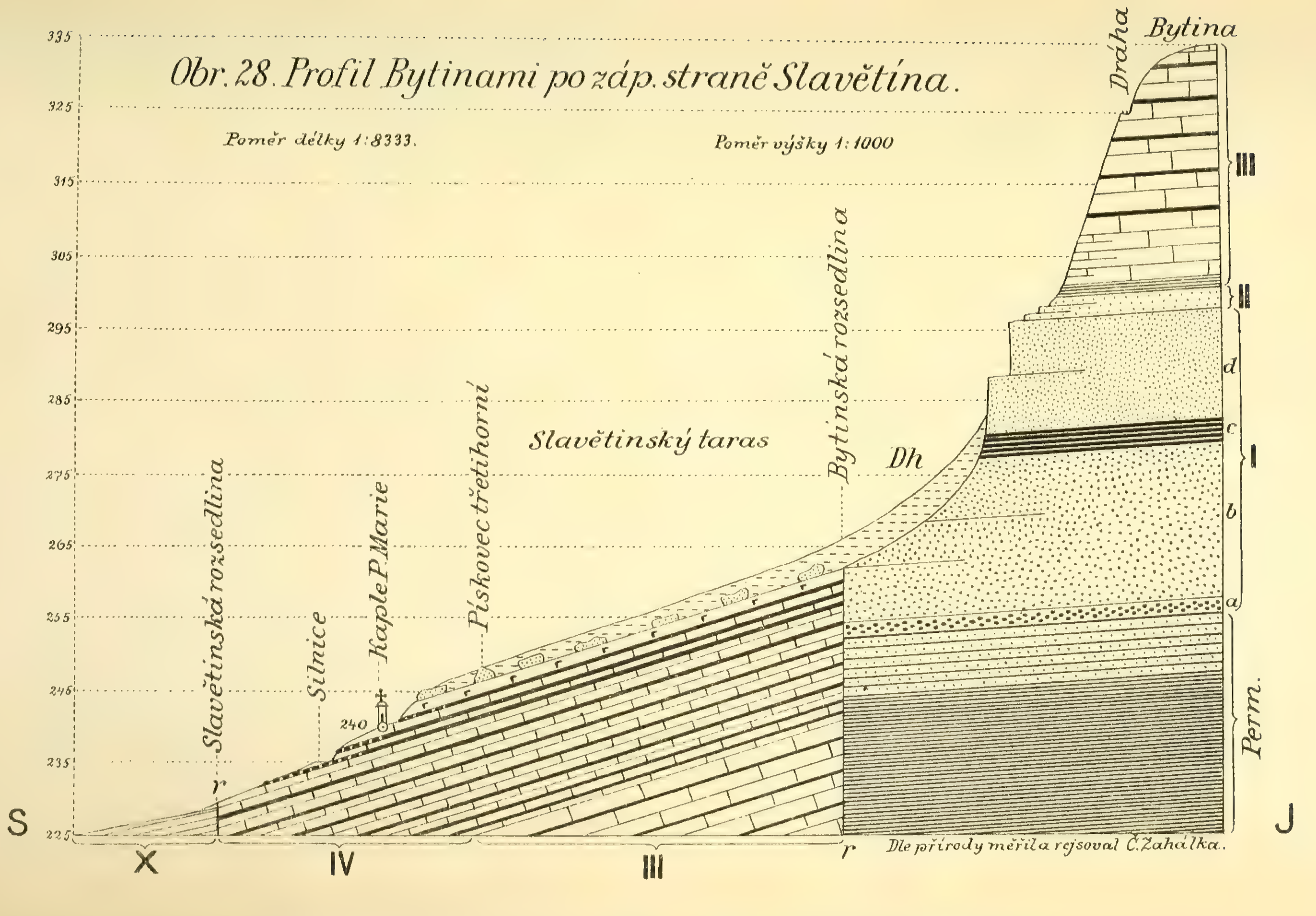
Část z vyšší polohy pásma IV.	7. až 8. Slinitý a velmi glaukonitický pískovec šedý, větráním zrezaví. Se shluky bílého vápnitého pískovce glaukonitického.	5 m
	6. Velmi písčitý slín glaukonitický s hojnými bílými shluky vápnitého pískovce glaukonitického s hrubými zrny křemene.	
	1. až 5. Šedé písčité slíny glaukonitické s křemitým vápencem modravým.	

Z Řipské vysočiny do Perucké (k Slavětínu) se pásmo IV. dosti stejné udržuje. Však při přechodu z vysočiny Perucké do Lounské krabatiny, počíná pásmo IV. pískovcový ráz nabývati. Stanovisko Slavětínské (prof. 44. a 45.) jest přechodním. Náš profil 46. z Podhrázského mlýna svědčí o tom, že se napřed vyšší vrstvy pásma IV. v pískovec velmi glaukonitický proměňovati počínají (jako v Štětí). Od Čenčic pak počínaje (prof. 48.) jsou již všecky vrstvy pásma IV. v pískovce proměněné, v nichž také lavice neb koule modravého vápence se objevují jako v okolí Řipu. Později i tyto vápence v pískovec přechází, zejména v krajině Malnické. (Viz profily našeho pásma IV. v Poohří.) S proměnou vrstev pásma IV. v pískovcové facie okolí Loun, Malnic a Břvan pojí se přibývání jehlic spongií a tím místy i porovitost horniny, podobně as jako u pásma III., ale v menší míře.

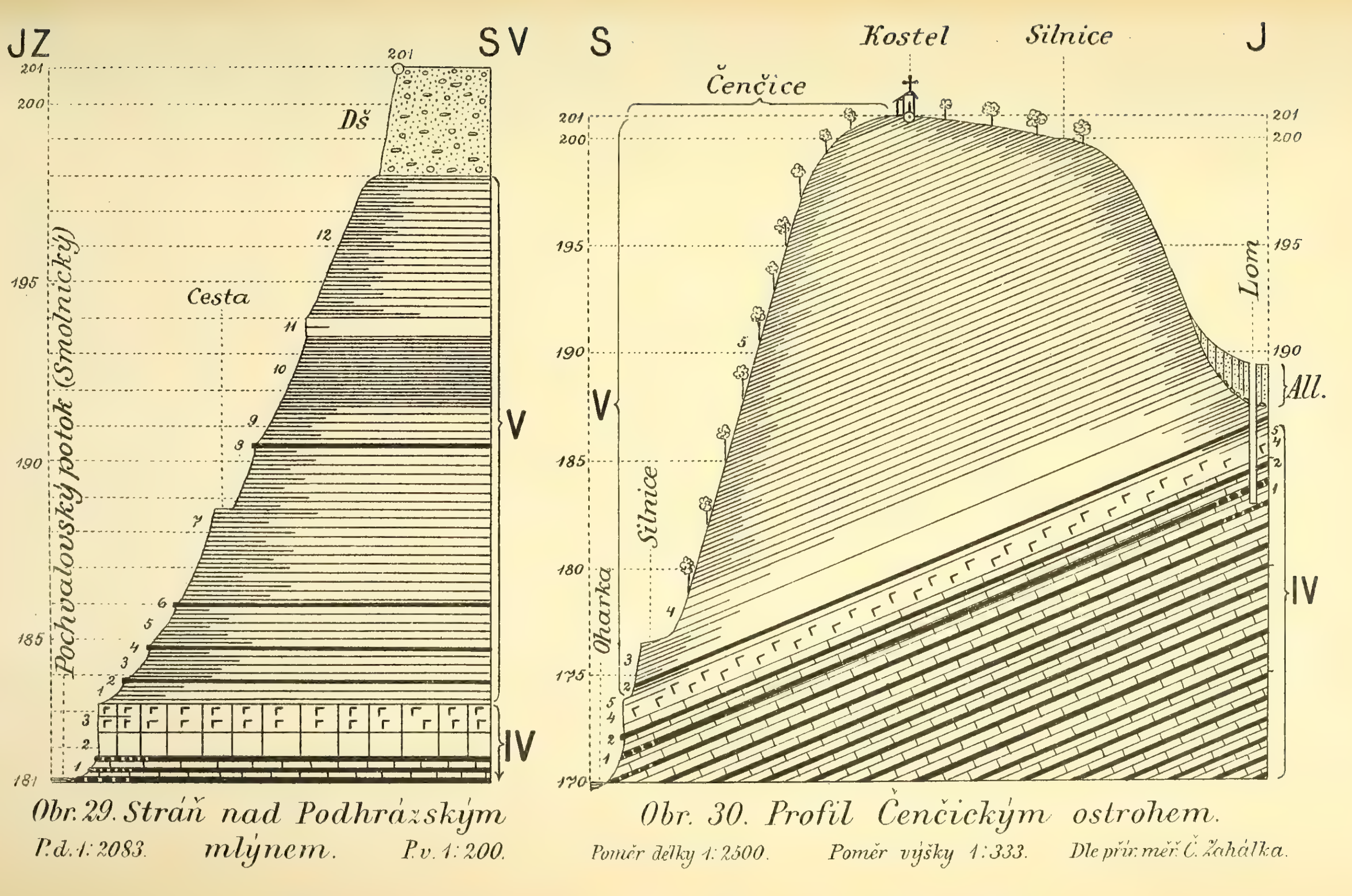
Rozdělovati pásmo IV. v Poohří aneb v okolí Řipu na jiná pásma samostatná nelze. Také nelze přidružiti část jeho ku jinému pásmu. Tvoří pásmo IV. v celém Poohří jako v Řipském okolí jeden stratigrafický celek, odchylný od pásma III. i od pásma V.



Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Ed. Grégra v Praze 1897.

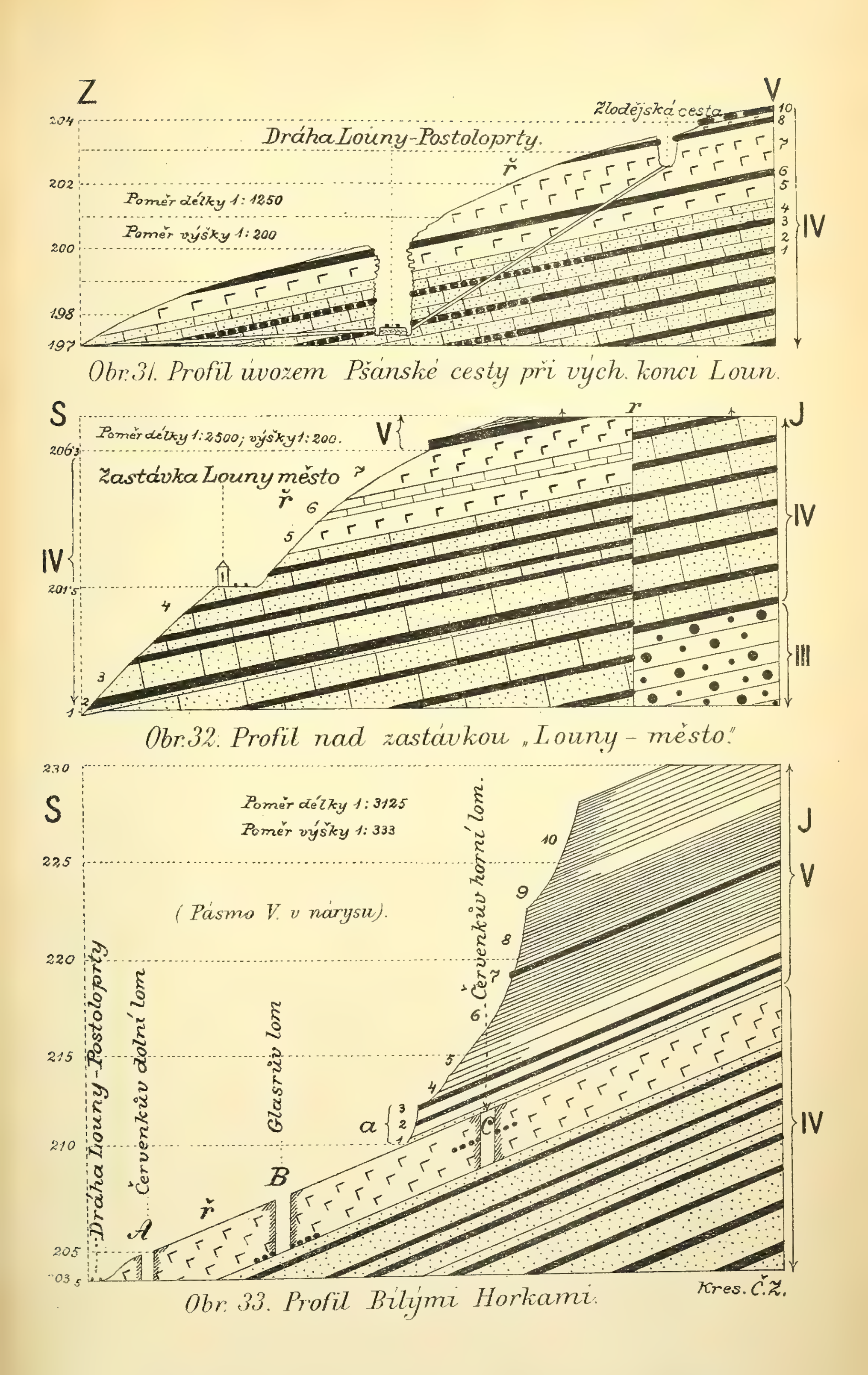


Věstník král. české společnosti náuk. Třída mathemat. přírodověd. 1897.



Obr. 29. Stráň nad Podhrázským mlýnem.
P. d. 1 : 2083. P. v. 1 : 200.

Obr. 30. Profil Čenčickým ostrohem.
Poměr délky 1 : 2500. Poměr výšky 1 : 333. Dle přír. měř. Č. Zahálka.



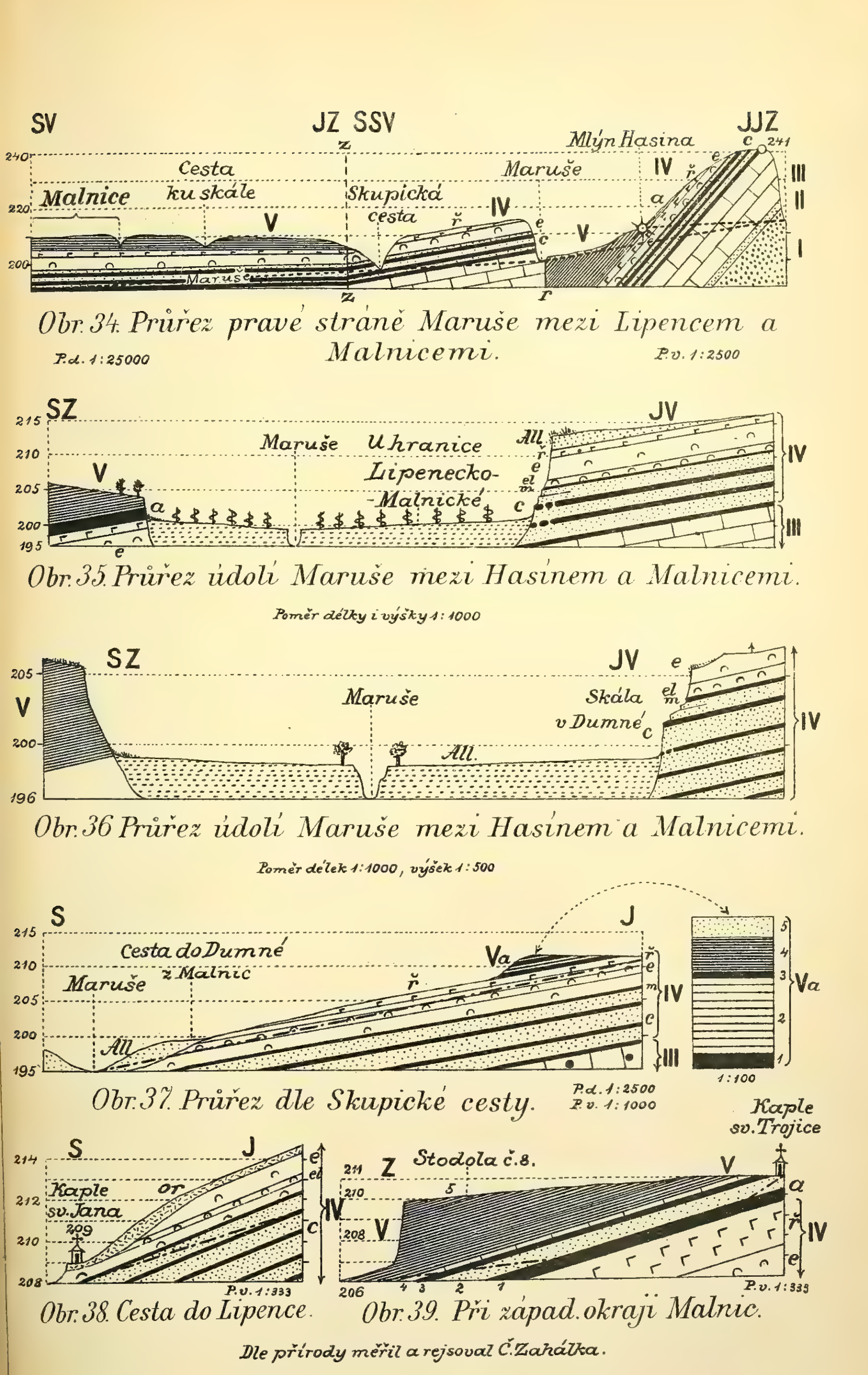
Obr. 31. Profil úvozem Pšánské cesty při vých. konci Loun.

Obr. 32. Profil nad zastávkou „Louny – město."

Obr. 33. Profil Bílými Horkami.

Kres. Č. Z.

Lit. Farský v Praze.



Obr. 34. Průřez pravé straně Maruše mezi Lipencem a Malnicemi.

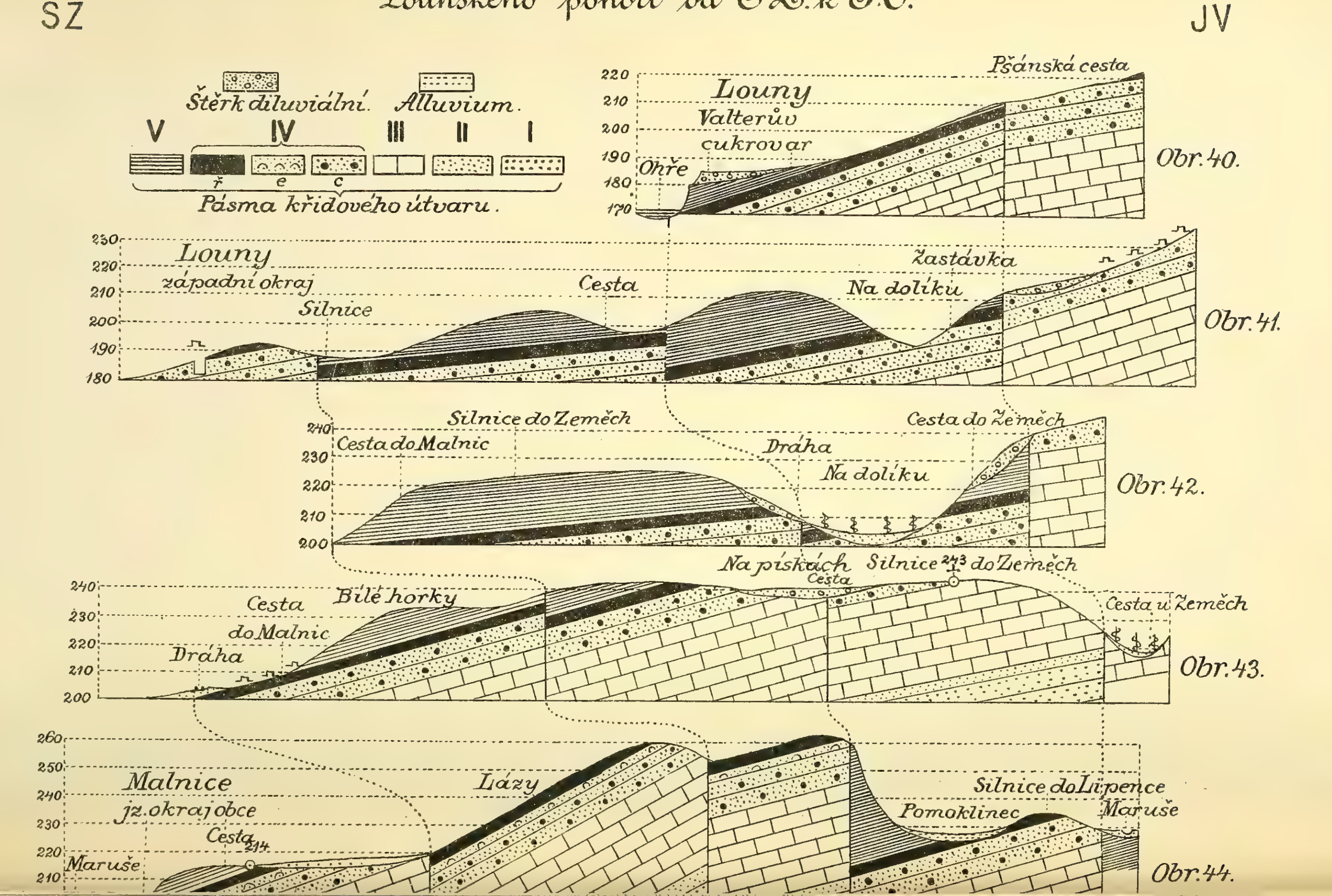
Obr. 35. Průřez údolí Maruše mezi Hasínem a Malnicemi.

Obr. 36 Průřez údolí Maruše mezi Hasínem a Malnicemi.

Obr. 37. Průřez dle Skupické cesty.

Obr. 38. Cesta do Lipence.

Obr. 39. Při západ. okraji Malnic.


Rovnoběžné profily
Lounského pohoří od SZ. k JV.
SZ
JV
Štěrk diluviální.
Alluvium.
V
IV
III
II
I
ř
e
c
Pásma křidového útvaru.
Louny
Valterův
cukrovar
Ohře
Pšanská cesta
Obr. 40.
Louny
západní okraj
Silnice
Cesta
Na doliku
Zastávka
Obr. 41.
Silnice do Zeměch
Cesta do Malnic
Dráha
Na doliku
Cesta do Zeměch
Obr. 42.
Na pískách
Cesta
Silnice 243 do Zeměch
Cesta
do Malnic
Bílé horky
Dráha
Cesta u Zeměch
Obr. 43.
Malnice
jz. okraj obce
Cesta 214
Maruše
Lázy
Pomoklinec
Silnice do Lipence
Maruše
Obr. 44.

Skála Malnická 264

Silnice do Lipence
Cesta
Maruše
Lázy
Pomoklinec
Cesta do Lipence
Maruše
260
250
240
230
220
210
200
193

Obr. 45.

Perm.
Silnice do Lipence
Maruše
Cesta do Lipence
Pomoklinec
227
Cesta do Dumné
Cesta
Maruše
250
240
230
220
210
200
194

Obr. 46.

Hájek
Ces. do Lip.
Na pískách
253
Silnice do Lipence
Cesta
Maruše
Pomoklinec
Cesta do Dumné
Maruše
250
240
230
220
210
200
195

Obr. 47.

Cesta
Vých okraj Lipence
Maruše
Stráň s. Hasina
Maruše Maruše
240
230
220
210
200

Obr. 48.

Z. okraj Lipence.
Maruše
Hasin
240
230
220
210

Obr. 49.

Měřítko délek
0 100 200 300 400 500 m

Poměr délek 1:12500
Poměr výšek 1: 2500
Dle přírody rejsoval Čeněk Zahálka.

XLIX.

Ein neues Berthierit-Vorkommen in Böhmen.

Von **A. Hofmann** in Přibram.

(Vorgelegt den 15. Oktober 1897.)

Das zum Přibramer Hauptwerke gehörige Bergreale Bohutin liegt 6 Kilometer südlich von Přibram und bildet für sich ein Erzrevier, in welchem laut dem Bergbuche des Přibramer Archives Bleierzgänge schon im Jahre 1527 bebaut wurden.

Die Wiederaufnahme*) dieses verlassenen Baues fällt in das Jahr 1827, wo zwei Nord-Süd streichende Gänge, von welchen der eine östlich, der andere westlich einfällt, constatirt wurden, und zu deren Aufschlusse im selben Jahre ein Hauptschacht, der „Erzherzog Stephan Schacht", angeschlagen wurde.

Ähnlich wie am Birkenberge sind die Erzgänge entweder directe Begleiter der Diabase (so der Clementi-, der zuschaarende Ludmilla- und der Francisci-Gang), oder setzen in der Grauwacke auf (wie die vielen Hangend- und Liegend-Trümmer).

Nach den bisherigen Beobachtungen ist die Gangfüllung im Diabas calcitisch, in der Grauwacke quarzig und besteht die Erzführung im ersteren Falle aus silberhaltigem Bleiglanz, während im letzteren Falle ausser silberhältigem Bleiglanz auch noch sonstige reiche Silbererze (Pyrargyrit, seltener gediegen Silber) einbrechen.

Ausser den angeführten Gesteinen tritt aber auch noch ein Quarzdiorit (Quarzglimmerdiorit) stockförmig auf, welcher an und für sich die Grubenverhältnisse nicht nur complicirt, sondern auch die Gangfüllung wesentlich beeinflusst, indem der Silberhalt der Bleierzgänge in der Nähe des Quarzdiorites abnimmt, Antimon an dessen

*) Der Silber- und Blei-Bergbau zu Přibram. (Festschrift.) 1875.

Stelle tritt, und beim Durchsetzen des Contactes (Grauwacke mit dem Quarzdiorite) der Bleiglanz untergeordnet und Antimonglanz vorwaltend auftritt, so dass die ebenbesagten Gänge beim Aufsetzen im Quarzdiorite als reine Antimonit-Gänge angesprochen werden können, wie allenfalls der Clementi-Haupt-Gang am 11. Laufe. Ähnliches kann übrigens auch am „Neuen Gange“ beobachtet werden.

Diese Änderungen in der Gangfüllung sollen jedoch hier nicht näher erörtert, sondern in einer späteren Arbeit im vollen Umfange gewürdigt werden. —

Den ersten *Berthierit* fand ich im Nordost des „Neuen Ganges“ am 9. Laufe, in der Nähe des Quarzdiorites, wo die Gangfüllung reichlich Antimonit und nur wenig Bleiglanz aufweist.

An einigen Gangstücken konnte folgende Succession der Minerale beobachtet werden: Siderit — Galenit — Quarz — Antimonit — Berthierit — Quarz — Baryt — Galenit.

Scharfabgegrenzte Krusten oder Schwarten zeigt nur der Siderit; der Bleiglanz ist stellenweise grobkrystallinisch, stellenweise zeigt er Übergänge von der grob- in die feinkrystallinische Textur.

Der folgende, ab und zu Krusten bildende Quarz ist zumeist innig mit dem Antimonit verwachsen, in welch' letzterem sowohl, wie im Quarz selbst der Berthierit eingeschlossen ist.

Den Abschluss der Füllung bildet ein grobblätteriger weisser bis fleischrother Baryt, der Nester von Bleiglanz führt.

Der Berthierit ist in Form feiner Nadeln im Quarz eingesprengt oder bildet feinkrystallinische bis dichte Schnüre im Antimonit, die durch ihre röthliche Anlauffarbe sich deutlich von dem bleigrauen Antimonit abheben. Im Bruche ist der Berthierit dunkelstahlgrau.

Das Eigengewicht des Bohutiner Berthierites stellt sich, mittelst des Pyknometers bestimmt, etwas geringer als anderweitig angegeben wird, und wurde dasselbe 3·89—3·91 gefunden; die Differenz wird hervorgerufen durch mikroskopische Einsprenglige von Quarzkryställchen, die in Dünnschliffen deutlich zu erkennen sind.

Vor dem Löthrohre ist der Berthierit unter Entwickelung von Antimonrauch und Hinterlassung einer magnetischen Schlacke, leicht schmelzbar und zeigt letztere die Eisenreaction.

Das Material, welches zur Dichtebestimmung verwendet wurde, diente zugleich zur quantitativen Analyse, welche der k. k. Bergakademie-Adjunkt Herr Rudolf Vambera auszuführen die Güte hatte.

Diese ergab

	I	II
bei einer Einwage von	0·891 Gramm	0·4923 Gramm
Sb	45·60%	42·49%
Fe	10·62 „	11·04 „
S	23·16 „	23·16 „
Pb	Spur	Spur
Unlösl. Rückst. (Quarz)	19·76 „	23·31 „
	99·14%	100·00%

Zieht man den Quarz als mechanische Verunreinigung des Minerals ab, so ergibt die Berechnung bei

	I	II	Mittel
Sb	57·44%	55·40%	56·42%
Fe	13·38 „	14·40 „	13·89 „
S	29·18 „	30·20 „	29·69 „
	100·00%	100·00%	100·00%

diese Zusammensetzung entspricht der Formel: $Fe\,S + Sb_2\,S_3$, sonach jener des Berthierites von Aranyidka in Ober-Ungarn, Bräunsdorf in Sachsen und Anglas im Dep. de la Creuse, welche verlangt:

Sb	56·55%
Fe	13·21 „
S	30·24 „
	100·00%.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag.

L.

Ein Cervuline aus der böhmischen Braunkohlenformation.

Von **A. Hofmann** in Přibram.

(*Mit einer Tafel.*)

(Vorgelegt den 15. October 1897.)

Seinerzeit wurde mir vom wailand Professor Dr. Ottomar Novák ein einzelner Säugethierrest zur Bestimmung übergeben, dessen Etiquette blos die Bezeichnung — „Radonic u Pětipsů. 1877" — ohne jedweder anderen und bestimmteren Angabe der Fundstelle trug. Da dieses Fragment — es ist der rückwärtige Theil eines rechtseitigen Unterkieferastes mit einigen Zähnen — in einer erdigen, wenig festen Braunkohle eingebettet war, so liegt die grösste Wahrscheinlichkeit vor, dass dieser Rest direct dem Kohlenflötze des besagten Fundortes entstammt.

In der Hoffnung nun, dass ich vielleicht doch noch in den Besitz irgend welchen neuen Materials gelangen, oder wenn dies nicht, so zum Mindesten die Originale der bereits in der Literatur angeführten *Palaeomeryx*-Arten aus der Braunkohle Böhmens zur Ansicht erhalten werde, habe ich die Veröffentlichung der Ergebnisse meiner bezüglichen, die Bestimmung des fraglichen Restes bezweckenden Studien bisher zurückgehalten. Nachdem sich jedoch bis heute weder die eine noch die andere meiner Hoffnungen erfüllte, indem es mir eben nicht gelang zu eruiren, in welcher Sammlung sich die Originale befinden, auf Grund welcher die diversen Species basirt sind, so habe ich mich im Hinblicke auf die Wichtigkeit der Säugethierreste zur Altersbestimmung der Schichten veranlasst gefühlt, diesen ziemlich unvollständigen Unterkiefer nicht nur zu beschreiben, sondern auch abzubilden, in der Überzeugung, dass hiedurch, wenn auch nur ein

minimaler, so doch immerhin ein Beitrag zur Erweiterung unserer Kenntnisse über die Säugethiere während der Braunkohlenbildung geliefert wird.

Radonic bei Fünfhunden liegt westlich von Saaz und verweise ich zur etwaigen näheren Orientirung auf die Abhandlung H. Becker's „Die tertiaeren Ablagerungen in der Umgebung von Kaaden-Komotau und Saaz.“ (Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanst. Wien 1882. p. 514.)

Der mir vorliegende Thierrest ist ein rechtseitiger nur zum Theile erhaltener Unterkieferast, welcher die Molaren $M_3 + M_2$ und von M_1 nur die Hälfte trägt; von den Praemolaren ist im Abdrucke der Pm_3 und in situ Pm_2 erhalten, bis zu diesem reicht auch der zertrümmerte Unterkieferkörper. Die Molaren zeigen eine glänzende Oberfläche mit schwacher Schmelzfältelung, eine zwischen dem vorderen und rückwärtigen Halbmonde der Molare gelegene kräftige Basalwarze, ohne Basalwall, bei deutlich entwickelter Palaeomeryxfalte, sämmtlich Charactere eines — *Palaeomeryx.*

Vergleicht man die Molaren mit jenen der kleinen, bekannten *Palaeomeryx*-Arten überhaupt und in erster Reihe mit *Palaeomeryx-pygmaeus* H. v. M., so ergibt sich an der Hand der trefflichen Zeichnungen aus H. v. Meyer's Manuscripte die beste Übereinstimmung mit *Palaeomeryx pygmaeus* von Landestrost an der Donau.

Die Backenzähne unserer Art scheinen etwas massiver gebaut zu sein als jener von Landestrost, die Differenz ist jedoch eine überaus kleine, wie aus dem nachfolgenden Maasszahlen in Millimetern zu ersehen ist:

Palaeomeryx pygmaeus *H. v. M.* von:		M_3	M_2	M_1	Pm_3	Pm_2
Landestrost	Länge	13·3	8·7	.	.	8·0
	Breite	6·4	6·4	.	.	3·5
Radonic	Länge	14·0	9·5	.	.	7·0
	Breite	7·5	8·0	.	.	3·8

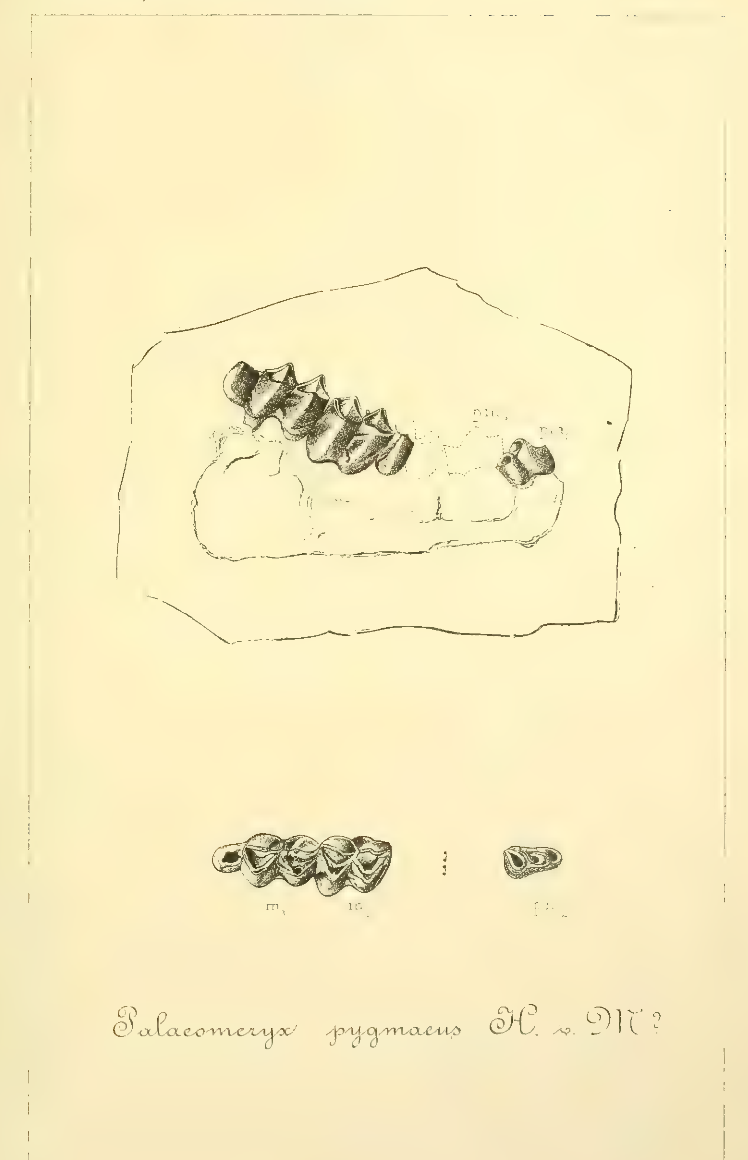
Vergleicht man den besprochenen Thierrest mit anderen der Grösse nach übereinstimmenden Arten wie z. B. mit *Palaeomeryx Meyeri* Hofm. aus Göriach, woher mir zahlreiche verschiedenalterige Reste zur Verfügung stehen, so stellt sich heraus, dass die Molare und Praemolare des Radonicer Restes gedrungener und massiver erscheinen als jene der Reste aus Göriach, was übrigens bei dem Umstande, dass dieser bisher einzige Fund nur sehr mangelhaft erhalten, eine scharfe Bestimmung daher ganz ausgeschlossen ist, rücksichtlich des allfälligen Versuches einer Vereinigung zur grössten Vorsicht mahnt, und aus erwähnten Gründen nur die Anreihung an jenen von Landestrost berechtigt erscheinen lassen dürfte.

Auch glaube ich den vorliegenden Rest nicht zum *Dremotherium* stellen zu dürfen, da sowohl die Molare wie auch der einzige Praemolar zu wenig kräftig entwickelt sind, sichere Schlussfolgerungen daher gar nicht zulassen.

Möglicher Weise gehört dieser Rest zu *Amphitragulus Boulangeri* Pom. dann wäre der hier als Pm_3 und Pm_2 gedeutete als Pm_4 und Pm_3 anzusehen, was wohl einstweilen bis zur Auffindung vollständigerer Reste unentschieden bleiben muss.

Das Original wird in der Sammlung des geolog. Institutes der k. k. böhm. Universität in Prag aufbewahrt.

Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag. 1897.



Palaeomeryx pygmaeus H. v. M.?

Autor del. Lith. Farský, Prag.

LI.

Transformationen arithmetischer Reihen

Von **Franz Rogel** in Barmen.

(Vorgelegt den 15. October 1897.)

1.

Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen sind nach *zahlentheoretischen Functionen* $c(\nu)$ der Stellenzeiger ν fortschreitende, durch Iterierung gewisser Operationen aus einer mit bestimmten Eigenschaften behafteten Function $f(x)$ hervorgehenden unendlichen Reihen

$$\sum_{\nu}^{\infty} \frac{c(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{z}{\nu^m}\right),$$

welche die Eigenthümlichkeit haben in Potenzreihen transformiert werden zu können, deren Cëfficienten *stetige Functionen* der Indices sind.*)

In einigen bemerkenswerten Fällen soll die Function $c(\nu)$ näher bestimmt werden.

2.

Von der zu Grunde liegenden Function $f(x)$ wird angenommen, dass sie sich für $|x| < \mathfrak{x}$, $\mathfrak{x} > o$, nach dem *Maclaurischen Satze* entwickeln lässt und dass dieselbe für unterhalb eines bestimmten $\mathfrak{x}_0 \leqq \mathfrak{x}$ liegende x Werte mit diesen *zugleich* abnimmt.

*) Sumierbare *Potenzreihen,* derenCoefficienten zahlentheoretische Functionen der Indices sind, wurden vom Verfasser in seinen *„Ableitunnen arithmetischer Reihen“* Archiv f. Mathem. und Phys., (2), T. XII., p. 37—57, abgeleitet

Auf eine so beschaffene Function sollen Operationen $\mathfrak{O}$ angewendet werden, die definiert sind durch

$$\mathfrak{O}_n f(x) = \sum_{\nu}^{\infty} \frac{\varepsilon}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right), \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

wo $m \geqq o$, n vorläufig > 1, $\varepsilon = \pm 1$ und ν nach einer arithmetischen Progression fortschreitet. Die *absolute* und *gleichmässige* Convergenz dieser Reihe, mindestens in dem Intervalle $(-\mathfrak{x}_0, \mathfrak{x})$, folgt aus der Annahme, wonach $f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)$ von einer gewissen Stelle ν_1 an mitzunehmendem ν kleiner wird und aus dem Vergleich mit

$$\sum_{\nu}^{\infty} \frac{\varepsilon}{\nu^n} = \mathrm{H}(n).$$

Die Operation $\mathfrak{O}$ zerfällt in drei specielle Operationen $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{U}$, entsprechend den drei in Betracht kommenden Fällen:

a) $\varepsilon = +1$, ν durchläuft die natürliche Zahlenreihe;

$$\mathfrak{S}_n f(x) = \sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{1}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right); \quad \ldots\ldots (2)$$

Die Ersetzung der $f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)$ durch die gleichwertigen Potenzreihen ergiebt die Doppelreihe

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{1^n}\left(f_0 + f_1 \frac{x}{1^m} + f_2 \frac{x}{1^{2m}} \cdots\right) \\ &+ \frac{1}{2^n}\left(f_0 + f_1 \frac{x}{2^m} + f_2 \frac{x^2}{2^{2m}} \cdots\right) \\ &+ \frac{1}{3^n}\left(f_0 + f_1 \frac{x}{3^m} + f_2 \frac{x^2}{3^{2m}} \cdots\right) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (3)$$

$$f_\lambda = f^{(\lambda)}(0) : \lambda!,$$

welche dem CAUCHY'*schen Criterium* genügt, so dass,

$$\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty} \nu^{-r} = \mathrm{S}(r) \text{ setzend,}$$

$$\underset{n}{\mathfrak{S}} f(x) =$$

$$\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty} \frac{1}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{S}_{(\lambda m+n)} \, x^\lambda \quad . \; . \; . \; . \; (4)$$

Geltung hat.

b) $\varepsilon = +1$, ν *ungerade.*

Es ergiebt sich auf dieselbe Art

$$\underset{n}{\mathfrak{T}} f(x) =$$

$$\sum_{\nu=1,3,5,..}^{\infty} \frac{1}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{T}_{(\lambda m+n)} \, x^\lambda,$$

$$\mathrm{T}_{(r)} = \sum_{\nu=1,3,,.}^{\infty} \nu^{-r}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

c) $\varepsilon = (-1)^{\frac{\nu-1}{2}}$, ν *ungerade;*

$$\underset{n}{\mathfrak{U}} f(x) =$$

$$\sum_{\nu=1,3,..}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{U}_{(\lambda m+n)} \, x^\lambda, \quad . \; . \; (6)$$

$$\mathrm{U}(r) = \sum_{\nu=1,3,..}^{\infty} (-1)^{\frac{\nu-1}{2}} \nu^{-r}.$$

Bezüglich der Constanten n muss bemerkt werden, dass sie auch *negativ* sein kann, wenn mindestens die n ersten Coëfficienten $f_0, f_1, \ldots, f_{n-1}$ verschwinden und gleichzeitig $m > \frac{n+1}{n}$ ist, in welchem Falle dann sämmtliche S, resp. T, U *endliche* Grössen sind.

3.

Umkehrung der Operationen $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{T}$ *und* $\mathfrak{U}$.

Durch Einführung der schon von *Euler* verwendeten und von *Mertens* mit „$\mu(k)$“ bezeichneten zahlentheoretischen Function der positiven, ganzzahligen Veränderlichen k, die

$= 1$ ist für $k = 1$,

$= o$, wenn k teilbar ist durch eine Quadratzahl > 1,

$= +1$, wenn k aus einer *geraden* und

$= -1$, wenn k aus einer *ungeraden* Anzahl *verschiedener* Primzahlen zusammengesetzt ist entstehen drei weitere Operationen, u. zw.

$$a) \qquad \mathfrak{S}_n^{-1} f(x) = \sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{\mu(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\mu(1)}{1^n}\left(f_0 + f_1 \dfrac{x}{1^m} + f_2 \dfrac{x}{1^{2m}} \cdots\right) \\ + \dfrac{\mu(2)}{2^n}\left(f_0 + f_1 \dfrac{x}{2^m} + f_2 \dfrac{x}{2^{2m}} \cdots\right) \\ + \dfrac{\mu(3)}{3^n}\left(f_0 + f_1 \dfrac{x}{3^m} + f_2 \dfrac{x}{3^{2m}} \cdots\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\} \quad \ldots (7)$$

welche Doppelreihe ebenfalls das Criterium von Cauchy befriedigt, infolge dessen sie dieselbe Summe hat wie

$$\sum_{\lambda=0,1,\ldots}^{\infty} f_\lambda \left(\sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{\mu(\nu)}{\nu^{\lambda m+n}} \right) x^\lambda ,$$

wo die zweite Reihe, $\lambda m + n = i$ setzend, aus der *absolut* convergenten Doppelreihe

$$\left. \begin{array}{l} \mu(1)\left(1 + \dfrac{1}{2^i} + \dfrac{1}{3^i} + \dfrac{1}{4^i} \cdots\right) = \dfrac{\mu(1)}{1^i} \, \mathrm{S}(i) \\ + \mu(2)\left(\qquad \dfrac{1}{2^i} \qquad + \qquad \dfrac{1}{4^i} \cdots\right) = \dfrac{\mu(2)}{2^i} \, \mathrm{S}(i) \\ + \mu(3)\left(\qquad\qquad\qquad \dfrac{1}{3^i} + \dfrac{1}{6^i} \cdots\right) = \dfrac{\mu(3)}{3^i} \, \mathrm{S}(i) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\} \quad \ldots (8)$$

durch Vereinigung der Verticalreihen mit Benützung der schon von Möbius bewiesenen, sich auf alle Teiler t von $k\,(>1)$ erstreckenden Summation

$$\Sigma\, \mu\,(t) = o \qquad \ldots\ldots\ldots (9)$$

hervorgeht, u. zw. ist

$$\sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{\mu\,(\nu)}{\nu^i} = \mathrm{S}^{-1}\,(i), \quad i \geqq 1,^{*)} \qquad \ldots\ldots (10)$$

Dies berücksichtigend übergeht die absolut convergente Doppelreihe (7) in

$$\sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{\mu\,(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,\ldots}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{S}^{-1}\,(\lambda m + n)\, x^\lambda \;\ldots (12)$$

b) Desgleichen gilt

$$\sum_{\nu=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mu\,(\nu)}{\nu^i} = \mathrm{T}^{-1}\,(i)\,, \qquad \ldots\ldots\ldots (12)$$

daher

$$\mathfrak{T}_n^{-1} f\,(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mu\,(x)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,\ldots}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{T}^{-1}\,(\lambda m + n)\, x^\lambda \;\ldots \quad (13)$$

c)

$$\mathfrak{U}_n^{-1} f\,(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\frac{\nu-1}{2}} \frac{\mu\,(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,\ldots}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{U}^{-1}\,(\lambda m + n)\, x^\lambda\,.$$
$$\ldots\ldots\ldots (14)$$

Denn im Systeme

$$\sum_{\nu=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\frac{\nu-1}{2}}\, \nu^{-1} \mu\,(\nu) =$$

---

*) Wie Herr von Mangoldt in den Sitzgs.-Ber. d. kgl. preuss. Akad. d. Wiss., 1897, XXXVIII. streng bewiesen hat, bleibt diese Gleichung auch noch für $i = 1$ richtig, wofür $1 : \mathrm{S}(1) = 1 : \infty = 0$ wird.

$$\begin{array}{l} \mu(1)\left(1-\frac{1}{3^i}+\frac{1}{5^i}-\frac{1}{7^i}+\frac{1}{9^i}-\cdots\right) \\ +\mu(3)\left(\quad-\frac{1}{3^i}\qquad\qquad+\frac{1}{9^i}\cdots\quad\right) \\ +\mu(5)\left(\qquad\quad+\frac{1}{5^i}\qquad-\frac{1}{15^i}\cdots\quad\right) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}$$

sind dieselben Potenzen wegen

$$(-1)^{\frac{h-1}{2}} h^{-1} \cdot (-1)^{\frac{k-1}{2}} k^{-1} = (-1)^{\frac{hk-1}{2}} (hk)^{-i}$$

in allen Verticalreihen gleichbezeichnet, daher bei der Summierung in verticaler Richtung zufolge (9) nur das erste Glied $=1$ stehen bleibt, infolge dessen

$$\sum_{\nu=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\frac{\nu-1}{2}} \nu^{-1} \mu(\nu) = \mathrm{U}^{-1}(i) \qquad \ldots (15)$$

ist

Wind nun $\mathfrak{S}^{-1}$ auf $\mathfrak{S} f(x)$, das genauer mit $\mathfrak{S}^{+1} f(x)$ bezeichnet werden soll, angewendet, was gestattet ist, weil letzteres den Bedingungen entspricht, so kommt

$$\underset{n}{\mathfrak{S}^{-1}}\{\underset{n}{\mathfrak{S}^{+1}} f(x)\} = \mathfrak{S}^{-1}\left\{\sum_{\nu=1,2,\ldots}^{\infty} \frac{1}{\nu^n} f\left[\frac{x}{\nu^m}\right]\right\}$$

$$= \underset{n}{\mathfrak{S}^{-1}}\left\{\sum_{\lambda=0,1,\ldots}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{S}(\lambda m+n)\, x^\lambda\right\}$$

$$= \frac{\mu(1)}{1^n}\left(f_0\, \mathrm{S}(n) + f_1\, \mathrm{S}(m+n)\, x + f_2\, \mathrm{S}(2m+n)\, x^2 \ldots\right)$$

$$+ \frac{\mu(2)}{2^n}\left(f_0\, \mathrm{S}(n) + \frac{f_1}{2^m}\mathrm{S}(m+n)\, x + \frac{f_2}{2^{2m}}\mathrm{S}(2m+n)\, x^2 \ldots,\right)$$

$$+ \frac{\mu(3)}{3^n}\left(f_0\, \mathrm{S}(n) + \frac{f_1}{3^m}\mathrm{S}(m+n)\, x - \frac{f_2}{3^{2m}}\mathrm{S}(2m+n)\, x^2 \ldots\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$= \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{S}(\lambda m + n) x^\lambda \cdot \sum_{\nu=1,2,..}^{\infty} \frac{\mu(\nu)}{\nu^{\lambda m + n}},$$

welche Doppelreihe wegen

$$\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty} \frac{\mu(\nu)}{\nu^{\lambda m+n}} = \mathrm{S}^{-1}(\lambda m + n)$$

aber gleich

$$\sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \, x^\lambda = f(x)$$

ist, welches Resultat auch aus $\underset{n}{\mathfrak{S}}^{+1} \underset{n}{\mathfrak{S}}^{-1} f(x)$ hervorgeht; es gilt demnach

$$\underset{n}{\mathfrak{S}}^{+1} \underset{n}{\mathfrak{S}}^{-1} f(x) \equiv \underset{n}{\mathfrak{S}}^{-1} \underset{n}{\mathfrak{S}}^{+1} f(x) = f(x). \quad . \; . \; . \; (16)$$

Auf dieselbe Weise findet sich

$$\underset{n}{\mathfrak{T}}^{+1} \underset{n}{\mathfrak{T}}^{-1} f(x) \equiv \underset{n}{\mathfrak{T}}^{-1} \underset{n}{\mathfrak{T}}^{+1} f(x) = f(x) \quad . \; . \; . \; (17)$$

und

$$\underset{n}{\mathfrak{U}}^{+1} \underset{n}{\mathfrak{U}}^{-1} f(x) \equiv \underset{n}{\mathfrak{U}}^{-1} \underset{n}{\mathfrak{U}}^{+1} f(x) = f(x), \quad . \; . \; . \; (18)$$

woraus die Berechtigung, die Operationen $\mathfrak{S}^{+1}$ und $\mathfrak{S}^{-1}$, $\mathfrak{T}^{+1}$ und $\mathfrak{T}^{-1}$, $\mathfrak{U}^{+1}$ und $\mathfrak{U}^{-1}$ „*invers*“ zu nennen, hervorgeht.

Den Operationen $\mathfrak{S}^{-1}$, $\mathfrak{T}^{-1}$ und $\mathfrak{U}^{-1}$ widmete Tschebyschew im Journal de Mathématiques pures et appliquées (Liouville), XVI, 1851, p. 337 die „*Note sur différentes séries*“ ohne jedoch die Giltigkeit seiner Entwicklungen untersucht zu haben.

4.

Iterierung der Operationen $\mathfrak{O}$.

Bei Vornahme einer Operation $\mathfrak{S}$ oder $\mathfrak{T}$ an $g(x) = \Sigma |f_\lambda| x^\lambda$ entsteht eine neue Function, welche die der Function $f(x)$ beigemes-

senen Eigenschaften ebenfalls besitzt, da das Resultat nur positive Glieder von der Form

$$\frac{C}{a^r} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)$$

enthält. Es wird auf dieselbe daher neuerdings — ja beliebig oft eine der genannten Operationen angewendet werden können. Immer wird die resultierende Reihenfunction $F(x)$ die bezeichneten Eigenschaften aufweisen und *absolut* convergieren. Durch Ersetzung der $|f_\lambda|$ durch f_λ und einer oder mehrerer der Operationen $\mathfrak{S}$, resp. $\mathfrak{T}$ durch $\mathfrak{S}^{-1}$, $\mathfrak{T}^{-1}$, $\mathfrak{U}$ oder $\mathfrak{U}^{-1}$ werden aber in $F(x)$ nur gewisse Glieder das negative Vorzeichen erhalten bezhw. verschwinden, woraus auf die *absolute Convergenz* des Resultates einer beliebigen jedoch *endlich*-maligen Iterierung dieser Operationen geschlossen werden kann.

In seiner allgemeinsten Form drückt sich dasselbe aus durch die Gleichung

$$\mathfrak{O} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu}^{\infty} \frac{c(\nu)}{\nu^m} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \, \mathbf{H}_\lambda \, x^\lambda, \quad \ldots . (19)$$

worin

$$|x| < \mathfrak{x}, \; m > 1, \; \lambda m + n > 1, \; \lambda m + n_1 > 1, \; \lambda m + n_2 > 1, \ldots,$$

$\mathfrak{O}$ das Symbol für eine *zusammengesetzte* Operation

$$\equiv \underset{n}{\mathfrak{O}}^r \underset{n_1}{\mathfrak{O}}^r \underset{n_2}{\mathfrak{O}}{}_2^r \ldots$$

bedeutet, die darin besteht, dass der Reihe nach die *einfachen* Operationen $\underset{n}{\mathfrak{O}}$ r-mal, $\underset{n_1}{\mathfrak{O}_1}$ r_1-mal, $\underset{n_2}{\mathfrak{O}_2}$ r_2-mal, ... angewendet werden; bedeuten,

$\underset{n}{\mathfrak{O}}$, $\underset{n_1}{\mathfrak{O}_1}$, $\underset{n_2}{\mathfrak{O}_2}$, ... irgend welche der Operationen $\mathfrak{S}^{+1}$, $\mathfrak{T}^{+1}$, $\mathfrak{U}^{+1}$, deren Exponenten positive oder negative ganze Zahlen sind, wobei $\mathfrak{O}^{-r}$ die r-malige Iterierung einer der $\mathfrak{S}^{-1}$, $\mathfrak{T}^{-1}$ oder $\mathfrak{U}^{-1}$ vorstellt;

$\mathbf{H}_\lambda$ ein Product von Potenzen harmonischer Summen H ($=$ S, T oder U) gleich $H^r(\lambda m + n)\, H_1^{r_1}(\lambda m + n_1)\, H_2^{r_2}(\lambda n + n_2) \ldots$ ist und

so gebildet, dass jedem $\mathfrak{O}^r_\varrho$ in $\mathfrak{G}$ ein $\mathrm{H}^r(\sigma)$ in $\mathbf{H}$ entspricht, also einem $\mathfrak{S}^r$, $\mathfrak{T}^r$, $\mathfrak{U}^r$ bezw. im S^r, T^r, U^r;
$n, n_1, n_2, \ldots$ beliebige Zahlen sind, deren grösste n sein soll, welche auch negativ sein können, wenn die im 2. Abschnitte angegebene Bedingung erfüllt ist;
$\mathfrak{c}(\nu)$ eine hauptsächlich von ν und seinen Teilern τ abhängige, daher *zahlentheoretische* Function ist. Eine Ausnahme macht das von der Einheit nicht verschiedene $\mathfrak{c}(1)$.

Der beliebigen Anordnung der Factoren von $\mathbf{H}$ entspricht die beliebige Anordnung der $\mathfrak{O}$ in $\mathfrak{G}$: es gilt daher:

„*Die Operationen* $\mathfrak{O}$ *sind commutativ*".

Der Exponent r der Iterierung wurde bisher als *endlich* vorausgesetzt, weil sich Allgemeines für *unendliche* r nicht feststellen lässt. Für letzteren Fall wird die Entscheidung bezüglich der Convergenz der Untersuchung concreten Falles vorbehalten bleiben müssen.

Die Möglichkeit eines convergenten Ergebnisses bei ∞ — facher Iterierung zeigt das Beispiel

$$\{(\mathfrak{O}^{+1}\mathfrak{O}^{-1})(\mathfrak{O}^{+1}\mathfrak{O}^{-1})\ldots \text{ in inf.}\} f(x) = f(x);$$

ferner

$$\{\mathfrak{O}^p\mathfrak{O}^q\} f(n) = \mathfrak{O}^r f(x),$$

wo bei *unendlichen* p und q die Differenz $p - q = r$ eine *endliche* ganze Zahl ist.

Von $\mathfrak{c}(\nu)$ lässt sich folgendes behaupten:

„*Die zahlentheoretische Function* $\mathfrak{c}(\nu)$ *ist von* m ***unabhängig***".

Denn wird in (19) $f(x) = x^k$, k ganze positive Zahl, genommen, so ist wegen $f_k = 1$, $f_\lambda = o$, $\lambda \gtrless k$,

$$\sum_{\nu}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^{km+n}} = \mathbf{H}_k = \mathrm{H}^r(km+n)\,\mathrm{H}_1^{r_1}(km+n_1)\,\mathrm{H}_2^{r_2}(km+n_2) \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Es bleiben also die $\mathfrak{c}(\nu)$ ungeändert, wenn m mit einem beliebigen Vielfachen km vertauscht wird, woraus folgt, dass das von Null verschiedene $\mathfrak{c}(\nu)$ von m unabhängig ist. Dies ergiebt sich auch bei directer Bestimmung von $\mathfrak{c}(\nu)$, indem die H in der Form

$$H_1(km+n_1)=\sum_{\nu}^{\infty}\frac{\nu^{n-n_1}}{\nu^{n+km}},\quad H_2(km+n_2)=\sum_{\nu}^{\infty}\frac{\nu^{n-n_2}}{\nu^{km+n_2}},\ldots.$$

in H_k eingeführt werden. Nach dem Ausmultiplicieren und Ordnen nach den ν^{-km-n} muss, da keiner der Zähler der Glieder der H von m abhängt, dasselbe auch bei $\mathfrak{c}(\nu)$ der Fall sein, welches schliesslich durch Vergleichung der Coëfficienten gleicher ν^{-km-n} hervorgeht.

Da in den Zählern als Exponenten nur die Differenzen $n-n_1$, $n-n_2$, ... auftreten, so gilt:

„*Die Coëfficienten* $\mathfrak{c}(\nu)$ *sind Functionen der Differenzen* $n-n_1$, $n-n_2$ .....“ Bei der Multiplication leisten die von *Euler* herstammenden Umwandlungen harmonischen der Summen H in unendliche, nach *Primzahlen* fortschreitende Factorenfolgen, deren *absolute* Convergenz erst von *Mertens* strenge bewiesen*) wurde, wesentliche Dienste.

Die Ergebnisse *verschiedener* $\mathfrak{G}$ können endlich noch *lineare* Verbindungen mit einander eingehen; so ergiebt

$$\mathfrak{V}f(x)\equiv\mathfrak{S}f(x)-2^{-m+1}\mathfrak{S}f\left(\frac{x}{2^m}\right)\equiv$$

$$\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty}\frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^{\nu}}f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)=\sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty}f_\lambda V(\lambda m+n)x^\lambda,\quad\ldots\ldots(21)$$

$$V(i)=\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty}(-1)^{\nu-1}\nu^{-i}.$$

Die inverse Operation ist

$$\mathfrak{V}^{-1}f(x)\equiv\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty}\frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^{\nu}}f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)=\sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty}f_\lambda V^{-1}(\lambda m+n)x^\lambda,\quad\ldots\ldots(22)$$

was für $f(x)=x$ in

$$\sum_{\nu=1,2,..}^{\infty}\frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^n}=V^{-1}(n)=$$

$$\left(1+\frac{2^0}{2^n}+\frac{2^1}{2^{2n}}+\frac{2^2}{2^{3n}}\cdots\right)\quad\left(\frac{\mu(1)}{1^n}+\frac{\mu(3)}{3^n}\cdots\right)$$

---

*) Ein anderer Beweis wird auf Seite 19, 20 gegeben.

übergeht, woraus

$$c(\nu) = \begin{cases} \mu(\nu), & \nu \text{ ungerade} \\ 2^{\alpha-1}\mu(u), & \nu = 2^{\alpha}.u, \quad \alpha \geqq 1 \end{cases} \quad \ldots (23)$$

folgt.

Die Identität

$$V(n).V^{-1}(n) = \sum_{\nu=1,2,..}^{\infty} (-1)^{\nu-1}\nu^{-1} . \sum_{\nu=1,2,..}^{\infty} c(\nu)\nu^{-n} = 1$$

ergiebt eine der Relation (9) analoge:

$$c(1) = 1, \quad \sum_{\tau} c(\tau) = o, \quad \nu > 1, \quad \ldots\ldots (24)$$

wo sich die Summation auf alle Teiler τ von $\nu > 1$ erstreckt,

5.

Differentiation und Integration.

In (19) kann sowohl x als auch m und $n, n_1, n_2, \ldots$ als *veränderlich* betrachtet werden. Die Berechtigung zu $(i+1)$ — maliger Differentiation und Integration dieser Gleichung nach einer oder mehreren dieser Grössen hat die *gleichmässige Convergenz* der Ergebnisse *aller* Differentiationen bezw. Integrationen von der ersten bis zur inclusive i-ten Ordnung zur notwendigen Voraussetzung. Es genügt diese Eigenschaft an der linkseitigen Reihe, die mit $\mathfrak{R}$, oder an der rechtsseitigen, die mit R bezeichnet werden möge, nachzuweisen. Denn $\mathfrak{R}$ und R sind nur zwei verschiedene Formen einer und derselben *absolut* und *gleichmässig* convergenten Doppelreihe. Hiebei soll von dem bekannten Satze Gebrauch gemacht werden, dass es für die *Gleichmässigkeit* der Convergenz einer nach *Functionen* fortschreitenden Reihe *hinreicht,* wenn die Reihe der Maximalwerte derselben einfach convergiert.

Der Nachweis erfordert die getrennte Behandlung dreier Hauptfälle.

a) x variabel; $m, n, n_1, n_2, \ldots$ constant. Die aus der Entstehungsweise hervorgehende obige Eigenschaft ergiebt sich auch direct aus

$$\mathrm{R} \equiv \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \mathbf{H}_\lambda x^\lambda,$$

wo die $\mathbf{H}_\lambda$ eine *endliche* Grösse $\mathfrak{H}_0$ nicht überschreiten. Sie findet sich, indem für die in den $\mathbf{H}$ aufgehenden H mit negativen Exponenten ihr Minimum $= 1$ gesetzt wird, wodurch eine Folge von Ausdrücken $\mathrm{H}^a(\lambda m + n)\,\mathrm{H}_1{}^b(\lambda m + n_1)\,\mathrm{H}_2{}^c(\lambda m + n_2)\ldots$ entsteht, unter welchen das erste, aus $\mathbf{H}_0$ hervorgegangene Glied das grösste ist, weil die darin enthaltenen H die kleinsten Indices $n, n_1, n_2, ..$ haben. Es ist daher $\mathfrak{H}_0 = \mathrm{H}^a(n)\,\mathrm{H}_1{}^b(n_1)\,\mathrm{H}^c(n_2)$ und wegen $n > 1,\ n_1 > 1,\ n_2 > 1, \ldots$ *endlich*; folglich besteht

$$\mathrm{R} < \mathfrak{H}_0 \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda x^\lambda = \mathfrak{H}_0 f(x); \quad \ldots \quad (25)$$

ebenso

$$\mathrm{R}^{(i)} \equiv$$

$$\sum_{\nu}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^{im+n}} f^{(i)}\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} \frac{1}{\lambda!} f^{(\lambda+i)}(o)\,\mathbf{H}_{\lambda+i}\, x^\lambda \qquad (26)$$

$$< \mathfrak{H}_i f^{(i)}(x), \quad [x] < \mathfrak{x},$$

wo $\mathfrak{H}_i$ aus H_i so entsteht, wie $\mathfrak{H}_0$ aus H_0.

Ferner ist, wenn $f^{(-i)}(x)$ das i-fache Integral von $f(x)$ mit den Grenzen o und x bezeichnet

$$\sum_{\nu}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^{\nu-im}} f^{(-i)}\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} \frac{1}{\lambda!} f^{(\lambda-i)}(o)\,\mathbf{H}_{\lambda-i}\, x^\lambda$$

$$\equiv \mathrm{R}^{(-i)} < \mathfrak{H}_0 f^{(-i)}(x), \quad |x| > \mathfrak{x}, \quad \ldots \ldots (27)$$

wo in der rechtsseitigen Reihe als untere Grenze $\lambda = o$ angesetz ist, um eine analoge Form mit dem correspondierenden Ausdruck in (26) zu erhalten, während sie thatsächlich $= i$ ist, weil alle $f^{(\lambda-i)}(o)$ von $\lambda = o$ bis $\lambda = i - 1$ verschwinden.

Der Vergleich des Gefundenen mit R ergiebt wegen $(\lambda \pm i)\,m + n = \lambda m + (n \pm im)$ den Satz:

„*Die i-malige* $\left\{\begin{array}{l}\textit{Differentiation} \\ \textit{Integration} \text{ zw. } o \text{ und } x\end{array}\right\}$ *von* $\mathfrak{D}\, f(x)$ *ist iden-*

„tisch mit der Vornahme einer Operation $\mathfrak{O}'$ *an* $\begin{Bmatrix} f^{(i)}(x) \\ f^{(-i)}(x) \end{Bmatrix}$, *welche „durch* $\begin{Bmatrix} \text{Vermehrung} \\ \text{Verminderung} \end{Bmatrix}$ *aller* $n, n_1, n_2, \ldots$ *um mi aus* $\mathfrak{O}$ *hervorgeht“.“*

Symbolisch liesse sich derselbe etwa ausdrücken durch

$$\underset{x}{\mathrm{D}}^{\pm i} \underset{n}{\mathfrak{O}} f(x) = \underset{n \pm mi}{\mathfrak{O}} f^{(\pm i)}(n), \quad \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

wo

$$\mathrm{D}^{(-i)} f(x) = {}^{i}\!\int_{6}^{x} f(x)\, dx$$

ist.

Eine weitere Folgerung ist die Bestätigung der bereits gefundenen Thatsache, dass die von der Form von $f(x)$ unabhängige Function $\mathfrak{c}(\nu)$ *ungeändert* bleibt, wenn sämmtliche $n, n_1, n_2, \ldots$ um dieselbe Grösse *vermehrt* oder *vermindert* wird, oder mit andern Worten, dass $\mathfrak{c}(\nu)$ eine Function von $n - n_1, n - n_2, \ldots$ ist.

Integrationen mit einer Constante x_0 als *untere* Grenze können wegen $\int_{x_0}^{x} f(x)\, dx = \int_{0}^{x} f(x)\, dx - \int_{0}^{x_0} f(x)\, dx$ auf den eben behandelten Fall zurückgeführt werden.

b) m veränderlich, x und $n, n_1, n_2, \ldots$ *constant.*

Werden in

$$(-1)^i \mathfrak{R}^{(i)} = \sum_{\nu}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^n} (\log \nu)^i \mathrm{P}^i \left(\frac{x}{\nu^m} \right) \quad \ldots \quad (29)$$

wo

$$\mathrm{P}_i(x) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \lambda^i f_\lambda x^\lambda = \frac{d^i}{d(\log x)^i} f(x)$$

ist, die $\mathrm{P}_i \left(\frac{x}{\nu^m} \right)$ durch ihre für $m = o$ hervorgehenden Maxima $\mathrm{P}_i(x)$ ersetzt, so entsteht

$$\mathrm{P}_i(x) \sum_{\nu}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^n} (\log \nu)^i;$$

zufolge $\log \nu < (q!\,\nu)^{1:q}$ ist aber letztere Reihe $< (q!)^{i:q} \sum_{\nu}^{\infty} \frac{[\mathfrak{c}(\nu)]}{\nu^{n-i:q}}$ wo q immer so gewählt werden kann, dass $n - i : q > 1$ ausfällt,

und wo der Reihenfactor eine endliche Summe Z besitzt; denn er entsteht aus der absolut convergenten Reihe für H_0, wenn alle $\mathfrak{c}(\nu)$ mit ihren Absolutwerten vertauscht und alle n, n_1, n_2, ... um $i:q$ vermindert werden, was $\mathfrak{c}(\nu)$ ungeändert lässt. Hieraus folgt für beliebige *endliche* i

$$(-1)^i \mathfrak{R}^{(i)} < \mathrm{P}_i(x) \,.\, \mathrm{Z} \quad \ldots \ldots \ldots (30)$$

Die i-malige Integration von $\mathfrak{R}$ bezüglich m, mit der unteren Grenze $=\infty$ und der oberen $=m$, ergiebt für $f_0=o$

$$(-1)^i \mathfrak{R}^{(-i)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^n (\log \nu)^i} \cdot \mathrm{Q}_i\left(\frac{x}{\nu^m}\right), \quad \ldots (31)$$

wo

$$\mathrm{Q}_i(x) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \lambda^{-i} f_\lambda \, x^\lambda < \sum_{\lambda=1}^{\infty} \lambda^{-i} |f_\lambda| \, x^\lambda$$

$$< \sum_{\lambda=1}^{\infty} f^{\lambda} x^{\lambda} = g(x)$$

ist.

Wird nun in (30) $\mathrm{Q}_i\left(\frac{x}{\nu^m}\right)$ durch $g(x)$ ersetzt, so entsteht das grössere $g(x) \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^n (\log \nu)^i}$. Letztere Reihe hat aber eine *endliche* Summe Z_1, weil $\mathrm{H}_0 = \Sigma \frac{\mathfrak{c}(\nu)}{\nu^n}$ absolut convergiert; demnach ist für beliebige i

$$(-1)^i \mathfrak{R}^{(-i)} < g(x) \,.\, \mathrm{Z}_1 \quad \ldots \ldots \quad (32)$$

Der Fall, wo die untere Grenze eine endliche Constante m_0 ist, wird wegen

$$\int_{m_0}^{m_1} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) dm = \int_{\infty}^{m} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) dm - \int_{\infty}^{m_0} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) dm$$

auf den vorigen zurückgeführt, wobei $f(o)$ auch von Null verschieden sein kann.

c) Mindestens eine der Grössen n, n_1, n_2, ... ***veränderlich;*** die anderen, *m und x constant.*

In

$$\mathrm{R}^{(i)} = \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \overset{(i)}{\mathbf{H}}_\lambda x^\lambda \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$

wo

$$\overset{(i)}{\mathbf{H}}_\lambda = \frac{d^i \mathbf{H}_\lambda}{dn^{\mathfrak{n}} \, . \, dn_1^{\mathfrak{n}_1} \, . \, dn_2^{\mathfrak{n}_2} \, . \, . \, . \, .}, \quad \mathfrak{n} + \mathfrak{n}_1 + \mathfrak{n}_2 + \, . \, . \, . \, . = i$$

ist, sind die $\overset{(i)}{\mathbf{H}}_\lambda$ combinatorische Aggregate, in welchen eine *endliche* Anzahl von Ableitungen $\overset{(\alpha)}{\mathrm{H}}(\lambda m + n)$, $\overset{(\beta)}{\mathrm{H}}_1(\lambda m + n_1)$, $\overset{(\gamma)}{\mathrm{H}}_2(\lambda m + n_2), \ldots$, $0 \leqq \alpha \leqq i$, $0 \leqq \beta \leqq i$, $0 \leqq \gamma \leqq i$, durch eine *endliche* Anzahl von Operationen so mit ninander verknüpft erscheinen, dass $\mathbf{H}_\lambda^{(i)} = \mathrm{F}(\lambda)$ gesetzt werden kann. Die Nenner der Bestandteile von $\mathbf{H}_\lambda^{(i)}$ sind Producte von Potenzen der in H_λ enthaltenen H^{-1}. Sämmtliche $\overset{(\varkappa)}{\mathrm{H}}(r)$ sind *endlich,* denn zufolge

$$\log \nu < (q \, ! \, \nu)^{1:q},$$

wo q eine beliebige endliche ganze Zahl bedeutet, ist $\overset{(\varkappa)}{\mathrm{S}}(r)$ und folglich auch

$$\left| \overset{(\varkappa)}{\mathrm{H}}(r) \right| < (q\,!)^{\varkappa q} \, \mathrm{S}\,(r - \varkappa : q),$$

wo $r - \varkappa : q$ bei irgendwelchem q nur dann > 1 ist, wenn $r > 1$ ist, was wegen $\lambda m + n > 1$, $\lambda m + n_1 > 1$, $\lambda m + n_2 > 1, \ldots$ bei allen H zutrifft.

Werden nun in allen $\mathbf{H}^{(i)}$ die negativen Glieder derselben unterdrückt und in den Nennern die darin aufgehenden $\mathrm{H}\,(\lambda m + n)$ durch ihre Minima $= 1$ ersetzt, so ist das erste, aus $\overset{(i)}{\mathbf{H}}_0$ hervorgegangene Glied $\mathfrak{h}_i$ wegen $\overset{(\varkappa)}{\mathrm{H}}(r) > \overset{(\varkappa)}{\mathrm{H}}(r + 1)$ grösser als alle nachfolgenden, daher

$$\max \mathfrak{h}_i > \max \mathbf{H}_\lambda^{(i)}, \; \lambda = 0, \; 1, \; 2, \ldots,$$

folglich

$$\sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \max \mathbf{H}_\lambda^{(i)} x^\lambda < \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} |f_\lambda| \max \mathbf{H}_\lambda^{(i)} x^\lambda$$

$$< \max \mathfrak{h}_i \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} |f_\lambda| x^\lambda = \max \mathfrak{h}_i \; g(x), \quad . \; . \; . \; . \; (33)$$

wo $\max \mathfrak{h}_i$ wegen der selbst für noch so nahe bei 1 liegenden n bestehenden Endlichkeit der $\overset{(\varkappa)}{H}(n)$ für alle $0 \leqq i < \infty$ ebenfalls *endlich* ist.

Um das rücksichtlich der n, n_1, n_2, ... gleichmässig convergente R bezüglich dieser Variabelen bezw. $\mathfrak{n}$ —, $\mathfrak{n}_1$ — $\mathfrak{n}_2$ —, ... -mal integriren zu können, wird es im Allgemeinen notwendig sein die $\mathbf{H}_\lambda$ durch Reihen auszudrücken, wass mittelst Ersetzung der darin enthaltenen H durch ihre gleichwertigen Reihen und Multiplication derselben bewirkt werden kann.

Ist für jede Integration ∞ die untere und n, bezw. n_1, n_2, ... die obere Grenze, so entsteht eine Reihe $R^{(-i)}$, $i = \mathfrak{n} + \mathfrak{n}_1 + \mathfrak{n}_2 + \ldots$, von Gliedern: $\pm$ const : $(abc\ldots)^n (\log a)^{\mathfrak{n}} (\log b)^{\mathfrak{n}_1} (\log c)^{\mathfrak{n}_2}$ ..... worin a, b, c, ... ganze Zahlen bedeuten, welche sämmtlich kleiner sind als jene Glieder von R, aus denen sie entstanden, u. zw. werden sie um so kleiner je grösser $\mathfrak{n}$, $\mathfrak{n}_1$, $\mathfrak{n}_2$, ... ist.

Sind nun alle Glieder von R *positiv*, so folgt sofort die *gleichmässige* Convergenz aller $R^{(-i)}$ für beliebige i.

Sind aber positive *und* negative Glieder vorhanden, so geht durch Vertauschung von f_λ mit $|f_\lambda|$ eine Reihe R_1 hervor, welche noch negative Glieder enthalten kann, die von den in den H_λ aufgehenden H^{-1} und U herrühren. Nun unterscheiden sich Letztere von S nur durch das negative Vorzeichen und das Fehlen gewisser Glieder. Werden daher in den $\mathbf{H}$ alle $\overset{-1}{H}_{(r)}$ und $U_{(r)}$ durch $S_{(r)}$ ersetzt, so entsteht eine weitere Reihe R_{II}, die sämmtliche Glieder von R enthält, jedoch alle mit positiven Vorzeichen. Nach Obigem ist aber dann das, sämmtliche Glieder von $\overset{(-i)}{R}$ — mit positivem Vorzeichen — enthaltende Integrations- Ergebnis $\overset{(-i)}{R}_{II}$ gleichmässig convergent, folglich convergiert

$$\overset{(-i)}{R}_{\max} \equiv \sum_{\lambda=0,1,..}^{\infty} f_\lambda \max \overset{(-i)}{\mathbf{H}}_\lambda x^\lambda < \overset{(-i)}{R}_{II} \quad . \; . \; . \; . \; (34)$$

Infolge

$$\int_{n_0}^{n} \mathbf{H}_\lambda \, dn = \int_{\infty}^{n} \mathbf{H}_\lambda \, dn - \int_{\infty}^{n_0} \mathbf{H}_\lambda \, dn$$

können wieder Integrationen, wo die untere Grenze eine *endliche* Grösse n_0 ist, auf den vorigen Fall zurückgeführt werden.

Die Ergebnisse (25), (26), (27), (30), (32), (33) und (34) lassen sich nun zusammenfassen in dem einen Satze:

„*Die aus* $\mathfrak{O} f(x)$ *hervorgehende Gleichung* $\mathfrak{R} = \mathrm{R}$ *darf bezüglich* „*der Grössen* x, m *und* n, n_1, n_2, . . . *endliche Male* ***differentiirt*** „*und* ***integriert*** *werden; die Resultate sind gleichmässig convergent* „*für* $|x| < \mathfrak{x}$.“

6.

Specielle Iterierungen.

Gewisse zusammengesetzte Operationen führen zu einfach gebildeten $\mathfrak{c}(\nu)$. Bei ihrer Bestimmung soll von der auf Seite (9) angekündigten Methode Gebrauch gemacht und $f(x) = 1$ gesetzt werden. Bemerkenswerte Eigenschaften derselben leiten sich aus der Commutativität der $\mathfrak{O}$ ab.

Um stete Wiederholungen zu vermeiden und eine einfachere Schreibung zu erzielen bezeichne:

$\tau = 2^{\alpha_1} 3^{\beta_1} 5^{\gamma_1}$ . . . einen Teiler der beliebigen Zahl $\nu = 2^{\alpha} 3^{\beta} 5^{\gamma}$ . . . ,

τ^1 den complementären Teiler $= \nu : \tau = 2^{\alpha_2} 3^{\beta_2} 5^{\gamma_2}$ . . . ,

so dass also $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$, $\beta_1 + \beta_2 = \beta$, $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$, . . . ist, $\sum\limits_{\tau} \psi(\tau)$ eine sich über alle Teiler τ von ν erstreckende Summe, $\mathfrak{p}$ eine Primzahl > 1,

$\mathfrak{d}^{(k)}(\nu)$ die Summe der k-ten Potenzen aller Teiler von ν, $\varkappa = 3^{\beta} 5^{\gamma} 7^{\delta}$ . . . eine *ungerade* Zahl.

a) $$\underset{n}{\mathfrak{S}^r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_r\, \nu}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0,1,\ldots}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{S}^r(\lambda m + n)\, x^\lambda; {}^{*})$$

. . . . (35)

$$f(x) = 1:$$

---

*) Hieraus entstehen für $f(x) = \operatorname{tang} x$, $m = 1$, $n = 1$, die von J. W. L. Glaisher in „The Messenger of Mathematics“, (2), XIX, p. 138—146, mitgetheilten sehr speciellen Formeln.

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_n\,\nu}{\nu^n} = S^r(n) = \prod_{p=2}^{\infty} (1 - p^{-n})^{-r} =$$

$$\prod_{p=2}^{\infty} \left[1 - \binom{-r}{1} p^{-n} + \binom{-r}{2} p^{-2n} \ldots\right];$$

folglich

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{a}_r(\nu) &= (-1)^{\alpha+\beta+\gamma\ldots} \binom{-r}{\alpha}\binom{-r}{\beta}\binom{-r}{\gamma}\ldots \\ &= \binom{r+\alpha-1}{\alpha}\binom{r+\beta-1}{\beta}\binom{r+\gamma-1}{\gamma}\ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots (36)$$

Insbesonders für $r = 2$ ist

$$\mathfrak{a}_2(\nu) = (\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)\ldots, \quad \ldots\ldots (37)$$

d. h. gleich der *Anzahl* $\mathfrak{d}^{(0)}(\nu)$ *der Teiler* von ν, eine Thatsache, die vom Verfasser bereits in seiner „*Darstellung der harmonischen Reihen durch Factorenfolgen*", Archiv f. Math. u. Phys. (2), T. IX, p. 302 mitgeteilt hat.

b) $\mathfrak{T}^r_n f(x) =$

$$\sum_{\varkappa=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_r(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda\, T^r(\lambda m + n)\, x^\lambda, \quad \ldots (38)$$

wo $\mathfrak{a}_r(\varkappa)$ die obige Bedeutung hat.

c) $\mathfrak{U}^r f(x) \equiv$

$$\sum_{\varkappa=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{b}(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda\, U^r(\lambda m + n)\, x^\lambda; \quad \ldots (39)$$

$$f(x) = 1:$$

$$\sum_{\varkappa=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{b}(\varkappa)}{\varkappa^n} U^r(n) = \prod_{p=3}^{\infty} \left(1 + (-1)^{\frac{p+1}{2}} p^{-n}\right)^{-r}$$

$$= \prod_{p=3}^{\infty} \Big[1 + (-1)^{1\cdot\frac{p+1}{2}} \tbinom{-r}{1} p^{-n} + (-1)^{2\frac{p+1}{2}} \tbinom{-r}{2} p^{-2n}$$

$$+ (-1)^{3\frac{p+1}{2}} \tbinom{-r}{3} p^{-3n} \ldots\Big],$$

daher

$$\mathfrak{b}(\varkappa) = (-1)^{\varepsilon} \binom{-r}{\beta} \binom{-r}{\gamma} \binom{-r}{\delta} \ldots, \quad (\varkappa = 3^{\beta} 5^{\gamma} 7^{\delta} \ldots),$$

wo

$$\varepsilon = \frac{3+1}{2}\beta + \frac{5+1}{2}\gamma + \frac{7+1}{2}\delta \ldots$$

$$= \frac{3-1}{2}\beta + \gamma + \frac{7-1}{2}\delta \ldots + \beta + \gamma + \delta + \ldots$$

$$= \frac{\varkappa - 1}{2} + \beta + \gamma + \delta \ldots, \qquad (39')$$

folglich

$$\mathfrak{b}(\varkappa) = (-1)^{\frac{\varkappa-1}{3}} \binom{r+\gamma-1}{\beta} \binom{r+\gamma-1}{\gamma} \binom{r+\delta-1}{\delta} \ldots\ldots$$

$$= (-1)^{\frac{\varkappa-1}{2}} \mathfrak{a}_r(\varkappa). \qquad \ldots\ldots (40)$$

Wird von (35) $f(x) = \Sigma f_\lambda x^\lambda$ subtrahiert und beiderseits durch r dividiert, so kommt wegen $\mathfrak{a}_r(1) = 1$:

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_r(\nu)}{r \cdot \nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} f_\lambda \frac{S^r(\lambda m + n) - 1}{r} x^\lambda, \quad \ldots (41)$$

worin

$$\frac{1}{r} \mathfrak{a}_r(\nu) = \frac{1}{r} \binom{r+\alpha-1}{\alpha} \binom{r+\beta-1}{\beta} \ldots\ldots$$

für $r = o$ verschwindet, wenn die Anzahl der Factoren > 1 ist, d. h., wenn in ν mehr als eine Primzahl aufgeht, hingegen für $\nu = p^\omega$ gleich $\left\{\binom{r+\omega-1}{\omega} : r\right\}_0 = 1 : \omega$ wird, ferner $\{[S^r(\lambda m + n) - 1] : r\}_{r=0} = \log S(\lambda m + n)$ ist.

Für $r = o$ übergeht daher (41) in

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{1}{\omega \nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\nu=0}^{\infty} f_\lambda \log S(\lambda m + n) x^\lambda, \quad \ldots (42)$$

wo ν nur Primzahlpotenzen p^ω, $\omega > 0$, $p > 1$, durchläuft.

Hieraus geht für $x = 0$ die Gleichung

$$\sum_{\omega=1,\, p=1,\ldots}^{\infty \cdot \infty} \frac{1}{\omega\, \nu^{\omega \nu}} = \log S(n), \; n > 1. \qquad \ldots (43)$$

hervor, welche auch in die Form

$$\log S(n) = \sum_{p=2}^{\infty}\left(\frac{1}{1p^n} + \frac{1}{2p^{2n}} + \frac{1}{3p^{3n}} \ldots\right)$$

$$= \sum_{p=2}^{\infty} \log\left(\frac{1}{1-p^{-n}}\right) = \log \prod_{p=2}^{\infty} \frac{1}{1-p^{-n}}$$

oder

$$S(n) = \prod_{p=2}^{\infty} \frac{1}{1-\frac{1}{p^n}}, \qquad \ldots . (44a)$$

$$n > 1$$

gebracht werden kann.

Auf dieselbe Art findet sich aus (39)

$$U(m) = \prod_{p=3}^{\infty} \frac{1}{1+(-1)^{\frac{p+1}{2}} p^{-m}} \qquad \ldots . (44b)$$

Hiemit erscheinen diese bekannten Euler'*schen* Transformationen (44*a*) und (44*b*) auf analytischem Wege neu begründet. Die *absolute Convergenz* der Factorenfolgen ergiebt sich aus jener der allgemeineren Reihen in (35) und (39).

Die Relation (42) ist noch einer wesentlichen Verallgemeinerung fähig. Aus (19) folgt nähmlich

$$\mathfrak{O}^r f(x) \equiv \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}_\nu(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \mathsf{H}_\lambda^r x^\lambda$$

und da $\mathfrak{c}^r(1) = 1$ ist auch

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}_r(\nu)}{r\,\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \frac{\mathsf{H}_\lambda^r - 1}{r} x^\lambda,$$

woraus für $r = o$

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{1}{\nu^n}\left(\frac{\mathfrak{c}_r(\nu)}{\nu}\right)_{r=0} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \log \mathsf{H}_\lambda x^\lambda, \qquad \ldots . (45)$$

$$x | < \mathfrak{x}$$

hervorgeht. —

Für $f(o) = o$, $m > 1$, $n = o$ verwandelt sich ferrer (42) in

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \left[\frac{\mathfrak{a}_r(\nu)}{r}\right]_{r=0} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\omega=1,\, p=2}^{\infty,\,\infty} \frac{1}{\omega} f\left(\frac{x}{p^{\omega m}}\right)$$

$$= \sum_{\lambda=1}^{\infty} f_\lambda \log S(\lambda m)\, x^\lambda.$$

Wird nun auf diese Anschücke eine der $\mathfrak{T}_1^{-1}$ analoge Operation angewendet, so kommt

$$\sum_{\sigma=1}^{\infty} \frac{\mu(\sigma)}{\sigma} \sum_{\omega=1,\, p=2}^{\infty,\,\infty} \frac{1}{\omega} f\left(\frac{x}{p^{\sigma\omega m}}\right) = \sum_{p=2}^{\infty} \left\{ \sum_{\sigma=1}^{\infty} \frac{\mu(\sigma)}{\sigma} \sum_{\omega=1}^{\infty} \frac{1}{\omega} f\left(\frac{x}{p^{\sigma\omega m}}\right) \right\}$$

$$= \sum_{p=2}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \mu(1)\left[\frac{1}{1} f\left(\frac{x}{p^m}\right) + \frac{1}{2} f\left(\frac{x}{p^{2m}}\right) + \frac{1}{3} f\left(\frac{x}{p^{3m}}\right) + \frac{1}{4} f\left(\frac{x}{p^{4w}}\right) \cdots\right] \\ + \mu(2)\left[\qquad + \frac{1}{2} f\left(\frac{x}{p^{2m}}\right) \qquad + \frac{1}{4} f\left(\frac{x}{p^{4m}}\right) \cdots\right] \\ + \mu(3)\left[\qquad\qquad + \frac{1}{3} f\left(\frac{x}{p^{4m}}\right) \cdots \right] \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array} \right\}$$

$$= \sum_{p=2}^{\infty} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} f_\lambda\, \mathfrak{P}(\lambda m)\, x^\lambda,$$

$$\mathfrak{P}(m) = \sum_{p=2}^{\infty} \frac{1}{p^m},$$

woraus

$$\sum_{\sigma=1}^{\infty} \frac{\mu(\sigma)}{\sigma} \sum_{\nu=2}^{\infty} \left[\frac{\mathfrak{a}_r(\nu)}{r}\right]_{r=0} f\left(\frac{x}{\nu^{\sigma m}}\right) = \sum_{p=2}^{\infty} f\left(\frac{x}{p^m}\right) \quad \cdots (\odot)$$

folgt, was in Worten ausgedrückt lautet:

„Die an der für $|x| < \mathfrak{x}$ holomorphen Function $f(x)$, $f(x) = o$, vorgenommene durch

$$\sum_{\sigma=1}^{\infty} \frac{\mu(\sigma)}{\sigma} \left[\frac{\underset{m\sigma,\,n}{\mathfrak{S}^r} f(x) - f(x)}{r} \right]_{r=0}$$

definierte Operation erzeugt eine sich nur auf Primzahlen p beziehende Reihe

$$\sum_{p=2}^{\infty} f\left(\frac{x}{p^m}\right),$$

welche für alle $|x| < \mathfrak{x}$ *und* $m > 1$ *gleichmässig convergiert.*

d) $$\underset{n}{\mathfrak{S}^{-r}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{e}_r(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{S}^{-r}(\lambda m + n \; x^\lambda; \quad \ldots (46)$$

$$f(x) = 1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{r}_r(\nu)}{\nu^n} = \mathrm{S}^{-r}(n) = \prod_{p=2}^{\infty} (1 - p^{-n})^r$$

$$= \prod_{p=2}^{\infty} \left[1 - \binom{r}{1} p^{-n} + \binom{r}{2} p^{-2n} - \binom{r}{3} p^{-3n} \ldots + (-1)^r p^{-rn}\right],$$

somit

$$\mathfrak{e}_r(\nu) = (-1)^{\alpha+\beta+\gamma\cdots} \binom{r}{\alpha}\binom{r}{\beta}\binom{r}{\gamma} \ldots \quad \ldots (47)$$

und daher $= o$, wenn auch nur eine einziger Exponent der in ν aufgehenden Primzahlen r übertrifft.

e) $$\mathfrak{T}^{-r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\varkappa=1,3,\ldots} \frac{\mathfrak{e}_r(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{T}^{-r}(\lambda m + n)\, x^\lambda, \quad . \text{—}(48)$$

wo $\mathfrak{e}_r(\varkappa)$ aus (47) zu entnehmen ist.

f) $$\mathfrak{U}^{-r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{f}_r(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{U}^{-r}(\lambda m + n) \, . \, x^\lambda \, ; \quad . \; . \; (49)$$

$$f(x) = 1\,;$$

$$\sum_{x=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{f}_r(\varkappa)}{\varkappa^n} = \mathrm{U}^{-r}(n) = \prod_{p=3}^{\infty} (1 + (-1)^{\frac{p+1}{2}} p^{-n})^r$$

$$= \prod_{p=3}^{\infty} (1 + (-1)^{1 . \frac{p+1}{2}} \tbinom{r}{1} p^{-n} + (-1)^{2 \frac{p+1}{2}} \tbinom{r}{2} p^{-2n} \ldots$$

$$+ (-1)^{r \frac{p+1}{2}} \tbinom{r}{r} p^{-rn}],$$

mithin

$$\mathfrak{f}_r(\varkappa) = (-1)^\varepsilon \tbinom{r}{\beta} \tbinom{r}{\gamma} \tbinom{r}{\delta} \ldots = (-1)^{\frac{x-1}{2}} \mathfrak{e}_r(\varkappa)\,, \quad . \; . \; (49')$$

daher $= o$, wenn auch nur ein einziger der Exponenten β, γ, δ, ... $> r$ ist.

g)
$$\underset{n}{\mathfrak{S}} \underset{n-k}{\mathfrak{S}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{d}_1^{(k)}(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{S}(\lambda m + n) \, \mathrm{S}(\lambda m + n - k) \, x^\lambda \, ;$$

$$. \; . \; . \; . \; . \; (50)$$

$$n > k\,;$$

$$f(x) = 1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{d}_1^{(k)}(\nu)}{\nu^n} = \mathrm{S}(n) \, \mathrm{S}(n-k)$$

$$= \left(\frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \ldots\right) \left(\frac{1^k}{1^n} + \frac{2^k}{2^n} + \frac{3^k}{3^n} \ldots\right.$$

Da

$$\frac{1}{\tau_1^n} \cdot \frac{\tau^k}{\tau^n} = \frac{\tau^k}{\tau^n}$$

ein Glied des Productes ist, so folgt

$$\mathfrak{d}_1^{(k)}(\nu) = \sum_{\nu} \tau^k, \quad . \; . \; . \; . \; . \; (51)$$

d. h. *gleich der Summe der k-ten Potenzen aller Teiler τ von ν.*

h) $$\underset{n}{\mathfrak{T}}\underset{n-k}{\mathfrak{T}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{d}_{1(\varkappa)}^{(k)}}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right] = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{T}(\lambda m + n)\, \mathrm{T}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda .$$

$$\ldots\ldots (52)$$

i) $$\underset{n}{\mathfrak{U}}\underset{n-k}{\mathfrak{T}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{x-1}{2}} \mathfrak{d}_1^{(k)}(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{U}(\lambda m + n)\, \mathrm{U}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda .$$

$$\ldots\ldots (54)$$

j) $$\underset{n}{\mathfrak{S}^r}\underset{n-k}{\mathfrak{S}^r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{d}_1^{(k)}(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{S}^r(\lambda m + n)\, \mathrm{S}^r(\lambda m + n - k)\, x^\lambda ;$$

$$\ldots\ldots (54)$$

$$f(x) = 1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{d}_r^{(k)}(\nu)}{\nu^n} = \mathrm{S}^r(n)\, \mathrm{S}^r(n-k)$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_r(\nu)}{\nu^n} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_r(\nu)\,.\,\nu^k}{\nu^n},$$

wo $\mathfrak{a}_r(\nu)$ durch (36) bestimmt ist.

Da

$$\frac{\mathfrak{a}_r(\tau_1)}{\tau_1^n} \cdot \frac{\mathfrak{a}_r(\tau)\,\tau^k}{\tau^n}$$

ein Glied des Productes mit dem Nenner $(\tau\tau_1)^n = \nu^n$ ist, so folgt

$$\mathfrak{d}_r^{(k)}(\nu) = \sum_{\tau} \mathfrak{a}_r(\tau)\, \mathfrak{a}_r(\tau)\, \tau^k \qquad \ldots\ldots (55)$$

Für $k = 0$ übergeht dieser Fall in den unter *a)* behandelten, wenn dort $2r$ für r geschrieben wird, wofür $\mathfrak{a}'_r(\nu)$ hervorgeht, während

$$\mathfrak{d}_r^{(o)}(\nu) = \sum_{n} \mathfrak{a}_r(\tau)\,.\,\mathfrak{a}_r(\tau_1)$$

gleich der *Teileranzahl* von ν wird. Zufolge $\mathfrak{d}_r^{(o)}(\nu) = \mathfrak{a}_r(\nu)$ ist dann

$$\left.\begin{array}{l}\sum\limits_{\tau}\left\{\binom{r+\alpha_1-1}{\alpha_1}\binom{r+\beta_1-1}{\beta_1}\binom{r+\gamma_1-1}{\gamma_1}\cdots\binom{r+\alpha_2-1}{\alpha_2}\binom{r+\beta_2-1}{\beta_2}\binom{r+\gamma_2-1}{\gamma_2}\cdots\right\} \\ =\binom{2r+\alpha-1}{\alpha}\binom{2r+\beta-1}{\beta}\binom{2r+\gamma-2}{\gamma}\cdots \\ \alpha_1+\alpha_2=\alpha,\quad \beta_1+\beta_2=\alpha,\quad \gamma_1+\gamma_2=\gamma,\ldots\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (56)$$

k)
$$\underset{n}{\mathfrak{S}^i}\ \underset{n-k}{\mathfrak{S}}\ f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\delta_i^{(k)}(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{S}^i(\lambda m+n)\,\mathrm{S}(\lambda m+n-k)\, x^\lambda; \quad \ldots\ldots (57)$$

$$f(x)=1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\delta_i^{(k)}(\nu)}{\nu^n} = \mathrm{S}^i(n)\,\mathrm{S}(n-k) = \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\mathfrak{a}_i(\nu)}{\nu^n}\cdot\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\nu^k}{\nu^n}$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sum\limits_{\tau}\mathfrak{a}_i(\tau)\,\tau_1^k}{\nu_n}$$

ferner

$$= [\mathrm{S}^{i-1}(n)\,\mathrm{S}(n-k)]\,.\,\mathrm{S}(n) = \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\delta_{i-1}^{(k)}}{\nu^n}\cdot\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu^n}$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sum\limits_{\tau}\delta_{i-1}^{(k)}(\tau)}{\nu^n},$$

daher

$$\delta_i^{(k)}(\nu) = \sum_{\tau}\delta_{i-1}^{(k)}(\tau) = \sum_{\tau}\mathfrak{a}_i(\tau)\,.\,\tau_1^k,$$

wo $\mathfrak{a}_r(\tau)$ sich aus (36) für $\tau = 2^{\alpha_1}\,3^{\beta_1}\,5^{\gamma_1}\ldots$ und $r=i$ ergiebt. Hieraus geht nun der Satz hervor:

„Die zahlentheoretische Function $\delta_i^{(k)}(\nu)$, definiert durch

$$\left.\begin{array}{l}\delta_i^{(k)}(\nu) = \sum\limits_{\tau}\delta_{i-1}^{(k)}(\nu),\quad \delta_i^{(k)}(\nu) = \sum\limits_{\tau}\tau^k, \\ k \gtreqless o, \\ \text{„ist identisch mit} \\ \nu^k\sum\limits_{\tau}\frac{1}{\tau^k}\binom{i+\alpha_1-1}{\alpha_1}\binom{i+\beta_1-1}{\beta_1}\binom{i+\gamma_1-1}{\gamma_1}\ldots,\end{array}\right\} \quad \ldots (58)$$

l) $$\mathfrak{T}^i_n \mathfrak{T}_{n-k} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1,3,..}^{\infty} \frac{\delta_i^{(k)}(x)}{x^n} f\left(\frac{x}{x^n}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \mathrm{T}^i(\lambda m + n)\,\mathrm{T}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda \;. \qquad \ldots\ldots (59)$$

m) $$\mathfrak{U}^i_n \mathfrak{U}_{n-k} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1,3,..}^{\infty} (-1)^{\frac{x-1}{2}} \frac{\delta_i^{(k)}(x)}{x^n} f\left(\frac{x}{x^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{U}^i(\lambda m + n)\,\mathrm{U}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda . \qquad \ldots\ldots (60)$$

n) $$\mathfrak{S}^{-1}_n \mathfrak{S}^{-1}_{n-k} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{g}(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda\, \mathrm{S}^{-1}(n)\,\mathrm{S}^{-1}(n-k)\, x^\lambda ; \qquad \ldots\ldots (61)$$

$$x) = 1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{g}(\nu)}{\nu^n} = \mathrm{S}^{-1}_{(n)}\,\mathrm{S}^{-1}_{(n-k)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mu(\nu)}{\nu^n} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mu(\nu)\,.\,\nu^k}{\nu^n} ,$$

demnach

$$\mathfrak{g}(\nu) = \sum_{\tau} \mu(\tau)\,\mu(\tau_1)\,\tau^k \qquad \ldots\ldots (62)$$

Hier sind nun drei Fälle zu unterscheiden

α) ν ist durch keine Quadratzahl teilbar, dann ist wegen

$$\mu(\tau)\,.\,\mu(\tau_1) = \mu(\nu)$$

$$\mathfrak{g}(\nu) = \mu(\nu)\,\mathfrak{d}_1^{(k)}\,\nu ;$$

β) ν ist durch das Quadrat eines Primzahlen-Producten q teilbar.

$$\mathfrak{g}(\nu) = \mu\left(\frac{\nu}{q^2}\right) \mathfrak{d}_1^{(k)} \left(\frac{\nu}{q^2}\right);$$

γ) ν ist durch die dritte Potenz einer Primzahl teilbar:

$$\mathfrak{g}(\nu) = o$$

o)
$$\underset{n}{\mathfrak{T}}^{-1}\underset{n-k}{\mathfrak{T}}^{-1} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\mathfrak{g}(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{T}^{-1}(\lambda m + n)\, \mathrm{T}^{-1}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda$$

. . . . . . (63)

p)
$$\underset{n}{\mathfrak{U}}^{-1}\underset{n-k}{\mathfrak{U}}^{-1} f(x) \equiv$$

$$\sum_{1=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\frac{x-1}{2}} \frac{\mathfrak{g}(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^n}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f^\lambda \, \mathrm{U}^{-1}(\lambda m + n)\, \mathrm{U}^{-1}(\lambda m + n - k) x^\lambda$$

. . . . . . (64)

q)
$$\underset{n}{\mathfrak{S}}^{-r}\underset{n-k}{\mathfrak{S}}^{-r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{h}_r(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{0=\lambda}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{S}^{-r}(\lambda m + n)\, \mathrm{S}^{-r}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda\,;$$

. . . . . . (65)

$$f(x) = 1$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{h}_r(\nu)}{\nu^n} = \mathrm{S}_{(n)}^{-r}\ \mathrm{S}_{(n-k)}^{-r}\,;$$

mithin

$$\mathfrak{h}_r(\nu) = \sum_{\tau} \mathfrak{e}_r(\tau)\, \mathfrak{e}_r(\tau_1)\, \tau^k, \qquad \ldots\ldots (66)$$

wo $\mathfrak{e}_r(\tau)$, $\mathfrak{e}_r(\tau)$ aus (47) zu entnehmen ist.

Für $k = 0$ wird (65) identisch mit (46), wenn ν mit $2r$ vertauscht wird, infolge dessen die Identität hervorgeht

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{\tau} \left\{\binom{r}{\alpha_1}\binom{r}{\beta_1}\binom{r}{\gamma_1}\cdots\binom{r}{\alpha_2}\binom{r}{\beta_2}\binom{r}{\gamma_2}\cdots\right\} = \binom{2r}{\alpha}\binom{2r}{\beta}\binom{2r}{\gamma}\cdots \\ \alpha_1 + \alpha_2 = \alpha, \quad \beta_1 + \beta_2 = \beta, \quad \gamma_1 + \gamma_2 = \gamma_2, \ldots \end{array}\right\}$$

. . . . . . (67)

r).
$$\underset{n}{\mathfrak{T}}^{-r}\underset{n-k}{\mathfrak{T}}^{-r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1,3,\ldots} \frac{\mathfrak{h}_r(\nu)}{\nu_n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{T}^{-r}(\lambda m + n)\, \mathrm{T}^{-r}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda. \quad (68)$$

s).
$$\underset{n}{\mathfrak{U}}^{-r}\underset{n-k}{\mathfrak{U}}^{-r} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1,3,..}^{\infty} (-1)^{\frac{x-1}{2}} \frac{\mathfrak{h}_r(x)}{x^n} f\left(\frac{x}{x^m}\right) = \sum_{\lambda=o}^{\infty} f_\lambda\, U^{-r}{}_1(\lambda m + n)\, U^{-r}(\lambda m + n - k)\, x \quad \ldots \ldots (69)$$

t)

$$\underset{n}{\mathfrak{S}^{-i}}\ \underset{n-r}{\mathfrak{S}^{-i}} f(x) =$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\chi_i^{(k)}(\nu)}{\nu^n} f \frac{(x)}{\nu^m} = \sum_{\lambda=o}^{\infty} f_\lambda\, s^{-i}(\lambda m + n) S^{-1}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda; \ . \ (70)$$

$$f(x) = 1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\chi_i^{(k)}(\nu)}{\nu^n} = S^{-1}_{(n)} \,.\, S_{(n-k)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{e}_i(\nu)}{\nu^n} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu^k}{\nu^n}$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\sum_\tau \mathfrak{e}_i(\tau)\,.\,\tau^k,}{\nu^n}$$

ferner

$$= S^{-1(i-1)}_{(n)} S^{-1}_{(n)} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\chi_{i-1}^{(k)}(\nu)}{\nu^n} \,.\, \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mu(\nu)}{\nu^n},$$

daher

$$\chi_i^{(k)}(\nu) = \sum_\tau \mu(\tau)\, \chi_{i-1}^{(k)}(\tau_1) = \sum_\iota \mathfrak{e}_i(\tau)\,.\,\tau_1{}^k,$$

woraus der Satz folgt:

„Die Zahlentheoretische Function $\chi_i^{(k)}$, *definiert durch*

$$\left.\begin{array}{l} \chi_i^{(k)}(\nu) = \sum_\tau \mu(\tau_1)\, \chi_{i-1}^{(k)}(\tau), \\ \chi_1^{(k)}(\nu) = \mu \sum \mu(\tau)\, \mu(\tau_1)\, \tau^k, \\ k \lesseqgtr o, \\ \text{„ist identisch mit} \\ \nu^k \sum_\tau (-1)_{\alpha+\beta+\gamma\,..} \frac{1}{\tau^k} \binom{i}{\alpha_1} \binom{i}{\beta_1} \binom{i}{\gamma_1} \ldots \text{“} \end{array}\right\} \ . \ . \ (71)$$

u)

$$\underset{n}{\mathfrak{T}^{-1}}\ \underset{n-k}{\mathfrak{T}^{-1}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1}^{\infty} \frac{\chi_i^{(k)}(x)}{x^n} f\left(\frac{x}{x^m}\right) = \sum_{\lambda=o}^{\infty} f_\lambda\, T^{-1}(\lambda m + n)\, T^{-1}(\lambda m + n - k)\, x^\lambda \ldots \quad \ldots \ldots (72)$$

v)

$$\underset{n}{\mathfrak{U}^{-i}}\ \underset{n-k}{\mathfrak{U}^{-1}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{x=1}^{\infty}(-1)^{\frac{x-1}{2}}\frac{\chi_i^{(k)}(x)}{x^n}f\left(\frac{x}{x^m}\right)=\sum_{\lambda=0}^{\infty}f_\lambda\,\mathrm{U}^{-i}(\lambda m+n)\,\mathrm{U}^{-1}(\lambda m+n-k)\,x^\lambda. \quad \ldots\ldots (73)$$

w)

$$\underset{n-1}{\mathfrak{S}}\ \underset{n}{\mathfrak{S}^{-1}}f(x)\equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi_1(\nu)}{\nu^n}f\left(\frac{x}{\nu^m}\right)=\sum_{\lambda=0}f_\lambda\,\mathrm{S}(\lambda m+n-1)\,\mathrm{S}^{-1}(\lambda m+n)\,x^\lambda; \quad \ldots\ldots (74)$$

$$n>2,$$

$$f(x)=1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\varphi_1(\nu)}{\nu^n}=\mathrm{S}(n-1)\,\mathrm{S}^{-1}(n)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\nu}{\nu^n}\cdot\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\mu(\nu)}{\nu^n},$$

folglich

$$\varphi_1(\nu)=\sum_{\tau}\mu(\tau)\,\tau_1=\nu\,\Sigma\frac{\mu(\tau)}{\tau} \quad \ldots\ldots (75)$$

wo sich die Summierung auf alle durch keine Quadratzahl teilbaren τ erstreckt, da $\mu(a^2)=o$ ist. $\varphi_1(\nu)$ lässt sich, wenn $\nu=p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma\ldots$ ist, auch darstellen durch

$$\nu\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\left(1-\frac{1}{p_3}\right)\ldots$$

und ist daher identisch mit der *Anzahl* $\varphi(\nu)$ *der zu* ν *teilerfremden Zahlen* $<\nu$.

x)

$$\underset{n-1}{\mathfrak{T}}\ \underset{n}{\mathfrak{T}^{-1}}f(x)\equiv$$

$$\sum_{x=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{\varphi_1(x)}{x^n}f\left(\frac{x}{x^m}\right)=\sum_{\lambda=0}^{\infty}f_\lambda\,\mathrm{T}(\lambda m+n-1\,\mathrm{T}^{-1}(\lambda m+n)\,x^\lambda \quad \ldots\ldots (76)$$

y)

$$\underset{n-1}{\mathfrak{U}}\ \underset{n}{\mathfrak{U}^{-1}}(f(x)\equiv$$

$$\sum_{x=1,3,\ldots}^{\infty}(-1)^{\frac{x-1}{2}}\frac{\varphi_1(x)}{x^n}f\left(\frac{x}{x^m}\right)=\sum_{\lambda=0}^{\infty}f_\lambda\,\mathrm{U}(\lambda m+n-1)\,\mathrm{U}^{-1}(\lambda m+n)\,x^\lambda; \quad \ldots\ldots (77)$$

z_1)

$$\underset{n-1}{\mathfrak{S}^r}\ \underset{n}{\mathfrak{S}^{-r}}f(x)\equiv$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_r(\nu)}{\nu^n} f\left(\frac{x}{\nu^m}\right) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} f_\lambda \, \mathfrak{S}^r(\lambda m + n - 1)\, \mathfrak{S}^{-r}(\lambda m + n)\, x^\lambda ;$$

. . . . . (78)

$$f(x) = 1:$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_r(\nu)}{\nu^n} = \mathfrak{S}^r\,(n-1)\,\mathfrak{S}^{-r}\,(n).$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu\, \mathfrak{a}_r\,(\nu)}{\nu^n} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathfrak{c}^r\,(\nu)}{\nu^n}$$

Folglich

$$\varphi_r\,(\nu) = \sum_\tau \tau\, \mathfrak{a}_r\,(\tau)\, \mathfrak{c}_r\,(\tau_1)\ ^{*});$$ . . . . . (79)

andererseits ist aber

$$\sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\varphi_r\,(\nu)}{\nu^n} = (\mathfrak{S}^{r-1}\,(n-1)\,\mathfrak{S}^{-(r-1)}_{(n)})\,\mathfrak{S}\,(n-1)\,\mathfrak{S}\,(n)$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_{r-1}\,(\nu)}{\nu^n} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_1\,(\nu)}{\nu^n},$$

daher

$$\varphi_r\,(\nu) = \sum_\tau \varphi_1\,(\tau)\,\varphi_{r-1}\,(\tau_1),$$

wo

$$\varphi_1 \equiv \varphi$$

was in Worten ausgedrückt lautet

„*Die zahlentheoretische Function* $\varphi_r\,(\nu)$, *definiert durch*

$$\varphi_r\,(\nu) \sum \varphi\,(\tau)\,\varphi_{r-1}\,(\tau_1),$$

ist identisch mit

$$\sum_\tau \Big\{(-1)^{\alpha_2+\beta_2+\gamma_2\cdots}\, \tau \binom{r+\alpha_1-1}{\alpha_1}\binom{r+\beta_1-1}{\beta_1}\binom{r+\gamma_1-1}{\gamma_1}\cdots\binom{r}{\alpha_2}\binom{r}{\beta_2}\binom{r}{\gamma_2}\cdots\Big\}\cdots$$

. . . . . (80)

z_2) $$\mathfrak{T}^r_{n-1}\,\mathfrak{T}^{-r}_{n} f\,(x) \equiv$$

---

*) Eine ähnliche, ebenfalls durch Iterierung aus $\varphi\,(\nu)$ entstehende Function $\Phi_{2n-2}\,(\nu)$ erscheint in Entwicklungen, welche vom Verfasser in seiner Abhandlung „*Die Entwicklung nach Bernoulli'schen Functionen*", Sitzgsber. d. kgl. böhm. Ges. d. Wiss. 1897 XXXI, abgeleitet wurden.

$$\sum_{\varkappa=1,3,\ldots}^{\infty} \frac{\varphi_r(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda \, \mathrm{T}^r(\lambda m + n - 1)\, \mathrm{T}^{-r}(\lambda m + n)\, x^\lambda .$$

$z_3)$
$$\underset{n-1}{\mathfrak{U}^r}\, \underset{n}{\mathfrak{U}^{-r}} f(x) \equiv$$

$$\sum_{\varkappa=1,3,\ldots}^{\infty} (-1)^{\frac{\varkappa-1}{2}} \frac{\varphi_r(\varkappa)}{\varkappa^n} f\left(\frac{x}{\varkappa^m}\right) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_r \, \mathrm{U}^r(\lambda m + n - 1)\, \mathrm{U}^{-r}(\lambda m + n)\, x .$$

. . . . . (82)

Zufolge der allgemeinen Ungleichung (25) gelten die Ergebnisse (35) bis (82) für dieselben $|x| < \mathfrak{r}$ wie $f(x) = \sum_{0}^{\infty} f_r \, x^\lambda$ und unter der Bedingung $\lambda m + n > 1$, $\lambda = 0, 1, \ldots$, für alle m und n, wofür sämmtliche Reihen *unbedingt* und *gleichmässig convergieren*.

Da unter den S, T und U nur jene genau sumierbar sind, deren Argumente *gerade*, bezw. *ungerade* Zahlen sind, so werden die Coëfficienten der Potenzreihe R nur dann *keine nur auf empirischen Wege bestimmbaren Zahlen* enthalten, wenn die Grössen m, n, n_1, n_2, . . so beschaffen sind, dass $\lambda m + n$, $\lambda m + n_1$, $\lambda m + n_2$, . . . für alle in Betracht kommenden λ *gerade* bezw. *ungerade* Zahlen sind, in welchem Falle die genannten Coëfficienten dann durch Potenzen der Bernou'lischen und Euler'schen Zahlen darstellbar sind.

Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag.

LII.

Několik ukázek z mikroskopické struktury rulovitého grafitu od Černého Potoku (Schwarzbach) v jižních Čechách.

Podává Dr. **Jindřich Lad. Barvíř** v Praze.

Se 17 vyobrazeními na 3 tabulkách.

(Předloženo dne 15. října 1897.)

Grafit vůbec, jak známo jest, může býti rozmanitého původu. I grafit, vyskytující se větším množstvím najednou, může býti rozličného vzniku, poněvadž i geologické jeho uložení bývá rozličné: buď skytá lože a čočky, nebo činí jakoby impregnace, ba činívá i pravé žíly, t. j. výplně puklin.

Z otázek po vzniku grafitu má snad otázka po vzniku grafitu ve krystalických břidlicích archaických největší důležitost. Na rozluštění jejím záleží velkou částí i rozluštění neb aspoň posouzení původu břidlic krystalických, jej uzavírajících neb i výše nad ním položených, mimo to pak i osvětlení některých základních otázek palaeontologie rostlinné a živočišné.

Grafit jihočeský vyskytuje se hlavně v rule archaické, čině zde ve větším množství lože a čočky, analogické ložím a čočkám krystalického vápence, s nímžto také nezřídka vyskytuje se pospolu.*) Celkové uložení grafitu upomíná tu nemálo na uložení uhlí n. p. karbonského. Také ten znak jest analogický: jako skoro v každém uhelném revíru bývá lze znamenati ponenáhlý přechod od vlastního uhlí přibíráním

*) Přehledný článek o grafitu podává F. Zirkel ve své „Lehrbuch der Petrografie", 2. Aufl., III. Band, Leipzig 1894. — O uložení grafitu jihočeského vydal pěkný článek Ferd. v. Hochstetter v Jahrbuch der k. k geol. Reichsanstalt, 1854. pag. 56. a násl.

součástek sousední břidlice do lupku uhelnatého nebo bituminosního, tak i zde máme kolem loží grafitových rulu grafitickou s grafitovými šupinkami a zrnéčky spořejšími, až jen akcessorickými. Pozoruhodno bývá však tu a tam n. př. u Černého Potoku (Schwarzbach) poblíže Krumlova, jak mi bylo sděleno, že od loží a čoček grafitových vybíhají tu a tam žilky grafitové, třeba nevelké, které místem i se křižují, což arci jest zjev, jehož mlčením pominouti nelze.

Přirovnáme-li celkový výskyt grafitu našeho ku výskytu téhož nerostu n. př. v Alpách, kde činí grafit lože a čočky v krystalických břidlicích, ale stáří karbonského, a tudíž jest proměněným uhlím, původu hlavně rostlinného, — mohli bychom per analogiam souditi také o našem grafitu, že jest přeměněným nejstarším uhlím a tudíž i snad zbytkem z nejstarší vegetace naší vlasti. Avšak neklamné zbytky rostlinné struktury nebyly v něm dosud nalezeny, mimo to pak zjev žilek grafitových a časté a nápadné zvětrání ruly grafit obejímající zdálo by se nasvědčovati jinému původu grafitu toho.

A opravdu již r. 1879. M. Bonnefoy uveřejnil článek v „Annales des Mines",*) kde zmiňuje se o výskytu grafitu v Čechách, na Moravě, v Dolních Rakousích a v Bavořích a srovnáváním dospívá úsudku, že grafit v rule zdejší nebyl původně přítomen, když sama se tvořila, nýbrž že teprve později byl v ní osazen a sice z par, ze hlubin zemských vystupujících. Páry ty dle Bonnefoy spůsobily zmizení slídy v rule a osazení grafitu na jejím místě a učinily rulu zároveň drobivou, větrání velmi přístupnou.

Ku podobnému závěrku došel nedávno i E. Weinschenk, jenž uveřejnil o původu grafitu bavorského a českého článek v letošním „Zeitschrift für praktische Geologie".**) J. Weinschenk soudí, že grafit (bavorský a) jihočeský vnikl do ruly teprve později, a povstal nejspíše rozkladem uhlovodíků. Weinschenkovi jest důvodem jednak obyčejně zvětralá povaha ruly kolem ložišť grafitových, jednak i výskyt grafitu v žilách, pak i ten zjev, že také některé masivní horniny, n. př. hrubozrnné syenity bývají místem rozloženy podobně jako rula a impregnovány malým množstvím grafitu.

Není pochyby, že při dnešním stavu otázky bylo by lze dokázati eventualný rostlinný původ grafitu jihočeského toliko nálezem zřetelných zbytků rostlinné struktury.

---

*) 1. sešit r. 1879. Referát od C. Ernsta v Österr. Zeitschrift für Berg- u. Hüttenwesen, 1879, str. 256—258, 271—272.

**) Red. Max Krahmann, Berlin, 1897, pag. 286—293 se 4 vyobr.

Otázka o původu grafitu v rule jihočeské zajímá také mne již od několika let, zejména od té doby, co seznal jsem znamenité výsledky četných pokusů C. W. v. Gümbela, jemuž podařilo se objeviti pěkné zbytky rostlinné struktury ve mnohém uhlí na př. i v českém a v anthracitu.*) Jen grafit neposkytl mu již methodami jeho struktury rostlinné, mně však zdálo se, že spalováním jednoho vzorku dosti kompaktního grafitu od Černého Potoka obdržel jsem přece nějaké známky jakoby po buňkách rostlinných.**) Další pobídkou ke studiu byl mi nález zbytku rostlinné struktury ve výbruse, pořízeném z uhelnatými součástkami bohaté buližníkovité břidlice ze Šárky od villy Zuzánky. I zajel jsem si pak do okolí Černého Potoka, shledával tam charakteristické vzory zejména rulovitého grafitu a z nich pořídil jsem si četné výbrusy. Studiem těchto výbrusů dospěl jsem k úsudku, že v některých jsou pravděpodobně přece zachovány stopy struktury rostlinné. Zvláště charakteristické partie podávám zobrazeny na obr. 7. až 12.

K tomu nalezl pan horní inženýr K. Cibulka v Černém Potoce v grafické rule tamější sferolity, podobné poněkud sferolitům již od prof. Jana Nep. Woldřicha odtamtud popsaným***) a poslal mi laskavě nález svůj, za nějž tuto vzdávám povinné díky. Ze zásylky jeho pořídil jsem si rovněž několik výbrusů, z nichžto uveřejňuji zde výběr na vyobr. 13. až 17.

Také pro vznik některých žil grafitových podařilo se mi nalézti malé, ale dobré doklady. V buližníkovité břidlici, bohaté na uhelnaté látky v okolí Závisti (jižně od Prahy) seznal jsem, že grafit usazuje se na drobných puklinách jakožto výplň, čině tak drobné žilky. Jest to patrně z okolí do puklinek přestěhovaná a zároveň překrystalovaná látka uhelná. Z toho důvodu jest nutno býti velmi opatrným při posuzování původu grafitu na žilách, ne méně však i při úsudcích o eventualní jeho formě nebo struktuře, neboť rozvětvování drobných puklinek grafitem vyplněných činí na průřezu tu a tam dojem snad jakoby větvících se řas nebo pod., a takové zjevy ovšem nesmí býti

*) C. W. v. Gümbel: Beiträge zur Kenntnis der Texturverhältnisse der Mineralkohlen, mit 3 Tafeln. Sitzgsber. der mathem. phys. Classe der k. bayer. Akademie der Wissensch. zu München. Band. XIII., Jahrgang 1883, pag. 111—216.

**) Spalovací methoda osvědčila mi se ostatně dobře pomocí dmuchavky v pincetě nebo na plat. plíšku mimo jiné i pro uhlí z diabasu od Hodkoviček a Řeporej, kteréžto uhlí jest také nepochybně původu rostlinného.

***) Woldřich J. N.: Über eigenthümliche Graphit-Concretionen aus Schwarzbach in Böhmen. Verhandlgn. der k. k. geol. Reichsanstalt, 1885, p. 399—402.

pokládány za důvody pro původ organický grafitu toho. Proto také nutno jest rozpukané partie grafitické ruly při úvahách o eventualním původu grafitu z organických těl prozatím raději pominouti.

Jest však také dlužno pamatovati, jest-li jest grafit někde překrystalovanou látkou uhelnou, že asi veliký díl podrobností mikroskopicko-anatomických jest překrystalováním takovým setřen a pozměněn Zbytky organické struktury jsou odtud asi ve grafitech velmi vzácny.

Mimo to třeba jest uvážiti vzhledem k uhlí, že grafit jest uhlík značně zhuštěný, a zároveň, že uhlík nekrystalovaný činí jen asi polovici rostlinných součástek dle váhy, i lze očekávati při překrystalování jeho a zhušťování značné změny původního pletiva rostlinného.

Tvrdší nebo tužší části rostlinné, snad na př. některé plodní útvary, pokud mohly zachovati svůj celkový zevnější tvar a skoro i objem, mohou jeviti uvnitř zajisté často grafit rozptýlený v nesouvislých partiích, a jen místem bude snad lze rozeznati také zbytky bývalé vnitřní struktury, pokud byla zachována působením vcezené látky na př. křemenné. Eventualní měkké části rostlinné, rozkládajíce se někdy bez valné změny objemu svého, a byly-li zároveň, když uhlík jejich krystaloval na grafit, prosycovány nerostnou látkou na př. křemennou, mohly by jeviti často grafit asi podobně rozptýlený jako v případě předešlém. Jindy takové části se při rozličných proměnách svých asi secvrkly, a tu mohl by zůstati zachován celkový tvar zevnější, rozvětvení a pod., ale grafit byl by nahloučen v souvislejší partie a jen na některých místech zůstaly by snad stopy někdejší rostlinné struktury zachovány vniknutím látky jiných nerostů do dutin bývalých buněk rostlinných.

Pozorujeme-li dále části rostlin, spadlé do vody nebo do bahna, shledáváme, že často bývají tu macerovány a rozmanitými příčinami všelijak rozedrány. Podobně budeme zajisté i v našich případech pátrati také po zbytcích analogických rostlinných tvarů v grafitu.

Při úsudcích o eventualním rostlinném, resp. organickém původu rulovitého grafitu jest ovšem také třeba srovnávati pilně průřezy příbuzných slídnatých hornin grafitu prostých, zejména ruly a svoru, a sice jak podélné, tak i rozmanitě příčné průřezy, což obé jsem činil pokud bylo mi lze hlavně také na rule od hradu Husy z jižních Čech a na svoru z Eisensteinu, a tu zvláště ve svoru vyskytují se v příčných průřezech partie slídy nápadně se větvící, někde pak i granáty příčinou četných uzavřenin jeví jakoby buněčnatý sloh. Ovšem jest to pak zjev rozšířený dosti stejnoměrně v celém kuse

horniny, nerostný původ lze tu všude po všech stránkách snadno konstatovati, ale vybízí zjev ten pro grafit ku další opatrnosti. Myslím pak, má-li se souditi o některé partii grafitové, podobné rostlinnému nebo vůbec organickému pletivu, že jest původu organického, že třeba jest prozatím všímati si hlavně takových míst, na nichžto jevila by se také jakási samostatnost celková i strukturní a to jak vzhledem ku sousedním nerostům, tak i vzhledem ke struktuře celého kusu zkoumaného.

Pozorujme od Černého Potoka nejprve grafit kompaktní. Shledáme nejčastěji, že bývá složen ze šupinek nebo pramalounkých částeček šupinkám podobných, ale mimo sloh někdy rovnoběžný, někdy všesměrný nejevívá ve výbruse ani v mikroskopu žádné stopy zvláštní nápadné struktury, dle nížto mohli bychom souditi o jeho původu. Leda pálením získaný zbytek zdá se někdy jeviti snad stopy, jakoby po někdejší buněčnatosti.

Teprve má-li grafit přimíseno něco zřetelných nerostných součástek jiných, objevují se v něm ve výbruse místa nápadnější podoby.

Obrazec 1., zvětšený 8kráte vůči originálu, označuje partii z grafitu ostatně dosti kompaktního a nerostnou hmotou jen místem na př. zde něco více promíseného.*) Lze tu viděti průřezy průhledných nerostů, ponejvíce nerostu skapolithického, jehožto zrna mívají nezřídka omezení částečně idiomorfní neb aspoň idiomorfnímu blízké a uvnitř uzavírají také něco grafitu. Jiné partie průhledných nerostů jsou složeny ze skupin allotriomorfního křemene, orthoklasu a kyselého plagioklasu (místem určitě oligoklasu), kteréžto všecky nerosty uzavírají v sobě drobounká zrnka grafitu, jsou vesměs zcela čerstvého vzhledu a vůbec analogické hlavním součástkám grafitické ruly zdejšího okolí.

Celý vzor nemá v sobě ničeho, co by připomínalo snad na organickou strukturu. Dutinky v grafitu jsou původu čistě minerogenního, obrysy jejich řídí se místem zřetelně obrysy nerostu skapolithického. Jest však partie zobrazená velmi důležita tím, že v ní vzájemné uzavírání svrchu jmenovaných nerostů s grafitem svědčí o současném vykrystalování všech těchto součástek. Není tedy grafit pozdějšího původu nežli ostatní průhledné nerosty: křemen, orthoklas, oligoklas, nerost skapolithický, a ježto právě jmenované průhledné nerosty jsou také v analogicky čerstvém stavu součástkou okolní grafitické

*) Ve všech obrazcích přiložených značí tmavá místa vesměs grafit.

ruly, vyhledáme-li si v této, nezvětrané partie, lze souditi již zde o čerstvých partiích okolní grafitické ruly, že také do nich grafit nepřibyl později, nýbrž že vykrystaloval současně s jejími nynějšími součástkami.

Hmota grafitu samého nejeví v mikroskopu uvnitř proříznutých skupin ve výbruse žádného zřetelného zrna, ale po krajích dutin průhlednými nerosty vyplněných lze znamenati četné drobounké výběžky rovně omezené o rozličných úhlech; výběžky ty svědčí, že grafit jest hmotou skrystalovanou. Ve hmotě grafitu jest přimíseno něco velmi jemného prášku pyritového.

Obrazec 2. pochází z téhož kusu grafitu a upomíná zdaleka snad již na zbytky, jakoby nějakého rovnoběžně struovaného pletiva. Zvětšení jest vůči originalu opět osminásobné. Jsou tu podlouhlé mezery mezi několika úzkými neb aspoň podlouhlými proužky grafitovými, mezery ty pak jsou vyplněny allotriomorfními zrnky křemene a alkalického živce s přimísením něco čirého nerostu skapolithického. Tu a tam nalezneme drobné hnědé zrnko rutilu. Alkalický živec bývá buď orthoklas neb i plagioklas, místem opět určitě oligoklas. Ve hmotě grafitové jest opět roztroušen drobounký pyrit. Všecky nerosty jsou vzhledu zcela čerstvého.

Ve velmi úzkých mezerách bývá křemen a živec vyvinut podlouhle, ale sestaven příčně ku podélnému směru mezery. Zcela zřetelně usadil se zde křemen, živec i skapolithický nerost teprve když mezery byly vznikly. Z toho následuje, že dutinky v grafitu zde neřídily se spůsobem nynější výplně, nýbrž že jsou to dutinky vlastní grafitu samého. Celý zjev svědčí, že podmínky ku vytvoření křemene, alkalického živce a skapolithického nerostu, t. j. součástek okolní grafitické ruly, trvaly i po skompaktnění grafitu.

Kde v hornině jest grafitu mnohem méně než ostatní nerostné (rulové) hmoty, vyskytuje se grafit nejčastěji spůsobem drobných šupinek a zrnéček neb i větších šupin roztroušen a nejevívá při tom žádného nápadného seskupení mimo seskupení v rulách u akcessorických přimísenin obyčejně vídané.

Kde v hornině množství grafitu s množstvím rulové hmoty skoro se vyrovnává (na obr. 3. až 17.), grafit bývá buď rozptýlen dosti drobně (obr. 3. a 4.) nebo činívá souvislejší proužky a partie (obr. 7. a násl.). Součástky horniny takové bývají opět: křemen, orthoklas, oligoklas, pak velmi jemně složený mikroperthit, grafit, akcessoricky pak: apatit, skapolithický nerost, phlogopit hnědý, někdy i zelený.

Na příčných průřezech bývá někdy patrný rovnoběžný sloh, způsobený často rovnoběžným uspořádáním právě grafitu (obr. 4.), jindy však sloh takový nebývá patrným. Tu a tam nalezneme souhlasně s břidličnatěním jdoucí proužek, vyplněný zrnitým apatitem, snad někdejší to puklinku.

Rovnoběžné uspořádání drobných zrnek grafitových do proužků, jaké lze zříti na př. na obr. 4., samo o sobě arci není ještě žádným důkazem pro někdejší snad existenci rostlinného pletiva zde, a se stanoviska petrografického lze zjevy takové prozatím raději čítati ku zjevům rovnoběžného slohu rulového. Ale pozoruhodno jest, že drobný grafit činívá místem skupinky zvláštního tvaru, jak znázorněny jsou některé na obr. 3. až 6. Zejména na obr. 4. a 6. kresba činí zvláštní dojem, jakoby rostlinných částí, řekl bych skoro plodních částí nižších rostlin. Sám o sobě pokládal bych pak některé podobné hustší skupinky grafitové za zbytky někdejších částek rostlinných dílem pro jejich nápadný tvar, dílem i zároveň pro jakousi samostatnost tohoto tvaru, jakou jevívají vzhledem ke struktuře okolí. Jenže dalších důvodů již podati nemohu. Zvláštnost jest, že skupinky takové bývají obsaženy obyčejně v jediném zrnu křemene nebo (řídčeji) živce.

S petrografického stanoviska nutno jest napřed mysliti na zjev obyčejných uzavřenin. Za takové lze některé hustší skupinky drobného grafitu zajisté vhodně pokládati. Upoutají však pozornost naši zvláště taková místa, kde:

1. zrno křemene (event. živce), uzavírající celé mnoho drobounkého grafitu, bývá nápadně větší nežli všecka ostatní zrnka křemene a živce kolkolem a zároveň 2. mívá zvláštní nápadný tvar, jinaký než okolní křemeny a živce, ponejvíce okrouhlý neb ovalní (obr. 4. a 12.), a 3. že mívá často na kraji do zrna toho vrůstající rámeček souvislého grafitu, obyčejně arci jen částečný, a 4. že okolní zrnka křemene a živců podobných drobných uzavřenin nejeví.

Co týče se podrobnější struktury, resp. seřadění těchto drobounkých částek grafitových, obyčejně nejeví ve výbruse žádné známky nějaké buněčnatosti, nýbrž zrnitost; jsou to skupiny zrnek buď poněkud oblých nebo hranatých, tu a tam jevících drobné výběžky. Jen málokde bývá lze nalézti snad nějaké upomínky na buněčnatost.

Největší nesnáz u výkladu působí zde podle mínění mého faktum již svrchu naznačené, že celá skupina drobounkého grafitu bývá uzavřena právě v jediném zrnu křemenném (nebo živcovém), ku kterémuž případu neznám analogie ze struktury zkamenělých rostlin. Mikroskopická povaha na př. zkřemenělých permských Psaronií od Nové

Paky, jichžto buněčná stavba výborně jest zachována, jest jinaká: výplň křemenná každé buňky i každé stěny buněčné sestává z četných drobounkých zrnek křemene. Ovšem u grafitu pro velké stáří horniny není vyloučeno, že by mnohé větší zrnko křemenné mohlo býti překrystalovanou časem skupinou dřívějších několika zrnéček, ale dokud není náležitých analogických dokladů, snad na př. z mladších grafitů alpských, nelze arci mysliti na definitivní rozluštění otázky o původu řečených skupin drobného grafitu.

Ostatně pocházejí partie č. 3. až 6., jako vůbec všecky ukázky v tomto pojednání zobrazené, z horniny zcela čerstvé. Obr. 3. a 5. jsou 8kráte, 4. obr. 4kráte, obr. 6. pak 12kráte větší nežli original.

Tam, kde grafit činívá souvislejší proužky, náležející ku složivu ruly a sice v čerstvé nerozpukané hornině, upomínávají některé partie nezřídka značně mnoho na přeměněné zbytky pletiva rostlinného, jak naznačuje obr. 7. až 12., z nichžto 7. jest 8kráte, 10. pak 4kráte, ostatní všecky 12kráte větší než original. Obr. 9. jest zvětšený spodek obrazce 7. Neodvažuji se však hledati v nich podrobností nějakých se stanoviska botanického, nýbrž jedná se mi jen o vyjádření důvodů, pro které pokládám partie ty za stopy po některých rostlinných organismech.

Obrázky č. 7. až 12. vzaty jsou vyjma obr. č. 8. všechny z jednoho výbrusu, ale obr. 8. z téhož kusu horniny. Rozmanitost jejich jest tou příčinou nikoli bezvýznamna, rovněž pak i podobnost k útvarům rostlinným vzájemně se shoduje a tím podporuje se také úsudek o jich původu.

Pletivo obr. 7. pokládám za proměněný zbytek rostlinný: nejprve pro nápadné větvení a síťkování jeho. Větvení děje se ze silnějšího dolejšku, kdež zdá se býti jedna větévka odtrženou, a takový zjev pokládal bych také za druhý zjev důležitý. Třetím důvodem jest, že grafit jest zde ponejvíce směrodatnou součástkou, mezi jehož proužky jsou podlouhlé mezery často vyplněny jen drobounkými součástkami, obyčejně po několika, značně menšími nežli jsou okolní součástky rulové. (Arci jest i zde tu i tam také poněkud větší zrnko, zejména 6boké větší dutinky v grafitu bývají vyplněny častěji právě jedním zrnkem nerostu průhledného.) Konečně lze za čtvrté vzíti v úvahu, že ve výbruse není jiné analogické partie, že tedy podoba partie této není souvisla se strukturou okolí.

Za to jsou v kuse zkoumaném hojny všelijaké skupiny grafitové, jakoby zbytky roztrhaných rostlinných částí, z jakých jednu zobrazuje obr. 8.

Obr. č. 10. má asi uprostřed partii grafitovou, činící také dojem jakoby přeměněných zbytků rostlinného pletiva. Soudím tak jednak z její dirkovatosti, dílem opět z její jakési samostatnosti vůči okolí: jestiť obdána jednou řadou větších zrnek křemene a živců jakoby rámcem, sama obsahujíc jen menší zrnka nerostů těch. Ostatně máme dole i souvislý proužek grafitový, upomínající jakoby na nějakou stélku. Proužek ten jest tvar docela samostatný, ne snad výplň puklinky, a místem přidružují se k němu tuším další stopy roztrhaného a přeměněného rostlinného pletiva.

Jednu z blízkých takových partií označuje obrazec 11. v dolní pravé své části. Střed obrázku toho však tvoří zvláštní skupina grafitová, mající vzhledem k okolí opět podobu samostatnou a velmi zajímavou. Dutinky její obsahují opět značně menší zrnka křemene a živce nežli shledáváme kolkolem, mimo to pak okolní větší zrnka křemene a živce jsou grafitu větším počtem téměř prosty. Soudil bych, že i zde mohl by býti průřez nějaké zvláštní částky rostlinné, ať nedím přímo nějakého plodního útvaru.

Dále zmiňuji se o obrazci 12. Uprostřed jest tam zvláštní místo nápadného tvaru, jediné zrno nerostné — snad křemenné —, prostoupené jemně rozděleným grafitem a obdané na kraji souvislejší korou. Upomíná mne velmi na některé plodní organy řas — ku srovnání budiž mi dovoleno jmenovati plody Characeí. Kolem tvaru jdou ještě dva silnější proužky grafitové, na jednom z nich jakoby seděl spodek onoho zvláštního tělesa. Vůkol tělesa samého nahoře jsou zrnka křemene a živců obyčejné podoby a velikosti jako v rule zdejší vůbec, daleko menší nežli těleso samo, a přilehlé po stranách úzké mezery mezi grafitem jsou vyplněny zase ještě mnohem drobnějšími zrnky těchže nerostů.

V rule grafitické, ve které grafit činí asi polovici hmoty, vyskytují se u Černého Potoku někdy — ale vzácně — zvláštní kouličky. Z těchto jeden druh popsal již prof. Woldřich r. 1885., jak svrchu bylo řečeno, a preparaty svoje mi nyní laskavě zapůjčil ku srovnání.

Kouličky prof. Woldřichem popsané pocházejí ze zvětrané grafitické ruly, mají až 2 *mm* v průřezu a jsou složeny ze dvou koncentrických vrstev grafitických a podobně i jádra grafitického, kterėžto části jsou odděleny od sebe vrstvičkami kalné, mlékovitě bílé hmoty, vzniklé snad z jiné hmoty zvětráním. Prof. Woldřich myslí, že by kouličky takové mohly býti původu organického.

Pozoruhodno jest, že v. Gümbel nalezl často v uhlí, a sice zejména v uhlí svíčkovém malounké kulovité kupičky radiální stavby,

složené z malých kyjovitých hůlek, kolem jednoho centra seskupených.*) Dokládá, že dle jeho mínění není nejmenší pochyby o rostlinné povaze takových skupin a pokládá je za řasovitá tělesa. Pozorujme dále vyobrazení v. Gümbelova z výbrusů anglického uhlí svíčkového na tab. III. obr. 53b a 55b, c (zvětšení 100krát), kde máme vyobrazeny průřezy jiných podobných „řasovitých skupin" radialního složení.

Průřezy zde vyobrazené upomínají pak aspoň zdaleka na mnohem větší průřezy z grafitu od Černého Potoku, jaké vyobrazuji na obrazcích 13. až 17. Aspoň základ nebo počátek některých tvarů takových může býti pravděpodobně analogický tvarům Gümbelem vyobrazeným a máme zde tuším zase důležitou známku toho, že grafit náš jest jen překrystalovaným uhlím.

Všecky kuličky, z nichžto průřezy zde podávám, byly nalezeny, jak již svrchu poznamenáno, horním inženýrem p. K. Cibulkou v Černém Potoce. Zvětšení jest pro obr. 13. a 14. dvanáctinásobné, pro ostatní čtyřnásobné, činí pak průměr celé kuličky obr. 13. a 14. po 2 *mm*, v 15. obr. 4 *mm*, v 16 obr. 7 *mm*, v 17. obr. pak 6 *mm*.

Rula grafitická, ve které se kuličky vyskytují, jest zcela čerstvá, na oko jemného zrna, má grafit drobně a dosti stejnoměrně rozdělený. Sloh rovnoběžný není dobře patrný, břidličnatost jest však zřetelně vyvinuta.

Obrazec 13. jeví tmavé jádro grafitové, kolem něhož seřaděna jest poněkud (málo) radialně grafitová hmota, promísená průhlednou, bezbarvou hmotou nerostnou. Průhledná hmota jest analogická hmotě ruly okolní, jest však zrna velmi jemného, daleko jemnějšího nežli v rule samé.

Obr. 14. má stavbu zřetelněji radiální, částečně jeví i soustředné pruhování, a opět má mezi grafitem příměsek nerostný v podstatě čirý, analogický okolní hmotě rulové, ale mezi kříženými nikoly objeví se, že jest zrna nápadně velmi jemného, daleko jemnějšího nežli ve vlastní rule, kuličku uzavírající. Čirost nerostné hmoty v kuličce jest však značně zakalena nejjemnějším práškem nahnědlého vzhledu, snad látkou uhelnatou nebo grafitovým nejjemnějším práškem.

Podobné vlastnosti složiva má kulička, jejížto průřez naznačuje obrazec 15. Jádro kuličky při broušení bohužel vypadlo. V mezerách mezi proužky grafitovými jest větším dílem tak jemně zrněná hmota rulová, že zdá se býti mezi kříženými nikoly bez kondensoru téměř

*) L. c. pag. 179, tab. III. obr. 53. a 57., zvětšení 300kráte.

isotropní, a teprve pomocí kondensoru objeví se pravý její sloh z dvojlomných čirých zrnek nerostných. Menším dílem máme tu zřetelnou jemnou hmotu rulovou, ale přece ještě značně menšího zrna nežli má rula sama, kouličku uzavírající.

Přirovnáme-li obrazce 13., 14. a 15. shledáme, že grafit jest zde součástkou, určující tvar i strukturu kouličky, což jest případ velmi důležitý, neboť struktura kouliček těch upomíná opravdu na strukturu některých těl organisovaných. Grafit opět jest trochu promísen jemným pyritem.

Obr. 16. a 17. zobrazuje průřezy jiných kouliček soustředně paprskovitého slohu, ale tu není mezi grafitem obyčejná hmota rulová, nýbrž nerost často paprskující, totiž prehnit. Kouličky takové jest tudíž raději vymítiti z rámce kouliček na organický původ poukazujících. Tyto kouličky jsem také nejprve studoval a pro přimíseninu prehnitu myslil jsem, že podobné kouličky sotva mají zvláštní význam v rule grafitické vůbec. Ale není zcela nemožno, že by také zde aspoň počátek ku tvoření byl býval dán organismem kulovitého tvaru a snad dokonce i radiálního složení. I zde jest grafit promísen jemným pyritem a poblíže bývá něco apatitu. Apatit jest na obr. 17. ostatně obsažen i v samé kouličce, čině zde světlou partii v širokém zářezu na pravé straně. Posléze podotýkám, že obrázky 14. a 16. pocházejí z téhož kusu horniny.

Prozatím tedy soudím aspoň o kouličkách, jejichžto průřezy jsou naznačeny na obr. 13., 14. a 15., že mají původ neb aspoň počátek z organismů a sice z těchto důvodů:

1. struktura jejich upomíná na strukturu některých těl organisovaných;

2. příměs součástek rulových v nich jest zrna velmi jemného, daleko jemnějšího nežli má okolní rula grafitická, kouličky ty uzavírající. Jest to zjev, jaký shledáme jinde častěji v podobných případech. Pazourek, nastupující místo proměněné živočišné hmoty v křídě Rujanské (na př. mezi lasturami Gryphaeí, uvnitř belemnitových klínů, uvnitř mořských ježků a hub) má sloh velmi jemný, podobně i křemen ve zkřemenělých kmenech Psaronií od Nové Paky, v buližníku uhelnatými látkami prosyceném v Šárce, u Závisti a j.

3. Není bez významu ani přítomnost kyzu železného v kouličkách našich, ba v grafitu a v grafitické rule u Černého Potoku vůbec. Kyz železný činívá někde v grafitu i větší konkrece a žilky — výplně puklinek —, podobně jako v mnohém uhlí shledáváme. Obyčejně však

bývá kyz železný v grafitu jemně neb aspoň drobně rozdělen. I k tomuto případu máme analogon v mnohém uhlí, i v některých rašelinách, a případ ten jest s chemického stanoviska důležitější nežli případ dříve řečený: označuje nám jakousi spojitost prvku S s prvkem C, kteroužto spojitost nalézáme právě v bílkovinách živočišných a rostlinných. Přítomnost hojnějšího místem apatitu zachovává nám pak ještě jeden důležitý prvek organických hmot, totiž fosfor.

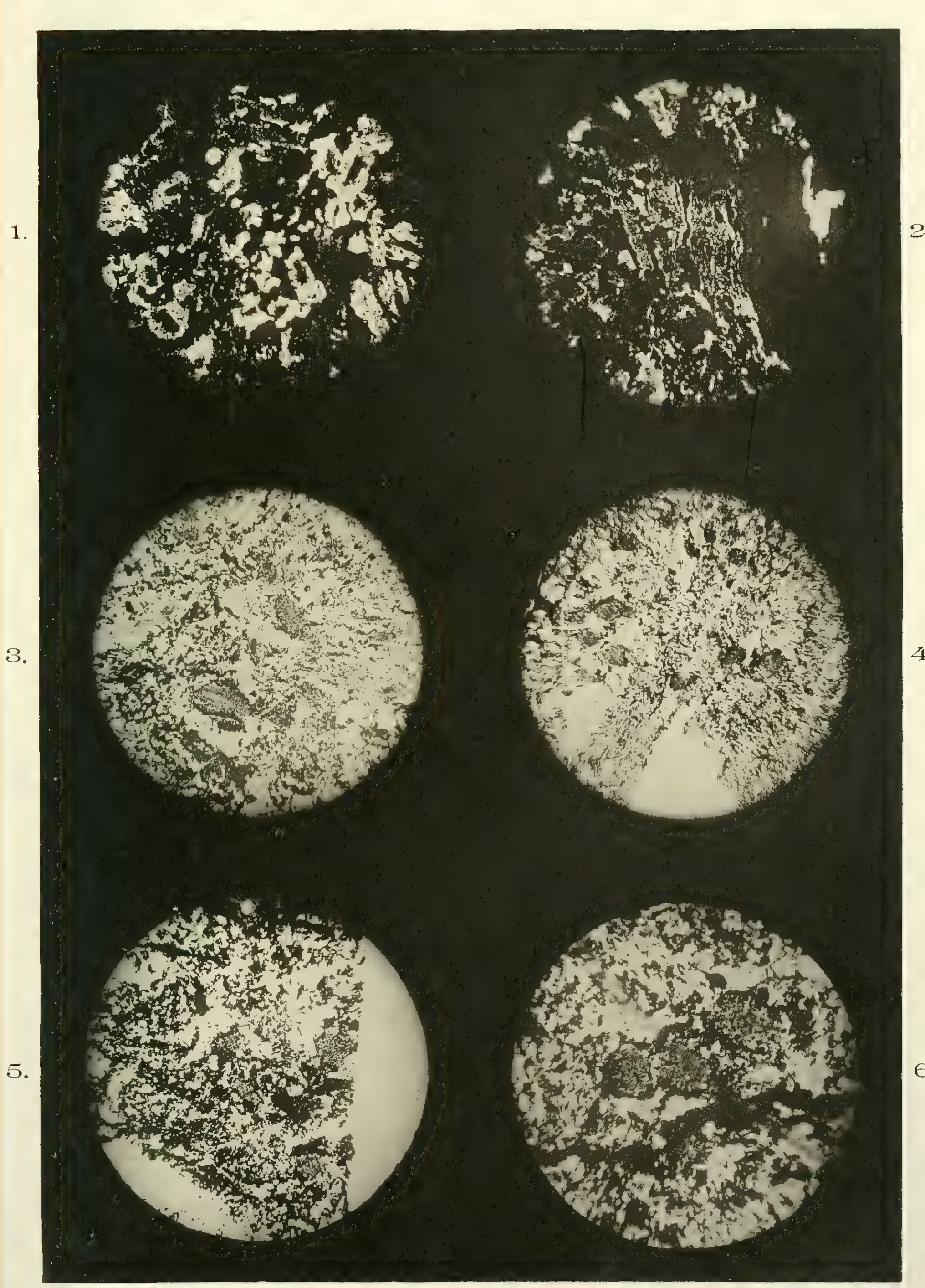
Také rozvětrané partie grafitem bohaté ruly zdejší jsem zkoušel. Bývají v nich místem ještě zachovaná zrnka živců nepromĕněná, uzavírající někdy zrnka grafitu staršího, jiná však jsou proměněna na světlou slídu nebo na hmotu kaolinovitou a na křemen, oligoklas někde snad i na albit. V rozvětraných partiích rulových grafit činívá nápadné žilkování a síťkování a nezřídka vyplňuje trhlinky ve větších živcových a křemenných zrnkách rozpuknutím vzniklé. V silnějších proužcích činívá tu grafit větší šupinky nežli v čerstvé rule. V proužcích grafitových nalezneme někdy uzavřeny i produkty rozkladu živců, zvláště lupénky světlé slídy, někde třebas i jen jeden větší její lupének: není pochyby, že hlavní díl grafitu a světlá slída i produkty rozkladu živců vznikly současně, tudíž ovšem později nežli rula sama. Mimo obyčejné součástky rozložené grafitické ruly natrefil jsem zde také přimísená zrnka titanitu sytě zbarveného, pak tuším i anatas, ale aspoň právě jmenovaný nerost jest nejspíše druhotného vzniku vzhledem k původní rule. Také phlogopit zdá se býti místem novotvořeninou, současnou s usazením pozdějšího grafitu.

Zde jistě máme stěhování látky grafitové, ale toto stěhování nutno jest vysvětlovati vždy jen s uvážením fakta, že máme mimo takové rozvětrané partie s přestěhovaným nebo přistěhovaným grafitem také partie ruly zcela čerstvého vzhledu, v nichžto rulové součástky zároveň vykrystalovaly s grafitem samým, jak svrchu bylo řečeno. Zde lze tudíž sotva mysliti na jinaký původ grafitu nežli že z nejbližšího okolí snad ještě nekrystalovaná látka uhlíková přestěhovala se do větrajících míst ruly a tu současně krystalovala se produkty rozkladu jejího.

Vzhledem k tomu, že látka uhelnatá stěhovati se může a krystalovati na jiném místě jakožto grafit, jak svrchu jsem se zmínil, nespatřuji nutnosti vznik grafitu, činícího žilkování v rule rozložené, hledati z uhlovodíků, snad sem z hloubek zemských se vyřinuvších.

V pojednání tomto podal jsem vzory z výbrusů grafitu a grafitické ruly od Černého Potoku v j. Čechách, ve kterýchžto jest patrno, že grafit ten vykrystaloval současně s grafitickou rulou tamnější, jej uzavírající, mimo to pak jsou v nich obsaženy znaky, svědčící s velikou pravděpodobností o organickém původu grafitu toho. Tento pokládám hlavní částkou za překrystalované archaické uhlí a sice z důvodů geologických, strukturních a chemických.

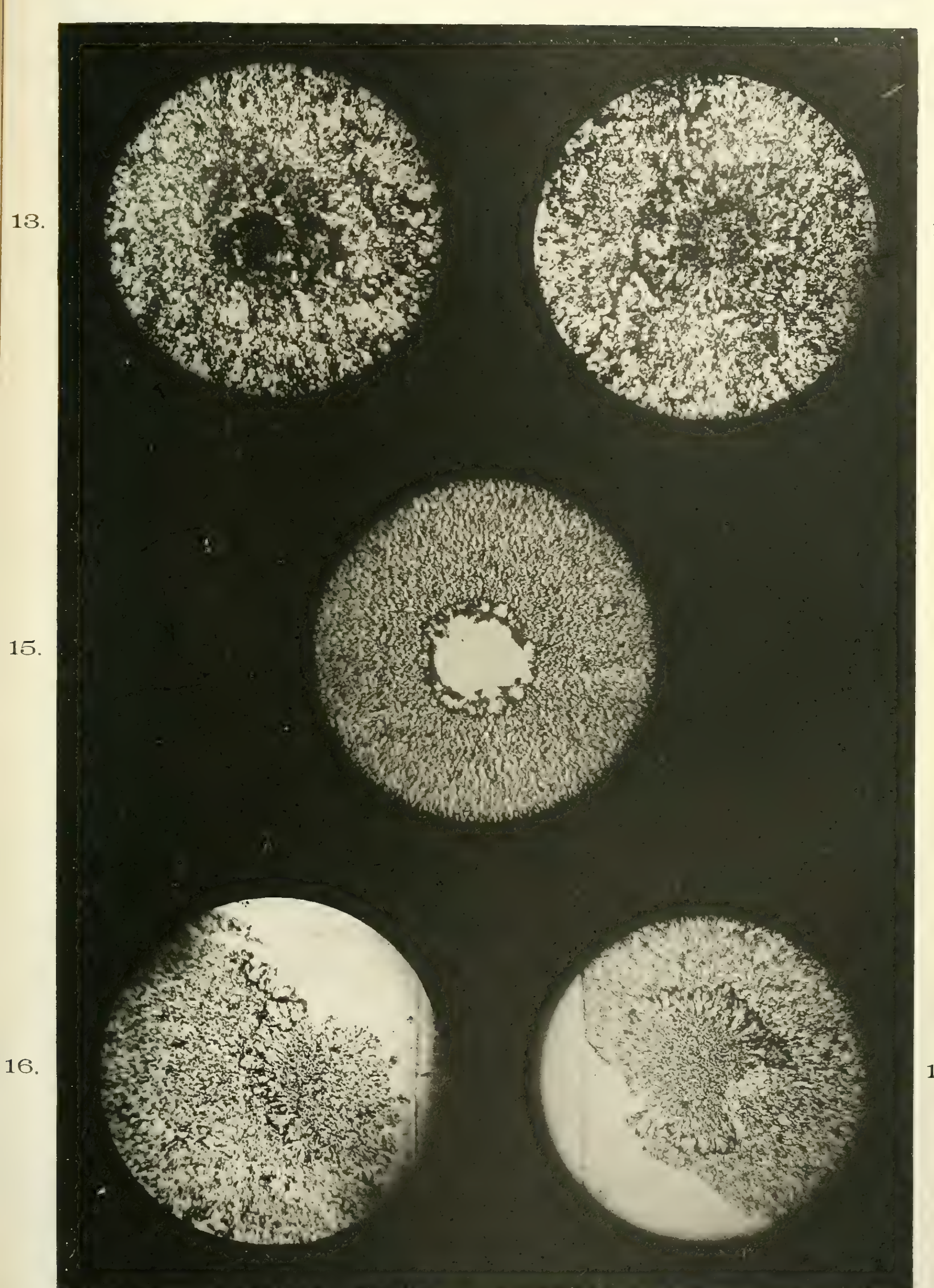
Nákladem Královské České Společnosti Ná[illegible]k — Tiskem dra. Ed. Grégra v Praze 1897.



K. Bellmann.



K. Bellmann.



Věstník král. české společnosti náuk. Třída mathemat. přírodověd. 1897.

K. Bellmann.

LIII.

Další geologické poznámky o zlatonosném okolí Nového Knína.

Podává dr. **Jindřich Lad. Barvíř** v Praze.

(Předloženo dne 29. října 1897).

Pokračuje ve studiu zlatonosných míst v Čechách zajel jsem roku letošního do Čížové, vsi SZ od města Písku založené, pátrat po místech, o nichžto Hájek ve Kronice České zaznamenal, že tam pracovali za starodávna o zlatě, zejména navštívil jsem také místa, kde Pošepný, snad z domyslu dle oné zprávy Hájkovy naznačil na přehledné mapě JZ části Čech u Křešic, Čížové a Slivic staré ryžovisko. Hájek jmenuje na listu 78. Kroniky své: hory, kteréž jsou v české zemi mezi polednem a západem slunce okolo starého hradu jinak Boubína a Čížové.

Ale nenalezl jsem tam žádných podobných zbytků a soudím, že zprávy nějaké, z nichžto Hájek spůsobem svým čerpal, týkaly se snad břehu Vltavy poblíže Čížové a nikoli nejbližšího okolí této vsi. Soudím, že Čížová byla již polohou svojí za starodávna znamenitějším místem v okolí svém, a jmenováním jejím že měla býti podrobněji určena krajina odtud na východ se prostírající.

„Na Boubíně“ říkají ne tuze daleko odtud, ale na jih od Písku poblíže vsi Smrkovic. Tu v okolí jest hojný počet zbytků ryžovnických a také n. p. vrch mezi Ražici a Heřmaní slove „Zlatý vrch“.

Také prošel jsem údolím řeky Sázavy od Kamenného Přívozu (poblíže Jílového) na východ ku Koceradům, vyskytují-li se tam snad zbytky ryžovnické, jak Pošepný se domýšlel, ale nenalezl jsem zcela žádných.

Na krátko navštívil jsem také kopaninu mnou nedávno objevenou východně ode vsi Přestavlk a shledal jsem, že v jižní části kopaniny

té jižně od Novákových „na vinici“ bylo kopáno velkou částí také v diabasu, sem snad v kusech vodou ale z blízka přineseném.

Jiných delších výletů nebylo letos možno činiti pro trvalou nepohodu počasí, leda jen trochu pracovati v okolí Knínském, doma pak konal jsem hlavně studia mikroskopická. Mimo to hleděl jsem se přesvědčiti aspoň o některých vybraných vzorech pokud možno čerstvých hornin, obsahují-li zlato či neobsahují, a dal jsem je zkoušeti v horní laboratoři ve Freibergu prozatím methodou extrakce olovem, tedy na obsah ryzího resp. olovem vytažitelného zlata. Zkoušky ty vykonal zkušený odborník Otto Bär. Budu v nich dle možnosti pokračovati a výsledky sdělím pak v náležitých pojednáních. Toliko o krajině Větrušické sotva co budu podrobnějšího psáti a proto dodatkem ku předešlým pracem svým sděluji zde, že zcela čerstvá, tmavošedá břidlice tamější, mající přimísený drobný kyz železný obsahuje opravdu sama sledy zlata, jak jsem soudil z důvodů petrografických. Ve vzorku mnou vybraném Otto Bär nalezl 0·00003% olovem vytažitelného zlata, t. j. 0·3 g. v tuně. Hornina neměla nijakých puklin ani žilek v sobě. —

U *N. Knína* věnoval jsem hlavní pozornost vrchu Chvojné.

Podrobným sledováním břidlic krok za krokem zjistil jsem, že zvláštní holokrystalický pruh podél žuly jest hlavním dílem opravdu překrystalovaná Příbramská břidlice, jak soudil jsem loni z mikroskopické povahy její. Konstatovati faktum to ve přírodě se vší určitostí nebylo hnedle možno, poněvadž nepostupuje zde proměna horniny stejnotvárně, nejevíc ani všude kontaktní skvrnitosti. Nemajíť zde vrstvy břidlic Příbramských stejné povahy.

Druhá hlavní otázka týkala se přesného určení vrstevnatosti zdejší. V údolí Kocáby v okolí mlýna Podvršského rozluštění této otázky nechtělo se dobře dařiti, neboť tu na krajích strání a stěn zdejších výběžků Chvojné rozličné partie skal bývají rozličně pošinuty a jevívají několikeré rozpukání, k tomu pak mají nedostatek vrstevního proužkování. Proto nelze se zde dosti bezpečně orientovati. Teprve v severním svahu Chvojné v polních cestách bylo lze určiti správně směr vrstevnatosti a hlavní břidličnatosti s touto souvisící. Jest to směr asi SSV—JJZ, přesně týž, jaký jeví břidlice tato u vsi Krámů, a směrem tím jde přesně také zlatonosný diabas Krámský.

Tentýž směr objevil se pak zachován i ve dlouhé staré zlatonosné kopanině Chvojenské na severním úbočí Chvojné se prostírající, a když byl tento směr ve přírodě přesně stanoven, zkoumali jsme společně s panem mlynářem Karlem Aixnerem pomocí tyčí prodloužení

směru toho na JJZ přes nerovné svahy Chvojenské a dospěli jsme starého hlavního díla před Sudovici.

Tak, jak Pošepný zaznamenal na mápce tab. II obr. 7 (Archiv für prakt. Geologie, 2. díl), ovšem zcela schematicky díla na Chvojné, prodloužení hořejší části řady Chvojensko-Lečické kolem temena Chvojné k Sudovicům minulo by díla Sudovická.

Lze tuším nyní bezpečně souditi, že zlatonosnost hlavních míst Chvojné nezáleží jen na kontaktu břidlic se žulou, nýbrž že přísluší hlavně zvláštním pruhům břidlice a žil hornin eruptivních, a kontakt se žulou má zde tuším význam hlavně vzhledem ku tvoření se četných puklin. Směr celého hlavního zlatonosného pruhu souhlasí přesně s vrstevnatostí a s hlavním rozpukáním, i lze souditi, že hlavní díla u Sudovic jsou kutána vlastně na výchozu pruhu toho, a pokračování jejich z petrograficko-geologického stanoviska že sluší hledati nikoli tak na SZ směrem ku Podvršskému mlýnu, nýbrž hlavně na SSV asi směrem na Karlův mlýn poblíže vsi Velkých Lečic.

A v tomto pruhu zbývala by tuším prostora na půl kilometru dlouhá neprokutána, a daly by se v ní očekávati hluboké pukliny:

1. z příkrého postavení vrstev zdejších,

2. pro blízkost vyvřelé masy žulové podél kteréžto v zoně kontaktní opravdu ode svrchu byly již hlubší pukliny nalezeny, vyplněné častěji křemenem, místem i zlatonosným,

3. z přítomnosti žíly diabasové a žíly žuly kyzonosné, jdoucí zde ve břidličném pruhu samém souhlasně se břidličnatěním (a vrstvením), vyplňující tedy pukliny velmi hluboké,

4. z toho důvodu, že jak u Sudovic tak i na severním svahu Chvojné bylo do hloubky již také za starodávna po zlatě kutáno.

Úklon břidlic Příbramských činívá 45° až 90° na ZSZ. U Sudovic bylo v nich kutáno do hloubky možná že přes 45 *m*, neboť skupina dolů tamějších jest asi tolik vysoko začata nad silnicí, a ještě pod touto silnicí dole ve sklepě zámečku Sudovického zdá se býti zachován výchoz štoly, mířící celkem asi SSZ směrem pod Sudovické práce, jest však brzo zasypán.*) Poblíže západní strany Sudovic křižují se tuším pukliny směru ZSZ až SZ s puklinami směru asi SSV.

*) V Dobříši nenalezl jsem ani v knihovním úřadě, ani v archivu úřadu berního žádných záznamův o někdejším dolování u Knína; ani jméno Komlová není tam zaznamenáno.

Kdo chce prohlédnouti si pruh kopanin na severním svahu Chvojné, může jíti buď od vrcholku Chvojné k severu, neb od „dolního mlýna“ páně Strnadova cestou polní na východ, až ocitne se při kraji lesa v čáře mezi vsí Velkými Lečici a vrcholem Chvojné. Pruh ten jest přes $^1/_2$ *km* dlouhý a na místech nejhojnější práce přes 80 kroků široký, složen pak jest z několika řad dolíků. Těchto lze napočísti v největší šířce díla napříč až přes sedm. Dolíky nyní zdají se malé býti, ale o několika jsou očití svědci, že byly značně hluboky, neboť do nich házívali kamením a toto spadlo na dno teprve za delší dobu. Jeden z těchto dříve jistotně hlubokých dolův ukázal mi pan K. Aixner na místě.

Začínaje na východní straně pruhu toho lze konstatovati v největším příčném průřezu následující horniny, ježto jsou:

1. křemitá Příbramská břidlice šedé barvy, skoro celistvá, nezřetelně vrstvená, bez makroskopických rud, na ní jest většinou jen drobná práce;

2. drobnozrnná biotitická hornina šedé barvy — nejspíše kontaktem změněná břidlice, obsahuje jemné železné rudy, větrající na hnědel, na ní jest také dílo drobné;

3. biotitický granit šedé barvy, zrna skoro drobného, místem amfibolický granit s akcess. biotitem, někde s hojnými kyzy uvnitř přimísenými, dílem tmavý, syenitu až i dioritu bližší, někdy však i bělavý, jemnozrnný, skoro jen ze živce a křemene složený, upomínající poněkud na horniny beresitové. V něm jest *hlavní dílo*, někde dvojřadé. Ve vybraném čerstvém vzorku pravého biotitického granitu s hojnějším původním kyzem Otto Bär zlata pomocí olova nenalezl.*) Na puklinkách žuly této vyskytují se však také druhotné pyrity.

4. skvrnitá Příbramská břidlice s kyzonosnými žilkami křemennými, na nichžto vedle kyzu i chlorit a vápenec lze nalézti;

5. zvětralému biotitickému dioritu podobná hornina, sdružená s diabasem a se přeměněnou břidlicí Příbramskou. Pruh tento jest místem velmi rozvětrán a obsahuje *druhou hlavní řadu dolíků*. V něm v dolejší části pruhu byly nejhlubší doly.

6. Západní kraj pruhu činí skvrnitá břidlice Příbramská, za nížto následuje pruh břidlice všech žil úplně prostý, o něco pak dále mezi mlýnem Strnadovým a Psíkovým vystupuje ještě jedna žíla diabasu dávající svědectví, že jádro Chvojné jest do velikých hloubek na několika místech rozpukáno.**)

---

*) Pravé n. p. uralské beresity jsou ovšem známým sídlem zlatonosnosti.

**) Naproti tomu v úzké kamenité strži, jdoucí poblíže Podvršského mlýna východně podél severního svahu Mikule není ani stopy žilnatění nějakého.

Krajem lesa na SSV vůči vsi Velkým Lečicům končí práce na tomto pruhu zlatonosném kopané. Dílem súží se zde pruh ten tuším vymizením kyzonosné žuly, dílem však jest půda pokryta náplavem. Jdeme-li však odtud směrem ku Karlovu mlýnu, přijdeme brzo na příkop vodou vymletý, ústící mezi mlýnem Psíkovým a Folknerovým do Kocáby, a tu hned právě při polní cestě vystupuje pokračování diabasu, jdoucího sem ze svrchu řečeného zlatonosného pruhu: a hnedle jde od něho ve příkopu staré ryžovisko, kterého nad diabasem tím zde není, a ryžovisko toto obsahuje zde hojnou rozdrobeninu diabasu toho jako neklamné a důležité svědectví, že právě diabas tento jest zlatonosný. Zvětráním diabasu vzniká zde drobnozrnná šupinkovitá hornina chloritická matného vzhledu, upomínající na zvětraný biotitický diorit. V jednom zvětraném kousku diabasu tohoto z ryžovnického kopečku nalezl jsem úlomek křemenné žilky se zrnéčkem ryzího zlata.

Podobně jsou před ústím Krámského potoka do Kocáby poblíže mlýna Folknerova zbytky část. mladého ryžoviska, ale část jejich zlatonosnosti pochází také nepochybně až od Krámů.

Co týče se diabasu Krámského, vybral jsem vzor diabasu toho pokud bylo lze nejčerstvější, pokud nejméně uralitovaný, bez makroskopických rud, bez puklin a prostý všech žilek z prostředku žíly diabasové a ten obsahuje sám opravdu stopy zlata, jak jsem loni z důvodů petrografických předpověděl. Otto Bär nalezl v něm 0·00004% zlata olovem vytažitelného, tedy 0·4 g v tuně.

Na sev. záp. svahu kopce Nevady poblíže vsi Velkých Lečic při Kocábě ukázal mi pan Karel Aixner velmi rozsáhlou ryžovnickou kopaninu po zlatě v naplavené rozdrobenině Příbramských břidlic a částečně i v rozdrobeném diabasu, a v této vyskytly se tu a tam i úlomky křemenných žil. Jest to jaksi pokračování ještě zlatonosného pruhu Chvojenského, ale již bylo poměrně asi chudé.

Možná však, že stopy zlatonosnosti sahají *podobným* směrem i dále na SV a SSV. Pan Karel Aixner dověděl se, že před několika lety u Královky (asi SV ode vsi Krámů) propadl se lesní adjunkt najednou do nějakého dolu, což pamatují ještě lidé v okolí dobře, a jméno Královka upomíná na jméno Královská u Vltavy mezi Štěchovici a Živohouští, kdežto sám nalezl jsem ryžovnické kopaniny po zlatě. Pp. dr. Bohumil Němec a dr. Alois Mrázek upozornili mne dále, že v okolí vsi Bojova na trati Měchenicko-Dobříšské spatřili kopečky ryžovnickým podobné. Místa ta budu však moci prohlédnouti náležitě teprve budoucím rokem. Největší množství zlata bylo však

vytěženo ve pruhu tom nejspíše přece jen na Chvojné u Knína a u vsi Krámů, doufám pak, že na Chvojné přece někdo opět ujme se se zdarem díla nedokončeného.

O Chvojné jest pozoruhodno, že podobné poměry výskytu zlata jako tam, totiž ve břidlicích na kontaktu se granitem a v diabasech, máme také n. p. ve světoznámém zlatonosném okrsku v *Kalifornii*, kdežto dolování dosáhlo nyní místem i přes 600 *m* hloubky a děje se dále i ve hloubkách s výtěžkem. Tento výsledek dolování Kalifornského mohl by býti tuším také pobídkou ku dalším pracem na Chvojné. Pěkné poučení o zlatonosných poměrech Kalifornských obsahuje m. j. právě vyšlý článek, jejž sepsal Bruno Knochenhauer: „Der Goldbergbau Kaliforniens".*) Práce ta obsahuje také mapu a 5 profilů, z nichžto profil č. V., částečně i profil č. I. upomíná mnoho též na zlatokopné dílo u vsi Krámů.

Podobné poměry lze také očekávati i v části okrsku Jílovského, totiž jednak v Halířích (kontakt se granitem), jednak v severní části vrchu sv. Anny (diabas). Kamení Halířů: biotitický rulovitý fyllit z hald velikého díla tamějšího, prosté všech žilek a puklin a zcela čerstvé vybrané dal jsem zkoušeti na zlato a zkoušeč Otto Bär nalezl v něm 0·00006% olovem vytažitelného zlata, t. j. 0·6 *g* v tuně. — Z diabasu vrchu sv. Anny vybral jsem ze prostředka čerstvý vzorek horniny bez makrosk. rud, bez puklin a bez žilek a v tom nalezl Otto Bär také stopy olovem vytažitelného zlata. —

Pan Albert Březina, lesní adjunkt v Boroticích, upozornil mne na doly a dolíky, kopané v lese Hořice zvaném mezi vsemi Libšici a Dražeticemi jižně od N. Knína. Tu shledal jsem pak ostrůvek Příbramských břidlic v žule a v něm *velmi rozsáhlé* staré dílo v diabasu, porfyru a břidlicích Příbramských, dílem směrem ku Dražeticům starší, dílem asi SZ odtud pozdějšího původu. Potom doptali jsme se s panem K. Aixnerem v Libšicích pověsti po starých lidech zachované, že kdysi bylo tu kutáno po zlatě, — jeden důl jmenují dosud „u 5 bratří," — a že vycházeli prý odtud havíři štolou „v jamkách" mezi vsemi Dražetici a Čelínem (později byla tu do nedávna hospoda), a tuto poblíže místa „v jamkách" zvaného že mívali tavírnu. Také snad zde i majitelé panství Staro-Knínského křižovníci asi v minulém století 18. dali kopati po zlatě, načež mají ještě památkou Melchisedech v monstranci v Pražském klášteře svém dle laskavého sdělení sekre-

*) Zvláštní otisk z časopisu „Berg- und hüttenmännische Zeitung", ročníku 1897, Leipzig 1897, Verlag von Arthur Felix.

táře řádu vel. p. Frant. Marata v Praze. Ačkoli však celé dílo jest značně rozsáhlé, nenalezl jsem žádného záznamu tištěného o něm. Jen malou narážku obsahuje záznam Peithnera z Lichtenfelsu na str. 133. známého díla jeho „Versuch ü. d. Geschichte der böhmischen und mährischen Bergwerke", že král Sigmund obdaroval zvláštními výsadami vzhledem na dolování v okrsku Knínském statky: Starý Knín, *Libčice*, Kytín a Dobříš.

Objem zlatonosného okrsku Novo-Knínského rozšiřuje se takto dalším zkoumáním značně a podstatně o ostrov mezi Libšici a Dražetici, kterýžto budu podrobně zkoumati dále, a možná, že by byl vhodným zde přímý pokus kutací zejména na starším díle. Ostatně jsou známky bývalého kutání i v dalším ještě okolí v krajině okolo vsi Mokřka, ale těch nebylo mi možno pro nepříznivé letošní počasí ani náležitě projíti, neřkuli v nich studovati. Jest však jisto, že slova výsady, dané Novo-Knínským od krále Jiřího r. 1461. že „*v jedné míli zšíří i zdýlí okolo Knína* všickni dělníci, kteří zlata dobývají a dobývati budou, buď horního neb potočního, mají a míti budou do Knína všecko zlato nésti" měla význam opravdu platný.

Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Edv. Grégra v Praze 1897.

LIV.

O pryskyřičné kyselině řepy cukrové.

Sdělují **Karel Andrlík** a **Emil Votoček** v Praze.

(Předloženo dne 12. listopadu 1897.)

Při studiu špatně se procezujících saturačních kalů z cukrovarů nalezl Kollrepp*) zvláštní látku, kterou nazval isocholesterinem. Látku podobných vlastností a nepochybně identickou isoloval i A. Stift**) z téhož materialu. —

Shledali jsme, že tato látka jest netoliko v každém saturačním kalu vůbec obsažena, nýbrž i v jiných ještě zplodinách, z řepy cukrové vzniklých, zvláště v diffusní šťávě, v usazenině z předhřívačů diffusní šťávy a konečně v pěně, která na odpadních vodách cukrovarnických v usazovacích jamách se tvoří. V takovéto pěně nalezli jsme (v sušině) 10—25% Kollreppova isocholesterinu.

Výzkumy svými jsme shledali, že látka naše, kterou níže popíšeme, jest identickou s Kollreppovým isocholesterinem, a že jest to zvláštní kyselina pryskyřičná, kterou jsme nazvali, přihlížejíce k původu, *pryskyřičnou kyselinou* řepovou.

Stůjž zde předem stručný popis method, jakými jsme z jednotlivých, výše jmenovaných surovin onu látku v čisté formě připravili.

Kollrepp připravoval látku svou extrakcí étherickou saturačního kalu, rozloženého kyselinou solnou. Nákladnou extrakci étherem nahradili jsme s úplným zdarem extrakcí alkoholickou a postupovali jsme takto:

a) Příprava látky ze saturačního kalu. V čerstvý kal působeno zředěnou kyselinou solnou a to zprvu za chladu, pak za varu, zbytek v HCl nerozpuštěný promyt vodou a vysušen. Na to extrahován alko-

*) Zeitschrift d. Vereins f. Rübenzuckerindustrie d. d. R. 1888. 774.

**) Öst.-ung. Zeitsch. f. Zuckerind. 1893, 670.

holem za přidání něco NaOH nebo Na_2CO_3 (až lihový extrakt jevil alkalickou reakci). Alkoholický extrakt zahuštěn, přidáno vody do zákalu; dalším odpařováním na vodní lázni získány bezbarvé jehličky, jež z alkoholu, $C_2H_4O_2$ okyseleného, pak z pouhého alkoholu tak dlouho byly přehlacovány, až vykazovaly stálý bod tání.

b) Příprava látky z pěny odpadních vod. Vysušená pěna extrahována za horka alkoholickým draslem, extrakt odpařen, rozložen kyselinou solnou, promyt vodou a vysušen. Na to zbaven étherem petrolejovým kyselin mastných a krystalován z alkoholu za použití kostního uhlu. Po několikráte opakovaném výkonu bod tání se ustálil.

c) Příprava látky z usazenin předhřívačů. Přímá extrakce alkoholická usazenin těchto poskytla málo látky; mnohem lepší výtěžek docílen, byla-li usazenina předem HCl rozložena. Jest tedy látka v usazenině částečně volna, částečně vázána. Zpracovali jsme 16 *kg* usazeniny následujícím spůsobem. Usazenina rozložena kyselinou solnou, nerozpuštěný zbytek extrahován za horka alkoholem a extrakt k suchu odpařen. Extrakt vyvářen opětovaně roztokem sody k odstranění kyselin mastných a barvivých látek a získána hmota nažloutlá, jež povařena s kyselinou solnou a čistěna alkoholem. Za účelem rychlejšího vyčistění převedena vařením s anhydridem octovým v acetylprodukt krásně krystalující, z toho pak zmýdelněním (alkoholickým draslem) připravena původní látka, nyní již snadno z alkoholu krystalující.

d) Příprava látky ze šťávy diffusní. Diffusní šťáva srážena trochou kyseliny solné a se sedlinou stejně naloženo, jako ve případě *c)* s tím toliko rozdílem, že alkoholický extrakt čistěn KOH. Krystalisací z alkoholu nabylo se přímo jehliček, identických s oněmi ze saturačního kalu atd. Co do výtěžku skýtá 1 litr diffusní šťávy s kyselinou solnou as 3 *g* surové sedliny. —

Nejlepší výtěžek na látce naší skýtá pěna odpadní (až 25%), mnohem menší pak usazenina z předhřívačů; nejobtížnější jest příprava látky ze saturačních kalů.

Látka naše krystaluje v tenkých, bezbarvých jehlicích, hedvábně lesklých, nerozpustných ve vodě. Líhu 96%ního vyžaduje k rozpuštění 1 d. kyseliny pryskyřičné za obyčejné teploty as 180 d. Vroucí alkohol rozpouští látku mnohem snadněji, rovněž vyšší alkoholy jako amylnatý, isobutylnatý. Vroucí ledová kyselina octová látku snadno rozpouští, z kteréhožto roztoku však nekrystaluje více látka původní. Methylalkohol rozpouští látku méně, než éthylnatý. Látka za obyčejné teploty

na vzduchu vysušená ztrácí zahříváním na váze, o čemž níže ještě se zmíníme.

Úplně čistá látka taje konstantně při 299—300° C (nekorrig.) na slabě zažloutlou tekutinu; tání předchází jihnutí. Zahříváme-li látku nad bod tání, těká a dává sublimat dílem polotekutý, dílem krystalinický. Při sublimaci nastává patrně již částečný rozklad látky, neboť jehličky sublimatu tají již při 241° a černají zároveň. Při teplotě, kdy nastává těkání látky, šíří tato zvláštní příjemně pryskyřičnatý zápach. Látka hoří plamenem silně čadivým, šíříc týž zápach; při tom se silně nadýmá a posléze lesklý, černý uhel zůstavuje.

Látka naše jest opticky aktivnou a sice pravotočivou.

Ku přesnému stanovení otáčivosti nebylo vhodného rozpustidla, kteréž by látku ve větší míře rozpouštělo; proto omezili jsme se na stanovení otáčivosti v roztoku alkoholickém. Jelikož však čistá látka se v alkoholu za obyčejné teploty jen skrovně rozpouští, jest pochopitelno, že výsledky stanovení našich i při největší péči nutně jsou zprovázeny chybou pozorovací, která v tomto případě citelně na výsledek působí. Dovolená úchylka v polarisaci o $\pm$ 0·05° má zde již za následek rozdíl v otáčivosti o $\pm$ 1·9°.

Stanovení otáčivosti. Polarisace prováděna byla se saccharimetrem firmy J. a J. Fričové na polostín zařízeném, polarisováno v jedné a téže trubici polarisační 200 *mm* dlouhé a s týmiž uzavíracími skélky. Roztoky alkoholické připravovány byly v baňkách odměrných, přesně na Mohrův litr vyměřených (při 17·5° C.). K polarisaci sloužilo plynové světlo lampy triplex a polarisováno jednak s chromatovou deskou, jednak bez ní, výsledky však souhlasily; nejeví tedy látka v mezích pokusných znatelně různější disperse, nežli křemen.

a) Látka z kalu saturačního, tající při 300° a sušením při 105° 5·87% vody ztrácející. 0·4 *g* nesušeného preparatu rozpuštěno v teplém lihu a po ochlazení doplněno tímtéž rozpustidlem do 100 cm^3. Polarisace tohoto roztoku při 20° C vykazuje jakožto průměr 15 odečtení + 1·738°. Za použití Rimbachova faktoru převodného 0·344 jest otáčivost specifická tohoto preparatu $(\alpha_D)^{20°}_{0·4} = + 74·7°$.

b) Látka z pěny odpadní; vzorek tál při 299°—300°, a obsahoval 5·46% vody, při 105° stanovené. 0·4 *g* látky zcela podobně polarisováno, jako v předešlém případě; průměr 15 odečtení činil + 1·73°, z čehož $(\alpha_D)^{20°}_{0·4} = + 74·3°$.

c) Látka z usazeniny předhřívače (čistění acetylací). Bod tání při 300°, ztráta na váze při 110° (v lázni toluolové) 5·95%. —

0·4339 *g* látky rozpuštěno v absol. alkoholu a doplněno na 100 *cm*^{3}. Průměr 15 odečtení $= + 1·87^0$, z čehož plyne $(\alpha_D)^{20^0}_{0·4339} = + 74·1^0$.

Průměrná rotace původní látky $(\alpha_D)^{20^0} = + 74·40$.

d) Preparáty vysušené při 105^0 do stálé váhy:

1. preparát z kalu saturačního. 0·4495 *g* ve 100 *cm*^{3} líhu; průměr 15 odečtení $= + 2·05^0$, tedy $(\alpha_D)^{20^0}_{0·4495} = + 78·5^0$.

2. vzorek látky z usazenin předhřívačů. 0·4580 *g* ve 100 *cm*^{3} dalo jakožto průměr 15 odečtení $+ 2·10^0$, z čehož $(\alpha_D)^{20^0}_{0·458} = + 78·8^0$.

Průměrná rotace látky vysušené byla $(\alpha_D)^{20^0} = + 78·67^0$.

Elementárný rozbor látky skýtá neobyčejné obtíže; vznikajíť při spalování dle obvyklých pravidel prováděném plyny těžko spalitelné*), hořlavé a to ať již spalováno s CuO či s $PbCrO_4$. I bylo nutno spalovati neobyčejně zvolna, případně i s použitím roury spalovací dvojnásobné délky, aby chyba jmenovaná byla vymýtěna.

I. Spalování látky na vzduchu sušené.

0·2861 *g* látky (z předhřívačů pocházející) poskytlo spálením v platinové loďce a pomocí hrubého CuO 0·7930 *g* CO_2 a 0·2746 *g* H_2O, čili 75·58% uhlíka a 10·66% vodíka.

0·2548 *g* téhož preparátu stejným spůsobem spáleno poskytlo 0·7047 *g* CO_2 a 0·2499 *g* H_2O čili 75·42% C a 10·89% H.

0·2609 *g* téhož preparátu stejně spalováno dalo 0·7223 CO_2 a 0·2497 *g* H_2O, což odpovídá 75·55% C a 10·64% H.

0·1544 *g* látky z kalu saturačního poskytlo 0·4276 *g* CO_2 a 0·1527 *g* H_2O čili 75·50% C a 10·98% H. — Spalováno bylo s CuO.

0·0835 *g* látky (získané zmýdelněním acetylproduktu) poskytlo 0·2304 *g* CO_2 a 0·0820 *g* H_2O, tedy 75·13% C a 10·77% H.

0·3563 *g* látky z kalu saturačního smíšeno s jemným $PbCrO_4$ poskytlo při spálení v zavřené rouře 0·9902 *g* CO_2 a 0·3497 *g* H_2O, což odpovídá 75·78% uhlíku a 10·90% H.

0·2472 *g* téhož preparátu stejně spáleno, dalo 0·6914 *g* CO_2 a 0·2407 *g* H_2O, čili 75·46% C a 10·81% H.

0·2489 *g* téhož preparátu spáleno v dvojnásobné rouře, i poskytlo 0·6854 *g* CO_2, což odpovídá 75·18% uhlíka.

0·2286 *g* téhož preparátu spáleno v Pt-loďce, se zrnitým CuO a dvojnásobnou rourou, i poskytlo 0·6348 *g* CO_2 t. j. 75·74% C.

---

*) O hořlavosti jejich přesvědčili jsme se pokusy, v endiometru elektrickou jiskrou prováděnými.

II. Elementární analysa látky při 100—105° do konst. váhy vysušené:

0·1845 *g* látky (z předhřívačů) poskytlo 0·5365 *g* CO_2 a 0·1831 *g* H_2O, což rovná se 79·29% C a 11·03% H.

0·2020 *g* látky (z předhřívače, čistěné acetylací) dalo 0·5865 *g* CO_2 a 0·2018 *g* H_2O, což odpovídá 79·18% C a 11·11% H. Spálení provedeno s práškovitým $PbCrO_4$.

0·1495 *g* preparátu jiného (acetylací čistěného z předhřívače) spáleno na loďce platinové ve dvojnásobné rouře: získáno 0·4368 *g* CO_2 t. j. 79·64% C.

Průměrné číslo 3 rozborů látky, sušené do konstantní váhy, jest

	Theorie pro $C_{11}H_{18}O$ vyžaduje:
$C = 79·37\%$	$C = 79·52\%$
$H = 11·07\%$	$H = 10·84\%$

Průměrné číslo z 9 rozborů látky na vzduchu sušené jest

	Theorie pro $(C_{11}H_{18}O)_2 + H_2O$ vyžaduje:
$C = 75·48\%$	$C = 75·43\%$
$H = 10·81\%$	$H = 10·86\%$

Stanovení molekulární váhy. Molekulárná váha látky stanovena byla methodou ebullioskopickou v apparatu Beckmannově.*) K ní použito bylo látky při 105° vysušené. Rozpustidlem byl konstantně vroucí, natriem vyčistěný isobutylalkohol.

	Látky *g*	Elevace	Nalezená molek. váha	váha rozpustidla.
1.	0·7292	0·089°	711	23·9422
2.	0·3495	0·055°	650	
3.	0·7327	0·080°	701	
4.	0·7794	0·121°	652	

Při výpočtu použito formule $m = \frac{100 . g . k}{g . \Delta}$ a konstanty Gernhardtem pro isobutylalkohol nalezené $k = 20·78$. Elevace k sobě přičítány. Průměr čtyř stanovení dává číslo 678, theorie pro $(C_{11}H_{18}O)_4$ čili $C_{44}H_{72}O_4$ vyžaduje 664.

---

*) Panu Dr. O. Šulcovi, jenž s neobyčejnou ochotou vlastní apparat Beckmannův k práci nám zapůjčil, vzdáváme na místě tomto své upřímné díky.

Rozpustidlo: éthylalkohol.
Alkohol čistěn dle Berthelota pomocí CaO + BaO.

Látky *g*	Elevace	Váha rozpustidla	Molek. váha
0·8672	0·063°	27·2288	611

K výpočtu užito konstanty pro éthylalkohol $k = 12·085$. — Raoult a j. ukázali, že látky, obsahující hydroxyly, chovají se při stanovení molekulárné váhy rozdílně dle toho, bylo-li užito rozpustidla indifferentního, či povahy kyselé. V prvém případě ukazují často dvojnásobnou molekulárnou váhu, kdežto v rozpustidlech kyselých skýtají čísla normálná, skutečnosti odpovídající. — Ze sloučenin blízkých naší látce chová se tak na př. kyselina abietinová $C_{19}H_{28}O_2$, jak ukázal Mach.*) Z toho důvodu provedeno ještě stanovení molekulárné váhy acetylderivatu v ledové kyselině octové (mrznutím vyčistěné) a skutečně získáno číslo as poloviční předešlých.

Rozpustidlo: ledová kyselina octová.

Látky *g*	Rozpustidla *g*	Elevace	Molek. váha
1·3204	28·7726	0·410°	290

Konstanta pro kyselinu octovou = 24·5.

Z nalezené molekulárné váhy pomocí kyseliny octové jest patrno, že matečné látce původní nepřináleží jiná formule, nežli dvojnásobek $C_{11}H_{18}O$ čili $C_{22}H_{36}O_2$.

Látka vysušená na vzduchu za obyčejné pouze teploty ztrácí, sušíme-li ji při 100—105°, vodu a sice množství, odpovídající 1 molekule H_2O při formule $C_{22}H_{36}O_2$. Tak poskytla při 105°

	% H_2O
látka z kalu saturačního připravená	5·87
„ z usazenin předhřívačů čistěná acetylací . . .	5·79 a 5·71
„ „ „ „ bez acetylace .	5·32 **)
„ z pěn vod odpadných	5·12 a 5·46

Theorie pro $C_{22}H_{36}O_2 + H_2O$ vyžaduje 5·15%, což s čísly u různých preparátů nalezenými s dostatek souhlasí. —

Barevné reakce. Látka naše dává pěkné barevné reakce s anhydridem kyseliny octové a kyselinou sírovou. V konc. H_2SO_4 rozpouští

*) Monatshefte für Chemie 1894.

**) Po odečtení vody hygroskopické, 0·97% obnášející, kteráž nad H_2SO_4 určena.

se zvolna a dává roztok žlutý až oranžový, slabě žlutě fluoreskující. Zkoumání absorpčního spektra tohoto sírového roztoku mělo následující výsledek:

Při menší koncentraci pozorovati lze ztemnělý pás mezi čarou D a E, jehož počátek — je-li D na 50 — jest as při 62 maximum mezi 65—70 ubývání temnoty až k 90, pak mírné přibývání as do 110 a dále v pravo spojité zatemnění. — Toto absorpční spektrum podobá se velice spektru, jež skýtá vitin $C_{20}H_{32}O_2$ v koncentr. H_2SO_4. — Rozpustí-li se něco málo látky v několika kapkách anhydridu octového a přidá-li se přebytek konc. H_2SO_4, získá se roztok intensivně karmínový, jenž zředěn touže H_2SO_4 jest růžový, zředěn však ledovou kyselinou octovou nabývá barvy fialové. Růžový roztok zkoušen spektroskopem ukázal temný pás mezi 55 a 100 s maximem temnoty při 69 (Natriová čára postavena na 50). Také v tomto ohledu podobá se velmi vitinu. — Roztok látky ve chloroformu okyselen několika kapkami anhydridu octového přidáním konc. H_2SO_4 teprvé po delší době skýtá pěkně fialové zbarvení ve chloroformu, kdežto kyselina sírová nabývá barvy červenohnědé. — Rozpustí-li se látka v přebytečném anhydridu octovém a přidá-li se po vychladnutí něco málo koncentr. H_2SO_4, získá se roztok sytý, krásně fialový, po delší době de smaragdova zelenající. Toto sezelenání lze přivoditi okamžitě přidáním kapky vody ke fialovému roztoku. Odpaří-li se něco látky s HNO_3 na skélku hodinkovém, zbývá hmota nažloutlá, ammoniakem žlutohnědé barvy nabývající.

Všechny právě uvedené barevné reakce shodují se úplně s oněmi, jež dává kyselina abietinová, vitin, urson, gentiol, přemnohé kyseliny pryskyřičné a konečně i cholesterin. —

Soli pryskyřičné kyseliny řepové. Látka naše jeví se býti k fenolftaleinu slabou kyselinou, vzhledem k lakmusu reaguje neutrálně. K nasycení svému potřeboval 1 *g* látky v roztoku alkoholickém a titrován pomocí fenolftaleinu 2·5 cm^3 n. NaOH čili 10·0% NaOH nebo 13·32% KOH.

Alkoholické roztoky naší látky, neutralisovány louhem sodnatým nebo draselnatým dle fenolftaleinu, sráží se přidáním as rovného objemu (neb i dvojnásobného) vody a stávají se při tom opět alkalickými, nejspíše že sráží se buď látka původní neb kyselejší sůl a žíravina zůstává v roztoku.

Vaříme-li alkoholický roztok látky s bezvodým uhličitanem sodnatým nebo draselnatým, osazují se po předchozím zahuštění kry-

stalky, jevící všechny vlastnosti solí. Podařilo se nám připraviti následující soli:

Sůl sodnatá získá se vařením alkohol. roztoků látky s bezvodou sodou; z nasycených za horka roztoků krystaluje po ochlazení sůl dílem v destičkách, dílem v krátkých, plochých sloupcích. Z alkoholických roztoků látky, majících přebytek NaOH, lze zahuštěním rovněž nabyti soli sodnaté v jemných lístcích.

Sůl sodnatá rozpouští se snadno i za chladu v alkoholu, více za tepla.

Krystalky soli sodnaté na vzduchu rychle zvětrávají a ztrácejí průzračnost. Sušením při 100—103° ztrácí sůl 24·02%, při 115° pak 24·63% své váhy.

Ke 0·8119 *g* čerstvé, nezvětrané soli přičiněno několik kapek konc. H_2SO_4, načež pozorně zpopeleno a spáleno; získáno 0·0906 *g* Na_2SO_4, což odpovídá 3·62% Na.

0·3716 *g* soli sodnaté vysušené při 103° do konst. váhy poskytlo zpopelením 0·0405 Na_2CO_3 *g* čili 4·72% Na.

0·2211 *g* vysušené soli (při 103°) rozloženo konc. H_2SO_4 poskytlo 0·0906 *g* Na_2SO_4, což odpovídá 4·89% Na. — Průměr pokusu 2. a 3. obnáší 4·80% Na.

Sůl draselnatá připravena byla vařením absol. alkoholického roztoku suché látky s bezvodým K_2CO_3 na zpětném chladiči, i chová se podobně jako sůl sodnatá.

0·3293 *g* soli při 100° sušené poskytlo 0·0594 *g* K_2SO_4 čili 8·08% K.

Soli draselnatá i sodnatá reagují na fenolftalein neutrálně, na lakmus alkalicky; jsou ve vodě jen nepatrně rozpustny, kteréžto roztoky jeví slabou polarisaci. Při třepání neobyčejně silně pění a připomínají svým chováním mýdla pryskyřičná. CO_2 sráží z vodných roztoků sedlinku.

Soli alkalické jeví značnou optickou aktivitu; jsou pravotočivy; otáčivosť jejich posud přesně stanovena nebyla.

Přičiní-li se něco vody ku zředěným alkoholickým roztokům, mění se po nějaké době v rosol.

Soli žíravých zemin bylo lze nejsnáze připraviti podvojným rozkladem alkalických solí s chloridy žíravých zemin. Dají se získati ve tvaru krystalinickém. — Nejlépe se postupuje, rozpustí-li se látka původní v horkém alkoholu, neutralisuje se přesně alkal. louhem pomocí fenolftaleinu, načež přidá se v malém přebytku vodného roztoku chloridu žíravé zeminy, po případě ještě vody do objevení se slabého

zákalu, kterýž se alkoholem znovu právě rozpustí a ostaví se ochlazení. Vyloučí se bezbarvé jehličky příslušných solí.

Sůl vápenatá, získána popsaným spůsobem, tvoří jehlice, ve vodě téměř nerozpustné, málo ve zředěném, poněkud lépe v absol. alkoholu rozpustné.

Po vysušení na pórovitém talíři nalezena byla dalším vysušováním při 115° ztráta na váze 8·43%.

Spálením 0·0870 *g* soli při 115° vysušené získalo se 0·0050 *g* CaO čili 4·10% Ca.

Sůl hořečnatá krystaluje rovněž v bezbarvých jehličkách, jež jsou ve vodě i alkoholu poněkud rozpustnější, nežli sůl vápenatá. Krystalky soli na vzduchu vysušené ztrácely sušením při 110—115° 10·93% váhy. Spálením 0·1770 *g* vysušené soli získalo se 0·0079 *g* MgO čili 2·65% Mg.

Sůl barnatá získá se v bezbarvých jehličkách, jež podobně jako soli předcházející, obsahují vodu krystalovou; ohledně rozpustnosti shoduje se se solí vápenatou. Vysušením do stálé váhy při 105° shledána ztráta 4·16%.

Spáleno 0·2090 *g* látky při 105° vysušené, s kyselinou sírovou a získalo se 0·0473 *g* $BaSO_4$ čili 13·3% Ba.

Vedle těchto solí byly ještě některé další připraveny.

Sůl železitá získána rovněž podvojným rozkladem za pomoci chloridu železitého; vyloučila se přidáním vody k alkohol. roztoku látky, ve spůsobě žlutohnědé sedliny, jež za vlhka skládala se sice z mikroskopických jehliček, po odssátí na pórovitém talíři však již tvořila beztvarou, červenohnědou hmotu, ztrácející při 105° 1·06% své váhy.

0·1853 *g* látky vysušené při 105° zanechalo po spálení 0·0054 *g* Fe_2O_3, což odpovídá 1·92% Fe.

Sůl zinečnatá vylučuje se ve spůsobě bílé sedliny. Sůl mědnatá tvoří objemnou modrou sedlinu, sůl stříbrnatá sedlinu bílou, časem hnědnoucí. Obě jsou amorfní.

Soli naší kyseliny jeví velikou analogii se solemi kyseliny abietinové a vitinu. U kyseliny abietinové, kterouž nejdůkladněji studoval Mach*), všechny pokusy, směřující k získání soli neutrálné, zůstaly bez úspěchu. Bylo mu možno připraviti pouze kyselé soli a to na př.

---

*) Monatshefte für Chemie 1894, 199.

sůl draselnatou formuly $C_{19}H_{27}O_2K . (C_{19}H_{28}O_2)_3$. Pokusy Machovy vztahovaly se na sůl K, Ba, Ca a Ag. — Rovněž u vitinu*) pozoroval Siewert pouze tvoření se kyselých solí obecné formuly

$$C_{20}H_{31}M^{I}O_2 . C_{20}H_{32}O_2.$$

Siewert připravil tak kyselé soli NH_4, Ca, Cu, Pb a Ag.

Naše látka dle rozborů solí připravených tvoří též soli kyselé a to obecné formuly $(R . M^{I})_3 . RH$, na př. sůl draselnatá

$$(C_{22}H_{35}O_2K)_3 . C_{22}H_{36}O_2.$$

Dle formuly této vyžaduje

			nalezeno vysušené soli	
sůl draselnatá	8·11%	K	8·08%	K
„ sodnatá	4·94 „	Na	4·80 „	Na
„ hořečnatá	2·67 „	Mg	2·65 „	Mg
„ vápenatá	4·33 „	Ca	4·10 „	Ca
„ barnatá	13·41 „	Ba	13·30 „	Ba

Vzhledem k uvedeným již vlastnostem a vzhledem k vlastnostem, plynoucím z dalšího studia látky, soudíme na její souvislost s látkami blízkými pryskyřicím a nazvali jsme ji *pryskyřičnou kyselinou řepy cukrové*, pokud zevrubné složení její nepovede k názvu rationálnému.

Acetylderivat. Vaří-li se látka s několikanásobným množstvím anhydridu octového po několik hodin na zpětném chladiči a ostaví-li se reakční tekutina klidu, ztuhne za krátko a skládá se pak z bezbarvých krystalků paprskovitě seskupených. Látka odssaje se pomocí vodní vývěvy, promyje málem ledové kyseliny octové a na konec vysuší na pórovitém talíři. Produkt tvoří šupinky lesku hedvábného, tající při 206°. Při zahřívání v kapilláře lze vždy pozorovati, že několik stupňů nad bodem tání látka opět tuhne na bílou hmotu, jež zahříváním ani do 330° více zpět netaje. Překrystalují-li se šupinky, z anhydridu octového získané, ze zředěného vroucího alkoholu, obdrží se acetylprodukt v podobě přejemných jehliček, jež liší se od šupinek chováním se v kapilláře. Ony tají teprve při 260° a dalším zahříváním více netuhnou. Rozpustí-li se tyto jehličky za varu v anhydridu octovém, vylučují se opět šupinky hedvábného lesku, souhlasící s produktem direktně získaným, tající opět při 205°—206°.

---

*) Monatshefte für Chemie 1893, 733.

Acetylderivat (z alkoholu překrystalovaný) rozpouští se dosti nesnadno v chladném 96%ním alkoholu, lépe za varu. V étheru i chloroformu snadno se rozpouští.

Otáčivost v alkoholickém roztoku pro 0·1012 *g* látky ve 100 cm^3 alkoholu byla $+ 0·45$ tedy $(\alpha_D)^{20^0}_{0·1012} = + 76·5^0$.

Spalování látky skýtalo tytéž obtíže, jako látka původní.

Při velmi volném spálení získáno z 0·2501 *g* látky 0·7049 *g* CO_2 a 0·2242 *g* H_2O, což odpovídá $76·86\%$ C a $9·95\%$ H.

$C_{22}H_{35}O_2 . C_2H_3O$ vyžaduje	Nalezeno
$C = 77·01\%$	$C = 76·86\%$
$H = 10·16\%$	$H = 9·95\%$

Stanovení acetylskupiny prováděno bylo tím způsobem, že látka zmýdelněna byla alkoholickým draslem, a po ochlazení přesycena čistou kyselinou fosforečnou, načež vodní parou přeháněna uvolněná kyselina octová a přímo titrována. K úplnému vypuzení kyseliny octové bylo třeba přehnati aspoň $1^1/_2$ *l* tekutiny.

0·54 *g* látky (z alkoholu krystal.) při 100^0 vysušené spotřebovalo 14·8 cm^3 $\frac{1}{10}$ n. louhu, což odpovídá 0·06364 *g* C_2H_3O, čili $11·80\%$ (C_2H_3O).

0·6662 *g* látky (z anhydridu octového krystalované) sušené pouze na pórovitém talíři, potřebovalo 19·8 cm^3 $\frac{1}{10}$ n. louhu, což odpovídá 0·0851 *g* C_2H_3O čili $12·7\%$ acetylu.

1·160 *g* látky (z alkoholu krystalované), při 100^0 vysušené, spotřebovalo 32 cm^3 $\frac{1}{10}$ n. louhu, tedy nalezeno 0·1376 *g* C_2H_3O čili $11·9\%$ acetylu.

Theorie pro $C_{22}H_{35}(CH_3 . CO)O_2$ vyžaduje	nalezeno:		
$11·56\%$ $(CH_3 . CO)$	$11·8\%$	$12·7\%$	$11·9\%$

Acetylderivat reaguje v alkoholickém roztoku k fenolftaleinu kysele.

S anhydridem octovým a koncentrovanou H_2SO_4 dává acetylprodukt tytéž barevné reakce, jako látka neacetylovaná, totiž zbarvení buď karmínové (s mnoho H_2SO_4) nebo fialové (mnoho anhydridu octového).

Abychom se přesvědčili, zdali produkt anhydridem octovým získaný jest již maximálným acetylderivatem, provedli jsme ještě tento pokus:

Několik *g* acetylderivatu, z alkoholu několikráte překrystalovaného a vysušeného, zahříváno 10 hodin s přebytkem anhydridu octového a taveného octanu sodnatého se zpětným chladičem. Po vychladnutí vlito do vody; vyloučený olej rozložil se po několika hodinách na kyselinu octovou a bílé vločky. Tyto sfiltrovány po jednodenním stání a důkladně promyty vodou. Během této doby nabyly vesměs krystalické formy a tvořily pak bezbarvé jehličky. Vzorek vysušený na pórovitém talíři vykazoval bod tání 204°. Látka jest tedy identickou s onou, jež byla toliko s anhydridem octovým připravena a nedá se tedy docíliti produktu výše acetylovaného.

Acetylprodukt několikrát z alkoholu přehlacený nedoznával sušením žádné ztráty na váze; acetylprodukt přímo z anhydridu octového krystalovaný ztratil sušením při 110° 1·92% své váhy.

Co se týče konstituce našeho acetylderivatu $C_{22}H_{35}O_2$ (C_2H_3O), nutno vzhledem k tomu, že matečnou látkou jeho jest kyselina s 2 atomy kyslíka, totiž $C_{22}H_{36}O_2$ — pojímati jej ne jako esther, nýbrž jako smíšený anhydrid dvou kyselin, totiž octové a pryskyřičné kyseliny řepové $C_{22}H_{36}O_2$.

Tvoření se smíšených anhydridů není nijak osamělé; již Autenrieth*) ukázal, že vyšší kyseliny přesnadno zahříváním s anhydridem octovým smíšené anhydridy poskytují (někdy téměř kvantitativně) a že reakce probíhá tím snáze, čím více atomů uhlíka obsahuje kyselina použitá. Též vlastnosti, jež Autenrieth u takových smíšených anhydridů nalezl, souhlasí s oněmi, jež ukazuje naše látka.

Jest zajímavo, že i citovaný již vitin Siewertův s anhydridem octovým poskytuje acetylprodukt, a mimo to tvoří i soli s NH_4, Ca Mg, Cu a Ag a nutno snad i zde pojímati reakci ve smyslu tvoření se smíšeného anhydridu $\begin{matrix} CH_3 . CO \\ C_{20}H_{31}CO \end{matrix} \Big\rangle O$.

Zahříváním pryskyřičné kyseliny řepové toliko s ledovou kyselinou octovou nějaký čas se zpětným chladičem získá se zrnitá, bílá, krystalická hmota bodu tání 258°—259°, jež je předmětem dalšího studia.

Též benzoylací získány krystalické látky, jichž studium však dosud není ukončeno.

Působení taveného KOH na pryskyřičnou kyselinu řepovou. Vzhledem k tomu, že látka naše zdá se souviseti s pryskyřicemi, bylo zajímavo studovati rozkladné produkty při tavení s KOH.

---

*) Berl. Ber. XX. —

1 *g* látky taven s KOH ve stříbrném tyglíku, tak že teplota udržována delší dobu na 300°. Z taveniny bylo lze isolovati okyselením největší podíl látky původní, jen slabě produkty rozkladnými znečistěné (b. t. 268°). Z kyselého filtrátu étherem získán praskrovný výtažek $FeCl_3$ růžově se barvící. Neutvořilo se tedy žádné patrné množství fenolů, ač temperatura při tavení byla dosti vysokou. Ze všeho zjevno, že pryskyřičná kyselina řepová roztopenému draslu velice vzdoruje, čímž upomíná na určitou pouze skupinu pryskyřic, jež podobně se chovají.

Dále konány pokusy o působení brómu na látku naši a to v prostředí chloroformovém, v CCl_4, v CS_2, teplé ledové kyselině octové a ve směsi alkoholu s chloroformem. S úspěchem setkalo se pouze užití ledové kys. octové, a směsi chloroformu s líhem, kdežto ostatní rozpustidla neposkytla látek krystalovaných. Brom přikapovaný vcházel jen velice pomalu ve sloučenství, i dá se souditi, že nenastává addice, nýbrž substituce brómem.

Rovněž jódování látky prováděno bylo v roztoku chloroformovém a docíleno látky krystalované. Produkt brómování i jódování jsou předmětem dalšího studia.

Z redukčních činidel zkoušeno bylo působení zinkového prachu, dále kyseliny jódovodíkové s fosforem na pryskyřičnou kyselinu. Destilací směsi látky se zinkovým prachem, ve spalovací trubici provedené, dalo něco oleje světle nažloutlého, k jehož prozkoumání dosud material nestačil.

Redukce jódovodíkem a červeným fosforem v zalité trubici při 200° poskytla po 12hodinovém působení látku bílou, průsvitnou, vosku podobnou, jež tak, jak obdržena, tála při 80°. Dosud nebyla krystalicky získána.

Z okysličovadel studovali jsme působení kyseliny dusičné, chrómové a chameleonu v led. kys. octové.

Kyselinou dusičnou, nejlépe dýmavou, dojde se k produktu vlastností kyselých, kol 247° za rozkladu tajícímu, z alkoholu nebo ledové kyseliny octové pěkně krystalujícímu. Podrobný popis přípravy tohoto produktu a jeho vlastností sdělíme příště.

Oxydací látky naší kyselinou chrómovou (na 1 mol. látky 6 at. kyslíka) v led. octové za obyčejné teploty získán produkt dle všeho neutrálných vlastností, karakteristické reakce látky matečné více neukazující.

Podobně působení $KMnO_4$ v ledové kyselině octové (již bylo

nutno nepatrně zřediti) vedlo k produktu, jemuž scházejí ony význačné barevné reakce matečné substance s anhydridem octovým a konc. H_2SO_4.

Končíce tímto prvou svou zprávu o pryskyřičné kyselině řepy cukrové, vyhražujeme si další její studium ve směru shora naznačeném.

Z chemické laboratoře c. k. české vysoké školy technické v Praze.

Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Edv. Grégra v Praze 1897.

LV.

Über Van Tieghem's neueste Auffassung des Grascotyledons.

Von L. J. Čelakovský. in Prag.

(Vorgelegt den 12. November 1897.)

In einem referirenden und zugleich kritischen Artikel im „Věstník" (Berichte) der böhm. Akademie der Wiss.[1]) und in einer grösseren Abhandlung in der „Botan. Zeitung" [2]) habe ich die bis in die neueste Zeit sehr verschieden beantwortete Frage, welcher Theil des Grasembryo als Cotyledon anzusehen sei, mittelst einer gleichmässigen und umfassenden Berücksichtigung aller morphologischen Forschungsmethoden ihrer befriedigenden, der Wahrheit entsprechenden Lösung zuzuführen gesucht. Ich habe, wie schon früher in meiner Arbeit über die Gymnospermen,[3]) nachdrücklichst darauf hingewiesen, dass in schwierigen und zweifelhaften Fragen der Morphologie ein richtiges und gesichertes Resultat nur dann erreichbar ist, wenn alle vier morphologischen Methoden, nämlich die Entwickelungsgeschichte, der systematische Vergleich, der Vergleich der progressiven oder regressiven Metamorphosen (wozu auch die Teratologie gehört) und die anatomische Methode zu demselben Ergebniss führen, oder wenn das unzulängliche und zweifelhafte Resultat der einen Methode durch die anderen Methoden ergänzt und klargestellt wird. Denn „die einzelne Methode kann irre führen, nicht weil sie selbst irrig oder täuschend wäre, sondern weil ihr Befund öfter mit den Augen vorgefasster

[1]) Nejnovější bádání a názory o embryu trav. (Die neuesten Forschungen und Ansichten über den Grasembryo 1896.)

[2]) Über die Homologien des Grasembryos. (Mit Tafel.) 1897.

[3]) Die Gymnospermen. Eine morphologisch- phylogenetische Studie, S. 135 (Abhandl. d. k. böhm. Ges. d. Wiss. 1890).

theoretischen Vorstellungen betrachtet und interpretirt wird; die anderen Methoden können dann zur Einsicht in den Irrthum hinleiten".[4])

Abgesehen von der ganz grundlosen, von keiner der vier Methoden bestätigten Ansicht, dass das Schildchen und der Epiblast blosse Auswüchse (alsoEmergenzen) des Hypocotyls resp. der Coleorhiza seien, sind es zwei Ansichten, welche mit wechselndem Glück nach Anerkennung ringen. Die eine Ansicht betrachtet das Schildchen (Scutellum), den Epiblast und die erste Scheide (Coleoptile, Pileola) als drei besondere erste Blätter des Embryo, die zwei ersten als zwei Cotyledonen, von denen der zweite (Epiblast) reducirt und oft ganz unterdrückt ist; die andere erklärt alle drei für Theile eines einzigen Cotyledons.

Ich habe nun gezeigt, dass bei gleichmässiger Berücksichtigung aller vier Methoden nur die zweite Auffassung bewiesen werden kann, die erstere jedoch zurückzuweisen ist. Den entwickelungsgeschichtlichen Beweis führte ich auf Grund von Hanstein's klassischen, von Niemand widersprochenen, vielmehr auch später nur bestätigten Untersuchungen, den vergleichend- systematischen Beweis nach Schlickum's in dieser Hinsicht musterhafter Abhandlung, den Vergleich verschiedener Metamorphosen des Grasblattes (des Cotyledons, des Laubblattes und des Hochblattes der Gräser) stützte ich grösstentheils auf eigene Untersuchungen, den anatomischen Befund entnahm ich Van Tieghem's erster Arbeit über den Grasembryo.[5]) Es zeigte sich hiebei, dass die zwei erstgenannten und die vierte (anatomische) Methode über den Epiblast nur negative Auskunft geben können, nur darüber, was er nicht ist, nämlich kein selbständiges zweites Blatt, kein zweiter Cotyledon. Die Aufklärung darüber, was der Epiblast ist, ergab nur die dritte Methode, der Vergleich mit dem Laubblatt und dessen sichelförmigen Basallappen bei verschiedenen Gräsern.

Ich habe auch constatirt,[6]) dass die von mir in dieser Weise festgestellten Homologien des Cotyledons und des Laubblattes der Gramineen sich „in voller Übereinstimmung mit den Deutungen Van Tieghem's" in seiner obcitirten Abhandlung befinden.

V. T. gründet seine morphologischen Auffassungen bekanntlich ausschliesslich oder doch in erster Reihe auf die anatomische Methode,

---

[4]) Bot. Zeit. l. c. p. 143.

[5]) Observations anatomiques sur le cotylédon des Graminées. Ann. d. sc. nat. V. Sér. Tome XV. 1872.

[6]) Bot. Ztg. l. c. p. 172.

speciell auf die Anordnung der Gefässbündel in den zu deutenden Organen. Er verfährt dabei ebenso einseitig, wie anderseits jene Genetiker, welche ihre Resultate ausschliesslich aus der Entwickelungsgeschichte ableiten. „Was den Grasembryo betrifft, so ging V. T. von dem Grundsatz aus, dass das Schildchen und die Scheide, wenn sie zusammen ein Blatt, einen Cotyledon bilden, auch Zweige eines Bündels oder Bündelsystems empfangen müssen, dass sie aber besondere, getrennte Leitbündel aus dem Centralcylinder des Hypocotyls erhalten müssten, wenn sie zwei getrennte Blätter darstellen würden. Er fand nun in der That, dass für Schildchen und Scheide ein gemeinsames Bündel aus dem Centralcylinder tritt, welches sich in drei Zweige theilt, von denen der mittlere Hauptzweig in das Schildchen aufsteigt, während die zwei seitlichen Zweige in die Scheide abgehen." [7])

Neben diesem anatomischen Befund, den er freilich wie gewöhnlich für ausschlaggebend hielt, hat V. T. aber auch den systematischen Vergleich des Cotyledons der Gräser mit dem der übrigen Monocotylen (den später Schlickum noch vollkommener und ausführlicher durchgeführt hat) und den Vergleich desselben Cotyledons mit dem Laubblatt und der Deckspelze der Gräser in Anwendung gebracht, was ich ihm zum besonderen Verdienste angerechnet habe. Aus diesem doppelten Vergleiche ergab sich ihm die richtige Erkenntniss, dass: 1. das Scutellum der Blattspreite des Cotyledons entspricht, 2. der Epiblast, wo er vorkommt, ein zum Schildchen gehöriger Theil, ein Anhängsel desselben (une dépendance des bords de l'écusson) sei, und 3. die Scheide (Coleoptile) eine axilläre Doppelstipula des Cotyledons, homolog der Ligula des Grasblattes, darstellt.

Ich habe diese drei Punkte der Auffassung V. T.'s vollkommen richtig gefunden und in meinen Abhandlungen über den Grasembryo noch gründlicher zu beweisen getrachtet. Insbesondere habe ich nachgewiesen, dass die Deutung der Coleoptile als Doppelstipula, welche von Bruns und Schlickum als willkürliche, unerwiesene Behauptung abgelehnt worden war, durchaus berechtigt ist, und habe die Deutung des Epiblasts, welche V. T. ohne weiteren Beweis gegeben hatte, durch den Vergleich mit den basalen Anhängseln mancher Laubblätter der Gräser als richtig klargestellt.

In letzter Zeit hat jedoch V. T. seine früheren Ansichten gänzlich geändert und ist ins gegentheilige Lager übergegangen. In den An-

---

[7]) Bot. Zeitg. l. c. p. 156.

nales des sciences naturelles, VII. série, Botanique (1897) erschien soeben dessen neueste Abhandlung „Morphologie de l'embryon et de la plantule chez les Graminées et les Cyperacées", welche der Autor mir zu senden die Güte hatte. In dieser Schrift berichtigt derselbe mehrere irrige Angaben in seiner ersten Abhandlung über die Anatomie des Grascotyledons, und auf dieses hin werden von ihm sofort die drei früheren Theile des Cotyledons als drei selbständige Blätter angesehen. Über Alles, was in der früheren Schrift aus dem Vergleich mit dem Laubblatt und mit den Cotyledonen der übrigen Monocotylen deducirt worden, herrscht nunmehr tiefes Schweigen, woraus zu ersehen, dass es V. T. mit dem morphologischen Vergleiche nicht sehr ernst war und dass er demselben nur insoweit einen Werth beigelegt hatte, als sein Resultat zur damaligen Ausdeutung der anatomischen Verhältnisse passte, dass er ihn aber jetzt für werthlos und ohne Beweiskraft erachtet. Auch die Entwickelungsgeschichte wird, wie auch früher schon, gar nicht berücksichtigt.

In seiner ersten Arbeit hatte V. T., wie das auch das naturgemässeste Vorgehen war, zuerst jene Embryonen in Betracht gezogen, bei denen die Scheide unmittelbar über dem Schildchen entspringt, dies auch für das ursprünglichste Verhältniss erklärt, dann erst als eine weiter eingetretene Modification jene übrigen Embryonen, bei denen sich ein Axentheil zwischen dem Schildchen und der Scheide nachträglich streckt. Dieses Stengelstück wurde von V. T. früher allgemein für einen ungewöhnlich gestreckten Cotyledonarstengelknoten (den ich als Mesocotyl bezeichnet habe) erklärt, unbeschadet eines verschiedenen Verlaufs der in Schildchen und Scheide eintretenden Gefässbündel.

Welcher Art sind nun die Correcturen, die V. T. seinen früheren Darstellungen des Gefässbündelverlaufs hat nachfolgen lassen und die er für so weittragend hält, dass sie seine ganze frühere Anschauung umstossen und ins reine Gegentheil verkehren konnten? Er hatte früher, wie schon bemerkt, behauptet, dass aus dem Centralcylinder (der Stele) des embryonalen Stengels nächst der Insertion des Schildchens und der dicht darüber stehenden Scheide ein Gefässbündel (sammt dem vom Grundgewebe der Stele abzweigenden, das Bündel umgebenden Grundgewebe, also die Meristele nach seiner Bezeichnung) austritt, welches trichotomirt und den Medianzweig in das Schildchen, die zwei Seitenzweige in die Scheide sendet. Diese Dreitheilung eines Bündels (einer Meristele) wurde aber nicht direkt beobachtet, sondern aus aufeinanderfolgenden „etwas dicklichen"

(un peu épaisses) Querschnitten erschlossen, es war, wie V. T. jetzt berichtigt, eine Täuschung. Die „Stele“ entlässt vielmehr im Niveau der Schildcheninsertion eine „Meristele“, ein Bündel, welches ungetheilt die Stengelrinde durchsetzend, in das Schildchen allein eintritt. Dann entsendet die Stele, fast in demselben Niveau, aber doch ein wenig höher (presque au même niveau, mais pourtant un peu au-dessus), an zwei dem Schildchenbündel sehr genäherten Punkten zwei andere Bündel (Meristelen), welche alsbald nach rechts und nach links divergirend die Rinde durchsetzen und fast diametral opponirt in die Scheide eintreten. Diese Nähe der beiden abzweigenden Scheidenbündel und des abzweigenden Schildchenbündels hatte eben die irrige Annahme einer Trifurcation eines einzigen Bündels veranlasst.

Daraus schliesst nun V. T. nach seiner anatomischen Maxime, dass das Schildchen, welches sein besonderes Bündel aus dem Centralcylinder erhält, und die Scheide, für welche ein wenig höher zwei besondere Bündel aus dem Centralcylinder abzweigen, zwei getrennte Blätter sein müssen, deren erstes, das Schildchen, ein einnerviges scheidenloses erstes Blatt, der Cotyledon ist, die Scheide aber ein zweinerviges spreitenloses Scheidenblatt, ein Niederblatt, dem Knöspchen zugehörig. Da aber Schildchen und Scheide einander superponirt sind, so erblickt dieser Autor, wie schon mehrere vor ihm, in dem Epiblast einen zweiten Cotyledon, der mit dem grossen ersten Cotyledon und mit der Scheide, als dem dritten Blatte, bei zweizeiliger Blattstellung alternirt. Der Epiblast erhält zwar kein Bündel aus dem Centralcylinder und dies war für V. T., wie er auf S. 269 bemerkt, früher ein hinreichender Grund, um ihm den Charakter eines selbständigen Blattes abzusprechen. Dieser Grund, sagt er, habe für ihn jetzt seine Beweiskraft eingebüsst, nachdem er neuestens eine ziemlich grosse Zahl von Pflanzen kennen gelernt habe, deren Blüthenphyllome nervenlos sind.

Hierzu wäre zu bemerken, dass schon früher zartere gefässbündellose Blätter bekannt waren, daher dieser Grund schon früher ohne besonderes Gewicht war, und dass viel gewichtigere Gründe die selbständige Blattnatur des Epiblasts widerlegen.

Hiermit hat sich V. T. ganz und gar jener Ansicht zugewendet, zu welcher sich vordem, von älteren Autoren zu schweigen, Warming, Hackel und Bruns bekannt haben.

Ist aber der von den rectificirten Thatsachen des Gefässbündelverlaufs in solcher Weise gezogene Schluss auf die morphologische Bedeutung der drei ersten Blattorgane des Embryo gerechtfertigt?

Das ist hier die grosse Frage. Ich will von Allem absehen, was sich gegen die Verwendung der anatomischen Thatsachen in der Morphologie einwenden lässt, ich will nicht wiederholen, was bereits Eichler [8]) gegen V. T.'s Methode vorgebracht hat und womit ich durchaus übereinstimme, ich will hier auch nicht mehr darauf eingehen, zu welch verkehrten Ansichten über die morphologische Natur der Cladodien von Ruscus und Verwandten [9]) die anatomische Methode verleitet hat, ich will mich sogar ganz auf den Boden der anatomischen Methode V. T.'s stellen und von diesem aus obige Frage wiederholen.

Das Schildchen und die Scheide erhalten also zusammen drei getrennte Bündel (Meristelen) aus der „Stele". Wenn man zugiebt, dass beide zusammen den Cotyledon bilden, so ist dieser ein tristelisches Blatt. Es muss ja nicht jedes Blatt nur ein Bündel aus der Stele erhalten, welches sich erst ausserhalb derselben in der Rinde theilen würde, was V. T. früher für den Grascotyledon annahm; so wäre z. B. die Coleoptile, welche zwei gesonderte Bündel erhält, wenn sie ein selbständiges Blatt wäre, ein distelisches Blatt, und in die folgenden, wirklich selbständigen Blätter der Knospe entlässt die Stele nach V. T. selbst 5, 7, 9 getrennte Bündel. Es kann also gegen die Zugehörigkeit von Schildchen und Scheide zu einem Blatte vom anatomischen Standpunkt nur das eingewendet werden, dass die zwei Bündel für die Scheide ein wenig höher aus der Stele austreten. Ist das aber Grund genug, um die Scheide für ein besonderes Blatt erklären zu müssen? V. T. vernachlässigt hier wie schon in der früheren Arbeit grundsätzlich die Entwickelungsgeschichte, die doch gerade in der Embryologie von grosser Wichtigkeit ist. Diese lehrt aber, dass das Schildchen und die Scheide im ersten Entstehen unterwärts zur Grundscheide vereint und nur oberwärts getrennt sind, und dass sie sich erst später in der Weise, wie ich das, Hanstein folgend, klargelegt habe,[10]) ganz trennen, so dass die ursprüngliche Grundscheide verloren geht, und ebenso zeigt sie, dass die Stelen und Gefässbündel in der Axe, im Schildchen und in der Scheide erst spät sich differenziren, nachdem die letzteren bereits lange von einander getrennt sind. Würde die Grundscheide wie an so vielen anderen monokotylen Embryonen erhalten bleiben, oder würde die Differen-

---

[8]) Blüthendiagramme I. p. 50.

[9]) Siehe meine Abhandlung hierüber: O kladodiích Asparageí in den „Rozpravy" (Abhandlungen) der böhm. Akademie. II. Classe. Jahrg. 2. 1893.

[10]) Bot. Zeitg. l. c. p. 145 u. 146.

zirung der Bündel früher stattfinden, wo die Grundscheide noch besteht, so würden die drei Bündel nicht anders als wie die 5 und mehr Bündel der Knospenblätter in gleicher Höhe von der Stele sich absondern müssen, um in den Cotyledon (immer bildlich gesagt) einzutreten. Da nun aber zur Zeit, wo die Bündel des Cotyledons sich bilden, beide Blattorgane bereits getrennt sind und die Scheide über der Spreite (oder dem Schildchen) steht, so ist es ganz natürlich, dass die Stele, ohne sich an die Theorie des anatomischen Morphologen zu kehren, die Meristele für die Spreite des Cotyledons, das Schildchen, ein wenig tiefer und die zwei Meristelen für die Scheide (Doppelstipula) desselben Blattes ein wenig höher entsendet.[11]) Vielleicht ist auch diese geringe Differenz anfänglich noch geringer oder auch gar nicht vorhanden. Die anatomischen Thatsachen des bereits entwickelten Embryo — und nur diesen untersucht V. T. — entscheiden also gar nichts darüber, ob Schildchen und Scheide zu einem Blatte gehören oder ob es zwei Blätter sind (welches letztere ohne den Widerspruch der anderen morphologischen Methoden allerdings auch möglich wäre), aber wohl entscheidet darüber die Entwickelungsgeschichte und die comparativen Methoden, und zwar im Sinne der ersteren Alternative.

Es ergiebt sich also, dass die anatomische Methode ebenso unfähig ist, die Frage nach der Bedeutung des Schildchens und der Scheide zu lösen, wie die nach dem Wesen des Epiblasts.

Wir wollen aber der Argumentation V. T.'s auch in jenen beiden Fällen folgen, wo zwischen Schildchen und Scheide ein Mesocotyl sich einschiebt. In dem einen Falle entsendet der Centralcylinder dicht unter der Scheide wiederum ein Bündel, welches im Mesocotyl umbiegend hinabsteigt bis zur Insertion des Schildchens, in welches es eintritt und in welchem es dann wieder emporsteigt. So fanden es Lewin, Bruns und Schlickum. V. T. hat früher dieses Verhalten verkannt, was er jetzt selbst zugesteht,[12]) weil er wieder nur Serien von Querschnitten studirte, ohne den unentbehrlichen Medianlängsschnitt zu consultiren.

Im Insertionsniveau der Scheide, also wieder nur ein wenig über der Austrittstelle des Schildchenbündels, entlässt die Stele wieder zwei Bündel, welche in die Scheide eintreten. Da Schildchen und

---

[11]) Vermuthlich wird eine anatomische Untersuchung Ähnliches für den Blattstiel und die Stipulartute von *Ficus elastica* ergeben.

[12]) Annal. d. sc. nat. 1897, VII. Série l. c. p. 275, 276.

Scheide anfangs wie in dem früheren Falle dicht über einander stehen, so besteht der ganze Unterschied im weiteren Verhalten darin, dass die Scheide in Folge des sich einschiebenden Mesocotyls sich von dem Schildchen entfernt, und zwar dadurch, dass die Axe, also auch die Stele und das Schildchenbündel unter der Abzweigung des letzteren sich beträchtlich streckt, was auch V. T. richtig so aufgefasst hat. Er folgert aus dem Bündelverlauf, dass das Mesocotyl der nach aufwärts verlängerte Theil des Cotyledonarknotens ist und dass die Scheide, die ihm wieder als besonderes Blatt gilt, kein entwickeltes Internodium besitzt. Es leuchtet aber ein, dass der anatomische Befund wie im früheren Falle, wo die Scheide dicht über dem Schildchen bleibt, in Betreff der morphologischen Selbständigkeit oder Zugehörigkeit gar nichts entscheidet. Da aber die Entwickelungsgeschichte und die comparativen Methoden die Zugehörigkeit der Scheide zum Schildchen beweisen, so folgt daraus, dass das Mesocotyl ein zwischen beiden gestreckter Theil des beide tragenden Nodus ist.

Ein zweiter Fall des Bündelverlaufs im Keimling mit entwickeltem Mesocotyl ist gegeben, wenn am Grunde des Mesocotyls ein Bündel vom Centralcylinder direkt in das Schildchen geht, beträchtlich entfernt vom Ursprungsorte der beiden Scheidenbündel. Hier ist der Anschein nach dem anatomischen Befunde des entwickelten Keimlings schon mehr dafür, dass Schildchen und Scheide zwei selbständige Blätter seien. V. T. urtheilt denn auch, dass hier das Mesocotyl ein wahres Internodium zwischen zwei Blättern bedeute, gänzlich verschieden vom Mesocotyl im vorigen Falle, trotz der scheinbaren Identität. Dieser Ausspruch ist aber um so verwunderlicher, als V. T. pag. 277 selbst zugiebt, die Ähnlichkeit sei die Folge davon, dass in beiden Fällen eine Zone intercalaren Wachsthums existirt. Der Unterschied bestehe darin, dass in den beiden Fällen diese Zone anders localisirt ist. Im ersteren Falle liege sie unter der Insertion des Schildchenbündels, im letzteren aber zwischen der Insertion der Bündel des Schildchens und der Scheide. Das heisst doch soviel als, dass auch im zweiten Falle beide Bündelinsertionen anfangs dicht übereinander lagen und erst später durch intercalares Wachsthum des Stengels sich von einander entfernt haben. Das ist auch gewiss richtig, weil die Entwickelungsgeschichte zeigt, dass anfangs auch in diesem Falle beide Blattorgane dicht über einander standen, ja sogar am Grunde zusammenhingen. Es gilt also auch von diesem Falle das über die beiden früheren Fälle Gesagte. Die selbständige Blattnatur beider Organe ist auch hier nicht erwiesen.

In seiner ersten Arbeit hatte V. T. angegeben und seine Bilder sprachen auch dafür, dass beim Keimling von *Zea mais*, der in diese dritte Kategorie gehört, ein eben constituirtes Bündel noch innerhalb des Centralcylinders trichotomirt, dass der mittlere Hauptzweig sofort in das Scutellum sich begiebt, die seitlichen Zweige aber im Centralcylinder emporsteigen, um zuoberst in die Scheide auszutreten. Die neueste Abhandlung übergeht diesen Punkt mit Stillschweigen, es wird also wohl auch diese Trifurcation auf Täuschung beruht haben.

Es ergiebt sich, dass die Insertion der Blattbündel am Centralcylinder von der Insertion der Blattorgane an der Axe abhängt, mögen diese Organe nun selbständige Blätter oder getrennte Theile eines Blattes sein, daher der Insertion und dem Verlaufe der Bündel kein entscheidender morphologischer Werth innewohnt. In eine Blattscheide oder in einen Blattstiel und seine seitlichen Nebenblätter gehen die Bündel in gleicher Höhe ab, aber auch in einen Blätterquirl, ohne dass daraus auf ein zertheiltes Blatt statt eines Quirls zu schliessen wäre; wenn aber die Stipulartute über dem Hauptblatte steht, so werden auch die Bündel für beide nicht genau in demselben Niveau von der Stele abzweigen, und wenn beide Blattorgane durch einen gestreckten Knoten (hier Mesocotyl) entfernt werden, so werden sich auch deren Bündel durch Streckung der Stele zwischen ihnen von einander entfernen, wie wenn es zwei selbständige Blätter wären, oder es muss das tiefer stehende Schildchenbündel im Knoten herabsteigen, ohne dass der gestreckte Knoten in beiden Fällen morphologisch verschieden wäre.

V. T. stellt auch neuerdings wie früher die drei vom anatomischen Standpunkt aus zu unterscheidenden Fälle in eine Reihe, aber im Gegensatz zu Früher beginnt er seine Demonstration mit dem extremsten Falle, wo nicht nur die beiden Organe, Schildchen und Scheide, sondern auch die Insertionen ihrer Bündel am Centralcylinder des entwickelten Embryo weit von einander entfernt sind. Die Demonstration erzielt damit gleich im Anfang eine grössere Wirkung, es erscheint dann plausibel, dass, wenn der Abstand beider Organe und der beiderseitigen Bündelinsertionen sehr gross ist, — wie Bruns sagte — „die Annahme, ein einzelnes Organ in diesen so weit von einander getrennten Theilen zu sehen, von selbst hinfällig wird".[13]) Vordem, da V. T. noch von der Zusammengehörigkeit des Schildchens

[13]) E. Bruns, Der Grasembryo. Flora 1892 S. 18.

und der Scheide überzeugt war, ging er vom anderen Ende der Reihe aus, nämlich von jenen Embryonen, deren Schildchen und Scheide dicht über einander stehen und die drei Bündelinsertionen so nahe bei einander liegen, dass der Anschein einer Trifurcation e i n e s Bündels leicht entstehen konnte. Selbst nachdem dieser Schein entfällt, wäre der anatomische Beweis, dass Schildchen und Scheide zwei Blätter sind, weit weniger einleuchtend, wenn V. T. wiederum von dem Punkte ausgegangen wäre, wo alle drei Bündel (oder Meristelen) „fast im gleichen Niveau“ von der Stele abzweigen. Und das wäre auch jetzt der richtige Ausgangspunkt der Vergleichsreihe gewesen, weil dieses Verhältniss das früheste Stadium sowohl der ontogenetischen als auch der phylogenetischen Entwickelung bildet. Denn die Bildung des Mesocotyls ist eine secundäre Erscheinung, eine Folge intercalaren Wachsthums zu rein biologischen Zwecken, indem dadurch die Knospe des Keimlings zur Erdoberfläche und die Wurzel, wie schon Schlickum gesagt hat, tiefer in die Erde geführt wird.

Wiederum ein Beispiel für meinen Ausspruch, dass, wenn der Anfangs- und Endpunkt einer Vergleichsreihe verfehlt und verwechselt wird, auch das ganze morphologische Resultat verfehlt ausfallen muss.[14]) Ich will damit nicht behaupten, dass beim richtigen Ausgangspunct der anatomischen Reihe die Zusammengehörigkeit von Schildchen und Scheide unwidersprechlich bewiesen wird, aber widerlegt wird sie gewiss auch nicht. Das entscheidende Wort gebührt eben den anderen morphologischen Methoden.

Wenn man aber schon aus der Anatomie des Grasembryo morphologische Schlüsse ziehen will, so mag die anatomische Beschaffenheit des Centralcylinders des Stengels in die Wagschale gelegt werden. Dessen Bündel sind bis zur Insertion der Scheide ebenso wenig individualisirt wie im Hypokotyl und ebenso stets auch im Mesocotyl, wenn ein solches entwickelt ist, während sie im Stengelglied über der Scheide sich erst gehörig trennen und collateral erscheinen. Daraus lässt sich, wie das auch schon Schlickum gethan hat, schliessen, dass der Stengeltheil, der Schildchen und Scheide trägt und zwischen ihnen öfter als Mesocotyl sich verlängert, den zum Hypocotyl gehörigen Nodus bildet, dass also Scheide und Schildchen Theile eines Blattes sind, während das wahre Epicotyl mit gesonderten collateralen Bündeln zwischen Scheide und folgendem Knospenblatte vorhanden ist.

V. T. bespricht von Neuem auch den Embryo der Cyperaceen.

---

[14]) Bot. Zeitg. l. c. S. 155.

Er findet in Übereinstimmung mit früheren Angaben, dass hier nur ein Bündel in der Insertionshöhe der Scheide von der Stele abgeht und die Scheide bis gegen den oberen Rand durchlauft. Am Grunde dieses Bündels, noch innerhalb der Scheide, zweigt von ihm ein Seitenbündel ab, welches, wie bei den Gräsern der zweiten, mittleren Gruppe (*Oryza, Leersia, Avena* etc.) das mittlere Blattbündel, durch ein Mesocotyl bis zur Cotyledonarspreite (Sauger nebst Leiter) herabsteigt und in dieselbe eintritt. V. T. zeigt nur, dass das letztere Bündel eigentlich kein Seitenzweig ist, sondern eine Fortsetzung des in der Scheide aufsteigenden Bündels, welche nächst der Spitze der Scheide umbiegt, mit den Tracheen nach aussen, und bis zum Grunde der Scheide dem aufsteigenden Bündelstamme mit dem Basttheil eng anliegt, um sich erst an deren Grunde vom aufsteigenden Theil des Bündels zu trennen.

Hieraus schliesst V. T., dass bei den Cyperaceen Scheide und Leiter nebst Sauger nur Theile eines Cotyledons sind, und das Mesocotyl ein Nodus und kein Internodium. Das Gleiche könne nicht von der Scheide und dem Schildchen der Gräser gelten, weil diese ihre besonderen Bündel aus dem Centralcylinder erhalten. Dieser letztere Schluss ist aber selbst vom anatomischen Standpunkt aus nicht zwingend. Ich finde keinen weiteren anatomischen Unterschied des Grasembryo und des Cyperaceenembryo, als dass der Cotyledon des ersteren tristelisch, der des letzteren monostelisch ist. Am Embryo der Cyperaceen versorgt ein Gefässbündel Scheide und Leiter, trotzdem diese durch ein Mesocotyl von einander getrennt sind, es muss also aus der Scheide rückkehrend selbst durch das Mesocotyl zum Leiter gehen. Am Grasembryo ist in anatomischer Hinsicht eine grössere Theilung der Arbeit zwischen den drei Bündeln des Cotyledons eingetreten, indem das mittlere die Spreite (Schildchen) versorgt, die zwei seitlichen aber der abgetrennten Scheide, welche den Werth einer Doppelstipula besitzt, dienstbar werden. Die anatomische Installirung derselben physiologischen Leistung braucht ja nicht überall nach demselben Muster durchgeführt zu sein.

So sehr es mich befriedigt hat, dass V. T. in der ersten Arbeit, wo er auch die comparativen Methoden benutzte, das Richtige getroffen, so sehr bedauere ich es, dass er jetzt, wo er diese Methoden sammt der Entwickelungsgeschichte ganz vernachlässigt, sein eigenes Werk zerstört und einer irrigen Auffassung den Vorzug gegeben hat. Dies nöthigt mich, darauf zu antworten, um den Consequenzen, die aus V. T's, eines so hervorragenden französischen Botanikers, Front-

veränderung hier und da gezogen werden könnten, möglichst bald die Spitze abzubrechen.

Die Auffassung des Epiblasts als eines zweiten Cotyledons passt allerdings besser in den Rahmen des neuen Systems der Angiospermen, welches V. T. unlängst aufgestellt hat.[15]) In diesem System werden die Angiospermen (Stigmatées genannt) nicht in die Mono- und Dicotylen, sondern in die Séminées (Samenbegabte) und Inséminées (Samenlose) eingetheilt. Von den Monocotylen, die im Allgemeinen samenbegabt sind, werden nur die Gräser abgetrennt und, weit von jenen entfernt, den Inséminées eingereiht, und zwar darum, weil in ihrem reifenden Ovulum nach Jumelle's Untersuchung die äusserste, digestive Schicht des Endosperms die Integumente nebst einer Innenschicht des Pericarps aufzehrt, mit dessen Aussenschicht sie verwächst, so dass die Frucht keinen freien Samen enthält. Die übrigen „Samenlosen" sind alle dicotyl; nur die Gräser wären monocotyl, wenn aber der Epiblast ein zweiter reducirter Cotyledon ist, so sind sie eigentlich auch dicotyl (anisocotyl), etwa so wie *Trapa*. Ich will in eine Beurtheilung des neuen Systems und seines obersten Eintheilungsgrundes nicht eingehen, aber so viel ist klar, dass die Abtrennung der Gramineen von den übrigen Monocotylen, zumal von den Cyperaceen, wohin sie die Verwandtschaft so deutlich verweist, keine natürliche sein kann. Die Samenlosigkeit im obigen Sinne, die eine Folge des späteren Verhaltens des Ovulums und seines Endosperms ist, welches sich ja in verschiedenen Verwandtschaftskreisen wiederholen kann, ist kein genügender Grund, die Gräser von den anderen Monocotylen auszuschliessen und gewissen entschiedenen Dicotylen anzureihen.[16]) Die Annahme eines zweiten Cotyledons der Gräser wäre also nur ein Praetext, um diese Naturwidrigkeit zu beschönigen.

---

[15]) Sur les Phanérogames sans graines, formant le groupe des Inséminées. Acad. de sc. Comptes rendus 1897.

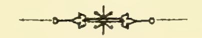
[16]) Den Werth der Eintheilung der Angiospermen in die Séminées und Inséminées und die Berechtigung zur Abtrennung der Gramineen von den übrigen Monocotylen illustrirt wohl am besten das Vorkommen einer gewöhnlichen Achaene, deren dünnes häutiges Pericarp den freien Samen locker umgiebt, in der Gattung *Eleusine* Gärtn., von der ich *E. indica* und *E. coracana* untersucht habe. Es ist das übrigens schon lange bekannt. Döll hat darauf schon 1870 aufmerksam gemacht. Bentham und Hooker in Genera plantarum III. 2 (1883) sagen von *Eleusine*: Caryopsis pericarpio tenuissime membranaceo, nunc circa semen laxo persistente, nunc demum rupto exsiccato vel omnino evanido. — Bei *E. aegyptiaca* (*Dactyloctenium*) schwindet nämlich das Pericarp und der braune, zierlich mit erhabenen Kreisfalten versehene Same erscheint ganz nackt. (Semine maturo omnino nudo

Gerade die nähere Verwandtschaft der Gramineen mit den Cyperaceen und die entferntere mit anderen Monocotylen ist ein Grund mehr, um die Ansicht, dass der Epiblast ein zweiter Cotyledon sei, abzuweisen. Dieser Theil ist ein blosses nebensächliches, darum auch öfter fehlendes Anhängsel der Cotyledonarspreite, des Schildchens, vergleichbar und wirklich homolog mit den sichelförmigen Anhängseln oder Öhrchen der Spreitenbasis des vegetativen Grasblattes. Über diese möge hier noch ein nachträglicher literarischer Nachweis Platz finden. Ich habe S. 169 meiner Schrift über die Homologien des Grasembryo bemerkt, dass die besagten Anhängsel, so auffällig sie sind in den meisten Lehrbüchern und Compendien, z. B. in Warming's Handbuch, in Baillon's Histoire des plantes, in Engler's Pflanzenfamilien (Gramineen Auct. Hackel) gar nicht erwähnt werden. Dass sie nicht ganz unbekannt sein werden, war freilich nicht anzunehmen, doch hatte ich kein besonderes Interesse, weitere Umschau in der botanischen Literatur zu halten. In Fr. Körnicke's Handbuch des Getreidebaus I. (1885), auf welches mich Prof. Ascherson aufmerksam machte, geschieht nun in der That dieser Öhrchen Erwähnung, und zwar bei *Triticum, Hordeum* und *Oryza*. Unter *Triticum* S. 23 heisst es: die Blattöhrchen deutlich, bei manchen *(Tr. monococcum)* sehr klein, bei anderen *(Tr. dicoccum)* sehr gross. Von *Hordeum vulgare* wird S. 131 gesagt: der Spreitengrund mit sehr grossen Öhrchen, welche grösser sind als bei irgend einer anderen Grasart (was auch meine Fig. 13 und 14 zeigen). S. 193 steht die Bemerkung: das Fehlen der Öhrchen unterscheidet den Hafer vom Weizen und der Gerste, sowie auch meist vom Roggen. Die Öhrchen des Reisblattes beschreibt der Autor richtig also: Blattspreite an der Basis mit je einem schmalen, linealen, hornartig gekrümmten, derblichen, am Rande lang gewimperten, an den oberen Blättern viel kleineren und an einer Seite fast verschwindenden Öhrchen, — doch ist daraus nicht zu ersehen, dass hier die Öhrchen ziemlich aufrecht stehen und vom Spreitengrunde fast ganz getrennt sind. Ich habe dann auch bei *Festuca gigantea* und *Bromus asper* gewöhnliche Sicheln gefunden; bei ersterer sind sie recht gross, aber

---

apparente.) Ebenso sagt Körnicke (Handbuch des Getreidebaus I. S. 3): Den seltenen Fall, das der Same sich frei im Inneren der ihn lose umschliessenden Fruchthülle befindet, haben wir beim Korakan, und S. 325 unter *E. coracana*: Die dünnhäutige Fruchthülle nicht mit dem Samen verwachsen, der Same ziemlich kugelig, versteckt dreikantig. — Auch *Sporobolus, Crypsis* und *Heleochloa* haben eine den freien Samen entlassende Schlauchfrucht (Engler, Pflanzenfam. II. 2 S. 10). Also sind diese Gattungen Séminées, die anderen Gräser aber Inséminées!

mehr häutig, bräunlich, bei letzterem nur klein. Für diese beiden Arten geben sie übrigens schon Mertens und Koch in Röhling's Deutschlands Flora I. (1823) S. 672 an. Von *F. gigantea* heisst es: Blätter an der Basis zu beiden Seiten in ein sichelförmiges, spitzes, bräunliches Öhrchen vorgezogen, und von der nachfolgenden *Festuca aspera* M. et Koch *(Bromus asper* L.*)*: Blätter an der Basis wie bei der vorhergehenden mit einem Öhrchen versehen. — *Festuca silvatica* Vill. hat keine Öhrchen. Nach Bruns und Van Tieghem hat *Festuca* überhaupt (ob bei allen Arten?) auch einen Epiblast, *Bromus* aber (ob auch *B. asper?*) nach Bruns keinen solchen. Wahrscheinlich kommen Blattöhrchen auch noch bei andern Gräsern vor und verlohnte es sich, systematisch danach zu suchen. So eigenthümlich von der Blattspreite abgetrennt wie bei *Oryza sativa* sind sie aber bisher noch nirgends weiter beobachtet. Überhaupt kennt man jetzt den Epiblast am Embryo besser als die homologen, so leicht zu beobachtenden Sicheln oder Öhrchen am Laubblatt.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag. 1897.

LVI.

Theorie der Fortpflanzung des Lichtes in anisotropen Medien in induktiver Darstellung.

Von **Franz Koláček** in Prag.

(Vorgelegt den 12. November 1897.)

Einleitung.

In einer vor fünf Jahren in WIEDEMANNS Annalen (Bd. 47.) erschienenen Abhandlung wies ich nach, dass man die FRESNEL-NEUMANNSCHEN Theorien der Doppelbrechung in durchsichtigen nicht activen Krystallen auf rein inductivem Wege ohne Zuhilfenahme specieller Vorstellungen über das Wesen des Lichtes auf Grund weniger feststehender Erfahrungsthatsachen und einfacher Vorstellungen geometrischer Natur herleiten könne. Den Ausgangspunkt bildeten die Sätze:

1. Die Lichterscheinungen beruhen, wie die Thatsachen der Interferenz und Polarisation beweisen, in letzter Instanz auf der Existenz eines periodischen transversalen Vectors, welcher sich in durchsichtigen Krystallen ohne Schwächung in ebenen Wellen mit constanter Geschwindigkeit fortpflanzen kann, und zwar so, dass sich im Allgemeinen in jeder Richtung zwei Wellen mit zwei linear polarisirten zugehörigen Lichtvectoren bewegen. Unter Zuhilfenahme des HUYGENSCHEN Princips lässt sich die Gleichung der Wellenfläche (der Enveloppe aller ebenen Wellen) in Ebenencoordinaten sofort aufschreiben.

2. Die optischen Erscheinungen und daher auch die Wellenfläche besitzen drei zu einander senkrechte von der Farbe abhängige Ebenen der Symmetrie.

3. (a) Ebenen Teilwellen mit gleichgerichteten Lichtvectoren entsprechen auch gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeiten.

Aus 1, 2, 3(a) ergiebt sich unmittelbar FRESNEL's Theorie.

Bezeichnet man die auf der Fortpflanzungsrichtung und dem zugehörigen Lichtvector senkrecht stehende Gerade als „conjugierte Richtung“ und ersetzt man den Satz (3*a*) durch die Bedingung 3(*b*), laut welcher Wellen mit gleichgerichteter conjugierten Richtung identische Fortpflanzungsgeschwindigkeiten besitzen sollen, so resultirt unmittelbar Neumanns Theorie.

In diesem Aufsatze dehne ich diese allgemeinen, ich möchte sagen rein geometrischen Beobachtungen auf beliebige homogene Medien aus, untersuche daher die Gleichungen für durchsichtige und absorbierende nicht isotrope Medien, denen natürliche oder magnetische Activität und auch Translationsbewegung zukommen kann, ferner die Gesetze der Reflexion und Dispersion.

Aus der Thatsache, dass rein transversale periodische Vectoren (mit den Componenten u, v, w) das Wesen des Lichtes bilden und sich in ebenen Wellen mit von der Amplitude unabhängiger Geschwindigkeit und ebenso beschaffenen Absorptionsindex fortpflanzen können, schliesse ich, dass u, v, w, sowie seine Derivationen nach x, y, z, t drei von einander unabhängigen linearen partialen Differentialgleichungen mit constanten Coefficienten genügen, welche sich bei Rücksichtnahme auf die vorausgesetzte Transversalität in der folgenden Form aufschreiben lassen müssen:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u}{\partial t^m} + \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} + \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \qquad \text{(VII)} \\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}
\end{aligned}$$

Die Grössen U, V, W besitzen Vectorcharakter und sind im Allgemeinen lineare Functionen mit constanten Coefficienten der u, v, w und ihrer nach x, y, z, t beliebig vielfach derivierten Werte, doch können für den Fall, dass sich nach einer Richtung nur zwei Wellen fortpflanzen können, die Derivationen nach x, y, z den Grad Eins nicht überschreiten. Dieser letztere Schluss setzt allerdings die Bedingung voraus, dass die algebraische Gleichung, welche im allgemeineren Falle die complexen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten als Wurzelwerte

zu berechnen gestattet, auch lauter „optisch“ brauchbare Wurzeln ergiebt, d. h. solche, denen entweder nur Durchsichtigkeit des Mediums, oder nur Abnahme der Amplitude im Sinne der Fortpflanzungsrichtung entspricht.

Bei der grossen Allgemeinheit der Gl. (VII.) lag es nahe, dieselben zuerst für einfachere Fälle zu specialisieren, um für die weitere Forschung neue Gesichtspunkte gewinnen zu können.

Eine solche Specialisierung führt zunächst zur Untersuchung der durchsichtigen rhombischen Krystalle, denen natürlich auch in optischer Beziehung drei zu einander senkrechte von der Farbe unabhängige Symmetrieebenen zukommen müssen. Die Gl. (VII.) reducieren sich dann auf Gleichungen von bestimmtem Typus, in welchen nach Zusammenziehung der geradzaligen Zeitderivationen (was bei periodischen Wellen möglich ist) sechs Constanten enthalten sind, während F. N. Theorien ihrer nur je drei besitzen. Auf Grund einer von Rudberg constatirten Thatsache besitzt nun einer von den durch Doppelbrechung entstandenen Stralen stets constanten Brechungsindex, sobald seine Wellennormale zu einer Symmetrieaxe senkrecht steht. Die zugehörigen Lichtvectoren dieser Stralen sind dann aus Gründen der Symmetrie entweder der Symmetrieaxe parallel, oder liegen in der zu ihr senkrechten Symmetrieebene. Ersteres führt zu Fresnel's, letzteres zu Neumann's Theorie der Doppelbrechung.

Gäbe es nur einen Lichtvector, so könnte unzweifelhaft nur eine der beiden Theorien, die richtige sein und die alte Streitfrage bliebe auch von diesem Standpunkt aus intact. Indess lässt sich aus der Erfahrungsthatsache, dass es stehende Lichtwellen giebt, auf Grund des Energieprincips schliessen, dass zwei Formen optischer Energie, daher auch zwei Lichtvectoren existieren müssen. Durch Betrachtungen, welche im vorletzten Abschnitt zur Sprache kommen werden, ist es nahezu sicher gemacht, dass wenn der erste transversale Vector bezüglich seiner Componenten mit u, v, w bezeichnet wird, die Componenten des zweiten mit

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$$

proportioniert sein müssen. Denn stellt man die Bedingung, dass dieser zweite Lichtvector gleichfalls transversal sein, eine vom ersten verschiedene Richtung besitzen, und mit ihm sich stets in gleichem Masse vervielfachen muss, so lässt sich nachweisen, dass kein ande-

rer Vector, welcher durch die hier einzig zulässigen Derivationsprocesse mathematisch hergestellt werden kann, eine grössere Berechtigung besitzt, als Mass des thatsächlich existirenden zweiten Lichtvectors angesehen werden zu dürfen, als derjenige, dessen Componenten wir oben mit ξ, η, ζ bezeichnet haben.

Im Lichte dieser Anschauung erledigt sich die oben erwähnte Streitfrage von selbst, weil stets einer der Vectoren der Neumann'schen, der andere der Fresnelschen Anschauung entspricht.

Giebt man sich dem Gedanken hin, dass die von Rudberg herstammende Erfahrungsthatsache nicht zu Recht bestünde, so könnte man, immer noch an der Existenz dreier Symmetrieebenen festhaltend, die Frage erörtern, was eintritt, wenn die beiden zu einer Fortpflanzungsrichtung gehörigen linearen Vectoren auf einander senkrecht sein sollen. Es ergiebt sich dann eine allgemeinere Doppelbrechungstheorie, welche die Fresnel-Neumannsche in sich schliesst, aber mehr Constanten als diese besitzt. Die letzteren lassen sich in sehr merkwürdiger Weise in zwei Gruppen theilen und zwar derart, dass die zu einer Richtung gehörigen Lichtvectorrichtungen nur durch die Constanten der ersten Gruppe bestimmt sind und die Gesetze von Fresnel-Neumann befolgen. Es existieren also auch in dieser allgemeineren Theorie zwei optische Axen, d. h. Fortpflanzungsrichtungen, denen unbestimmt orientirte Vectorrichtungen gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit entsprechen, denn die Differenz der beiden zusammengehörigen Fortpflanzungsgeschwindigkeitsquadrate ist gleichfalls von den Constanten der zweiten Gruppe unabhängig und befolgt die Gesetze von F. N.

Es gäbe also beispielsweise einaxige Krystalle aber ohne „ordentlichen" Stral. Weiter ergiebt sich für Krystalle mit geringer Doppelbrechung, dass auch die Differenz der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten selbst die Gesetze von F. N. befolgt und damit für die Erscheinungen im convergenten polarisierten Lichte die gebräuchliche Erklärung.

Wenn nun auch bei Krystallen des rhombischen Systemes in Consequenz der Rudbergschen Messungen kein Zweifel an der Richtigkeit der usuellen Theorien wenigstens von unserem Standpunkte aus auftauchen kann, so darf Gleiches von den Krystallen des mono- und triclinen Systemes nicht behauptet werden. Lässt man nemlich die Annahme der drei von der Farbe unabhängigen Symmetrieebenen fallen und behält nur die Forderung bei, dass die zwei zu einer Fortpflanzungsrichtung gehörigen Vectorrichtungen auf einander senkrecht stehen sollen, so ergiebt die weitere Diskussion von (VII), dass stets

drei zu einander senkrechte ihrer Lage nach von der Farbe abhängige Hauptebenen existieren, auf welche bezogen die Differentialgleichungen eine ähnliche Form besitzen, wie bei Krystallen des rhombischen Systemes, wenn hier nemlich die Rudbergschen Thatsachen nicht als nothwendig vorangestellt werden.

Es sind dann die Vectorrichtungen und die Differenzen der Fortpflanzungsgeschwindigkeitsquadrate wieder nur durch eine Gruppe von Constanten bestimmt und befolgen F. N. Gesetze. Bezüglich der Grösse der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten entscheidet auch die zweite Constantengruppe. Es giebt also wieder zwei optische Axen, welche in einer der Hauptebenen enthalten sein müssen; diese letzteren sind aber trotz der Symmetrie in den Erscheinungen des convergenten polarisierten Lichtes keine Symmetrieebenen. Aus diesen Versuchen allein kann also die Existenz dreier optischer Symmetrie-ebenen, daher auch die Nothwendigkeit von Fresnel Neumanns Theorie nicht erschlossen werden und erst weitere Versuche müssen den Sachverhalt klar stellen.

In den Abschnitten (IV), (V), (VI) zeige ich, dass die Gleichungen dieser allgemeineren Doppelbrechungstheorie für durchsichtige Medien sich nur in einer Art so ergänzen lassen, dass natürliche und magnetische Activität sowie die Erscheinungen bei Translation des Mediums erklärt werden können. Durch Specialisierung der Constanten, welche der reinen Doppelbrechung entsprechen, gelangt man zu schon bekannten Formeln und zwar, je nachdem man den Lichtvector mit dem Fresnelschen oder Neumannschen identificiert, zu den Gleichungen von Cauchy, Lang, Voigt etc.

Viel schwieriger erscheint die Untersuchung der Lichtbewegung in absorbierenden Medien, weil der mathematisch formelle Vorteil der „Durchsichtigkeit" entfällt und einfachere Gesichtspunkte von allgemeinerer physikalischer Bedeutung sich auf den ersten Blick nicht angeben lassen. Man findet aber eine sehr allgemeine mathematische Eigenschaft der für durchsichtige Körper aufgestellten Gleichungen, die ohne weiteres auf absorbierende Medien übertragen werden kann, und zu verhältnissmässig einfachen Resultaten führt. Bildet man nemlich vermittels der in oben angedeuteter Weise für durchsichtige Körper specialisierten Gl. VII. durch Derivationsprocesse die Gleichungen für den conjugierten Vector ξ, η, ζ, so ergeben sich Gleichungen desselben Typus, wobei nur u, v, w durch ξ, η, ζ und die Constanten durch andere ersetzt sind.

Im Allgemeinen muss dieses nicht eintreffen, da die in Folge

dieser Operationen rechter Hand der Gleichungen auftretenden Differentialquotienten nicht die Eigenschaft besitzen müssen, sich durch ξ, η, ζ und seine Derivationen auszudrücken.

Wenn dies aber nichtsdestoweniger auch für beliebige absorbierende Medien eintreffen soll, so ist damit eine Hypothese ausgesprochen, welche in mathematisch-formaler Beziehung eine Parität der Vectoren (u, v, w) und (ξ, η, ζ) insofern ausspricht, als beide Gleichungen desselben Typus zu genügen haben. Wie schon oben bemerkt wurde, besitzen beide Vectoren auch eine physikalische Bedeutung und hiemit die ausgesprochene formale Parität eine physikalische Grundlage.

Mit Hilfe dieses Grundsatzes ergeben sich dann in einfacher Weise allgemein giltige Gleichungen, welche für durchsichtige Medien in die schon früher aufgestellten übergehen.

Lässt man die Terme, welche der Activität und Bewegung entsprechen weg, so kommt man durch Specialisierung der Doppelbrechungsterme auf die Gleichungen von Drude, Voigt. Substituirt man hierin Integrale, behält jedoch die der magnetischen Activität entsprechenden Terme bei, so gelangt man zu Gl., die ich schon früher aus der electromagn. Lichttheorie hergeleitet hatte. (Diese Berichte, 1895.)

Der Abschnitt (VII) behandelt das Reflexionsproblem an der Grenze beliebiger homogener Medien. Als leitendes Princip wird hier die Forderung aufgestellt, dass der „Fluss" der beiden Lichtvectoren (u, v, w) (ξ, η, ζ), welcher im Innern der Medien ohne „Dichtigkeitsänderung" erfolgt, diese Eigenschaft auch in der Trennungsebene $z = 0$ beibehält, so dass hieselbst sowol w als auch ζ continuirlich zu sein hat. Es lässt sich noch leicht nachweisen, dass nur zwei transversale Vectoren diese Eigenschaft besitzen können, und hiedurch ist die Stellung des einen primären gegenüber dem anderen abgeleiteten ξ, η, ζ gegeben.

Zu Gleichungen, welche für krystallinische Medien schon aufgestellt wurden und die höchstwahrscheinlich nur in erster Annäherung richtig sind, kommt man durch Weglassen der α_m in den Gl. (VII.) weiter noch voraussetzend, dass der primäre Vector entweder nur mit dem Fresnelschen oder nur mit dem Neumannschen zu coincidieren hat. Es zeigt sich, dass nur das letztere der Fall sein kann. Dies und die Annahme bezüglich der α_m berücksichtigend, gelangt man zu den vier Grenzbedingungen an der Grenze vollständig beliebiger homogener Medien. Schwierigkeiten, wie sich dieselben bisher

beim Studium der Kerrschen magneto-optischen Erscheinungen ergeben haben, fallen hier weg. Im Übrigen sind in diesem Falle die Grenzbedingungen identisch mit jenen, die ich schon im Jahre 1895 l. c. aus der electromagnetischen Lichttheorie hergeleitet habe.

Das Schlusscapitel behandelt die Dispersionserscheinungen. Dass unsere so allgemein gehaltene Theorie auch hierin Aufschluss geben kann, ist von selbst klar. Denn giebt es brauchbare spezielle Theorien der Dispersion, welche neben dem eigentlichen Lichtvector noch Parameter oder Vectoren benützen, welche den Schwingungszustand der ponderabeln Moleküle definieren, so muss es auch möglich sein, durch Elimination dieser Parameter aus den simultaren Gleichungen Endgleichungen für den eigentlichen Lichtvector zu bekommen, die sich in der Form (VII.) darstellen lassen müssen, sobald nur Transversalität desselben zugegeben wird. Es wird dies auch an dem speciellen Beispiele eines isotropen Mediums nachgewiesen werden. Einzig aus der Hypothese, dass für unendlich lange Wellen der Brechungsindex einer fixen limite zustrebt, ergeben sich dann, Convergenz der hier vorkommenden Reihen vorausgesetzt, in sehr einfacher Weise Formeln, deren Richtigkeit in weitem Bereiche nachgewiesen ist.

I. Allgemeinste Form der Differentialgleichungen.

Zwischen den drei Componenten u, v, w des Lichtvectors sollen drei von einander unabhängige lineare partiale Differentialgleichungen mit realen constanten Coefficienten bestehen. Dieselben lassen sich immer schreiben in der Form:

$$\text{(I)} \quad \ldots \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = Y, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z,$$

wobei X, Y, Z lineare Aggregate von Differentialquotienten der u, v, w nach der Zeit t und den Coordinaten x, y, z vorstellen.

Den Gleichungen (I) genügen Integrale der Form:

$$\text{(II)} \qquad \begin{aligned} u &= Ae^{\nu i\,(t-\lambda' x-\mu' y-\nu' z)} \\ v &= Be^{\nu i\,(t-\lambda' x-\mu' y-\nu' z)} \\ w &= Ce^{\nu i\,(t-\lambda' x-\mu' y-\nu' z)} \end{aligned}$$

Dabei ist $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$ (wobei τ die Schwingungsdauer bedeutet), A,

B, C, λ', μ', ν' sind complexe Constanten, für die gesetzt werden kann:

$$A = ae^{\nu' i\alpha},\ B = be^{\nu' i\beta},\ C = ce^{\nu' i\gamma};$$

a, b, c, α, β, γ sind reale Grössen.

Desgleichen sei $\lambda' = l_0 + l'_0 i$, $\mu' = m_0 + m'_0 i$, $\nu' = n_0 + n_0' i$.

An Stelle der realen Grössen l_0, m_0, n_0, l_0', m_0', n_0', lässt sich ohne Beeinträchtigung der Allgemeinheit setzen: $l_0 = \frac{l}{\omega}$, $m_0 = \frac{m}{\omega}$, $n_0 = \frac{n}{\omega}$, $l_0' = l'k$, $m_0' = m'k$, $n_0' = n'k$, wobei l, m, n und l' m' n' den Gleichungen $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ und $l'^2 + m'^2 + n'^2 = 1$ genügen sollen, daher Cosinuse zweier Richtungen vorstellen.

Die realen und imaginären Bestandteile von (II.) genügen jeder für sich den Gl. (I.), und lassen sich darstellen, wie folgt:

$$\text{(III)}\quad \begin{aligned} u &= a \,{}^{\cos}_{\sin}\, \nu \left(t + \alpha - \frac{lx + my + nz}{\omega}\right) e^{\nu k (l'x + m'y + n'z)} \\ v &= b \,{}^{\cos}_{\sin}\, \nu \left(t + \beta - \frac{lx + my + nz}{\omega}\right) e^{\nu k (l'x + m'y + n'z)} \\ w &= c \,{}^{\cos}_{\sin}\, \nu \left(t + \gamma - \frac{lx + my + nz}{\omega}\right) e^{\nu k (l'x + m'y + n'z)} \end{aligned}$$

Orte gleicher Phasen sind also Ebenen, welche auf der Richtung l, m, n senkrecht stehen. Dieselben pflanzen sich in dieser Richtung, die Wellennormale genannt wird, mit constanter Geschwindigkeit ω fort. Die Ebenen gleicher Intensität sind senkrecht auf der Richtung l', m', n'. Ist k wesentlich negativ, so nehmen in dieser Richtung der „Extinctionsnormale“ die Teilamplituden nach dem Gesetze der Exponentiellen ab.

Die Richtungen (l, m, n), (l', m', n') sind im Allgemeinen willkührlich wälbar, sodass nur die Grössen ω und k zu bestimmen bleiben, und ausser ihnen die Verhältnisse $\frac{B}{A}$, $\frac{C}{A}$.

Substituiert man die Integrale (II.) in (I.), so ergeben sich drei Gleichungen, aus welchen zuvörderst A, B, C eliminiert werden kann. Die hieraus resultierende Gleichung zerfällt durch Trennung des Imaginären vom Reellen in zwei Gleichungen, welche die zu einander gehörigen Wertepaare ω, k zu berechnen erlauben. Zu jedem

derselben bestimmen wir dann etwa die Verhältnisse $\frac{B}{A}, \frac{C}{A}$ aus zweien von den drei Substitutionsgleichungen. Dass nur Verhältnisse der Grössen A, B, C bestimmbar sind, ergiebt sich aus der Überlegung, dass die Intensität und der Anfangspunkt der Zeitzälung willkührlich wälbar sind, so dass beispielsweise $\alpha = 0$, $a = 1$, daher $A = 1$ gesetzt werden darf.

Damit ergiebt sich dann der nähere Character des im Allgemeinen elliptisch polarisierten Lichtes.

Von besonderem Interesse ist der Fall, dass die Richtungen der Wellen und Extinctionsnormale zusammenfallen. Voigt nennt solche Wellen homogen. Es ist in diesem Falle:

$$\lambda' = l\left(\frac{1}{\omega} + ik\right), \quad \mu' = m\left(\frac{1}{\omega} + ik\right), \quad \nu' = n\left(\frac{1}{\omega} + ik\right)$$

Derartige Wellen lassen sich immer realisieren, indem man senkrecht zu einer beliebigen Richtung an das optische Medium eine Ebene anbringt, welche es vom freien Aether trennt. Fallen im letzteren ebene der Grenzfläche parallele Wellen von unendlicher Ausdehnung auf, so entstehen aus ihnen durch Brechung wieder nur der Grenzebene parallele Wellen, in deren jeder sowol Phase als auch Amplitude immer gleich sein müssen.

Wir wollen nun die Bedingung einführen, dass die Wellenbewegung immer transversal sein, daher der Gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

genügen soll.

Weiter wollen wier die beschränkende Annahme einführen, dass in den Grössen X, Y, Z rechterhand in (I.) nur solche Differenzialquotienten vorkommen, die nach x, y, z höchstens p-mal differenzirt sind. Ist $\frac{\partial^{\varrho+\sigma+\varrho'+\sigma'}}{\partial t^{\varrho}\, \partial x^{\sigma}\, \partial y^{\varrho'}\, \partial^{\sigma'}} \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$ ein Aggregat von X, Y, Z, so soll

$$\sigma + \varrho' + \sigma' \leqq p$$

sein.

Die sich fortpflanzenden Wellen dürfen homogen gewält werden, wenn es sich darum handelt, die Form der Differentialgleichungen

(I) festzustellen, die mit der Annahme der Transversalität vereinbar ist. Die Richtung der x Achse kann dann ohne Beeinträchtigung der Allgemeinheit in die Wellennormale verlegt werden. Weil dann nichts von y, z abhängen kann, so muss $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, daher auch $u = 0$ sein, da es sich um Wellen von periodischem Character handeln soll. Die Grössen X, Y, Z enthalten nur Ausdrücke wie:

$$v, w, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \dots \frac{\partial v^p}{\partial x^p}, \frac{\partial w^p}{\partial x^p},$$

so wie noch jene, welche aus diesen entstehen, wenn sie beliebig vielmal noch der Zeit differenziert werden. Setzt man also:

$$u = 0, \; v = Be^{\nu i(t-\lambda' x)}, \quad w = Ce^{\nu i(t-\lambda' x)}$$

$$\lambda' = \frac{1}{\omega} + ik,$$

so ergiebt die Substitution dieser Integrale in (I.) drei Gleichungen der Form:

$$\text{(IV.)} \qquad \begin{aligned} O &= g_1 B + h_1 C \\ B &= g_2 B + h_2 C \\ C &= g_3 B + h_3 C. \end{aligned}$$

Die Grössen g und h enthalten die zu bestimmende Grösse λ, höchstens in der p^{ten} Potenz; daher ergiebt sich, wenn aus den zwei letzten Gleichungen B und C eliminiert wird, die zur Bestimmung von λ' dienende Gleichung als eine Gleichung vom Grade $2p$. Von den $2p$ Wurzeln haben σ einen positiven realen Bestandteil und entsprechen σ Wellen, welche sich in der Richtung der positiven x Achse fortpflanzen. Die anderen $2p-\sigma$ Wurzeln entsprechen Wellen entgegengesetzter Richtung. Es lässt sich also die positive x Achse immer so wälen, dass $\sigma \geqq p$ ist.

Zu einem λ' Werte bestimmt man aus einer der zwei letzten Gleichungen in (IV.) den Wert des $\frac{B}{C}$. Einen diesem widersprechenden Wert ergiebt die erste Gleichung in (IV), weil in g_1, h_1, andere Constanten vorkommen als in g_2, g_3, h_2. h_3. Es muss also

g_1 und h_1 für diesen λ' Wert jedes für sich Null werden. Es gilt daher:

$$g_1 = g_{10} + g_{11}\lambda' + g_{12}\lambda'^2 + \ldots g_{1p}\lambda'^p = 0.$$

Unter den $2p$ Wurzeln soll es nun im Allgemeinen $(p+1)$ verschiedene Wurzeln geben. Substituirt man diese $p+1$ Werte des λ' in die letzte Gleichung, und bildet durch Elimination der g_{10}, g_{11}, g_{1p} die Determinante, so ist diese als Produkt der Differenzen der λ' von Null verschieden, daher die Gleichung $g_1 = 0$ nur so erfüllbar, dass gilt:

$$g_{10} = 0, \; g_{11} = 0, \ldots g_{1p} = 0$$

Irgend ein Glied g_{1n} entsteht aus dem in X vorkommenden Ausdrucke

$$\frac{\partial^n}{\partial x^n}\left(\alpha_0 v + \alpha_1 \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \ldots\right)$$

Es muss also mit g_{1n} gleichzeitig Null sein

$$\alpha_0 + \alpha_1(\nu i) + \alpha_2(\nu i)^2 + \ldots.$$

Soll dies für jede Schwingungsdauer stattfinden, so muss gelten:

$$\alpha_0 = 0, \quad \alpha_1 = 0. \quad \alpha_2 = 0 \ldots$$

Wir schliessen daraus, dass in X Ausdrücke der Form

$$v, \frac{\partial v}{\partial x} \ldots \frac{\partial^p v}{\partial x^p},$$

sowie noch jene, welche aus ihnen durch Derivationen nach t entstehen, nicht vorkommen können. Da auch $h_1 = 0$ sein soll, so können in X ebenso wenig $w, \frac{\partial w}{\partial x} \ldots \frac{\partial^p w}{\partial x^p}$ und ihre Zeitdifferentiale vorkommen. Die in X auftretenden Derivationen $\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ldots\ldots$ etc. lassen sich wegen $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ auf Differentiationen nach y und z zurückführen. Ähnliche Schlüsse gelten für Y und Z. Man kann also an Stelle von I. jedenfalls setzen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u}{\partial t^m} + \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial W_1}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = Y = \sum_{m=0} \beta_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} + \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z = \sum_{m=0} \gamma_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} + \frac{\partial U_3}{\partial x} + \frac{\partial V_3}{\partial y}$$

Allerdings ist die Trennung der in X vorkommenden Glieder nach den Zeichen $\frac{\partial}{\partial y}$ und $\frac{\partial}{\partial z}$ insoweit willkührlich, als man beispielsweise $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$ sowol zu V_1 als auch zu W_1 hinüberziehen könnte. Indessen ergiebt das Folgende bestimmtere Anhaltspunkte zu diesem Trennungsverfahren.

Wir benützen ein anderes Coordinatensystem x', y', z' der Eigenschaft

$$z' = z, \quad x' = x \cos\varphi + y \sin\varphi, \quad y' = y\cos\varphi - x\sin\varphi$$

$$x = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi, \quad y = x'\sin\varphi + y'\cos\varphi$$

Es ist dann

$$u' = u\cos\varphi + v\sin\varphi, \quad v' = v\cos\varphi - u\sin\varphi, \quad w = w'$$

$$u = u'\cos\varphi - v'\sin\varphi, \quad v = u'\sin\varphi + v'\cos\varphi$$

Hiemit wird:

$$(\text{V}) \ldots\ldots \frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} = \cos\varphi \left[\sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u}{\partial t^m} + \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial W_1}{\partial z}\right] +$$

$$+ \sin\varphi \left[\sum_{m=0} \beta_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} + \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial z}\right]$$

$$(\text{VI.}) \ldots\ldots \frac{\partial^2 v'}{\partial t^2} = -\sin\varphi \left[\sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u}{\partial t^m} + \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial W_1}{\partial z}\right] +$$

$$+ \cos\varphi \left[\sum_{m=0} \beta_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} + \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial z}\right].$$

Dem Obigen zufolge sollen rechter Hand in den Gleichungen für $\frac{\partial^2 u'}{\partial t^2}$ bezw. $\frac{\partial^2 v'}{\partial t^2}$ die Grössen $\frac{\partial^m v'}{\partial t^m}$ bezw. $\frac{\partial^m u'}{\partial t^m}$ nicht vorkommen.

Man genügt dieser Bedingung für jedes $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$ nur durch

$$\alpha_m = \beta_m.$$

In (V.) können nicht vorkommen Glieder der Form $\frac{\partial}{\partial x'}$, in (VI.) wieder nicht solche der Form $\frac{\partial}{\partial y'}$. Es muss also Null sein:

$$\cos\varphi \frac{\partial V_1}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial y} + \sin\varphi \frac{\partial U_2}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} \text{ und}$$

$$-\sin\varphi \frac{\partial V_1}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} + \cos\varphi \frac{\partial U_2}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x}$$

Dafür lässt sich auch schreiben:

$$\frac{\partial}{\partial x'} (V_1 + U_2) = 0, \frac{\partial}{\partial y'} (V_1 + U_2) = 0$$

$V_1 + U_2$ kann also nur von z abhängen. Als lineares Aggregat von Differentialquotienten der Grössen u, v, w hängt $V_1 + U_2$, wenn es sich um ebene Wellen handelt, von x, y, z insofern ab, als diese Grössen unter einander linear verknüpft vorkommen; wenn es also von x, y nicht abhängt, so hängt es auch von z nicht ab und ist einer Constante gleich, die unbeschadet der Allgemeinheit Null gesetzt werden kann. Wir haben daher:

$$V_1 + U_2 = 0$$

und in ähnlicher Weise $W_1 + U_3 = 0$, $W_2 + V_3 = 0$. Damit gewinnen die Differentialgleichungen I. die Form:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u}{\partial t^m} + \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} + \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \quad \ldots \ldots \text{(VII.)} \\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}
\end{aligned}$$

Die Gl. VII. behalten ihre Form in jedem Coordinatensystem x', y', z bei, nur treten an Stelle vou u, v, w, U, V, W andere mit Strichen versehene Grössen u' v' . . . U', W' in den Formeln ein. Die gegenseitigen Richtungscosinuse der 2. Coordinatensysteme ergeben sich aus dem Schema VII[a]:

	x	y	z
x'	p_1	p_2	p_3
y'	q_1	q_2	q_3
z'	r_1	r_2	r_3

(VIIa)

Wegen ihrer Vectoreigenschaften sind die Grössen u', v' w' definiert durch die Gleichungen

$$u' = up_1 + vp_2 + wp_3$$
$$v' = uq_1 + vq_2 + wq_3$$
$$w' = ur_1 + vr_2 + wr_3$$

Multipliciert man die drei Gleichungen in (VII.) folgeweise mit p_1, p_2, p_3, addirt sie und ersetzt schliesslich die Differentiationen nach x, y und z durch solche nach x', y', z', in dem man das Schema:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial x'} \cdot \frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z'} \frac{\partial z'}{\partial y}$$

etc. benützt, so ergiebt sich eine Formel wie

$$\frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u'}{\partial t^m} + \frac{\partial W'}{\partial y'} - \frac{\partial V'}{\partial z'},$$

wobei gilt

$$W' = Ur_1 + Vr_2 + Wr_3$$
$$V' = Uq_1 + Vq_2 + Wq_3$$

Ähnlich findet man beim Aufsuchen des Ausdruckes

$$\frac{\partial^2 v'}{\partial t^2} \ldots \quad U' = Up_1 + Vp_2 + Wp_3$$

Es haben daher die Grössen U, V, W gleichfalls Vectorcharacter.

Die $2p$ Wurzeln der obigen Gleichung für λ' ergeben für die Zal der homogenen Transversalwellen, welche nach zwei entgegengesetzten Richtungen fortschreiten können immer $2p$. Jene Wurzeln, welche reale positive Bestandteile haben, entsprechen Wellen, die in der Richtung der positiven x Achse verlaufen, die übrigen Wellen der entgegengesetzten Richtung. Wir setzen voraus, die Constanten der Diffgl. seien so beschaffen, dass die imaginären Teile der ersten Gruppe stets negativ, die der zweiten Gruppe insgesammt positiv sind. Die Amplituden nehmen dann conform mit der Erfahrung an optischen Wellen in der Fortpflanzungsrichtung stets ab, nie zu, oder bleiben constant, wenn sämmtliche $2p$ Wurzeln real sind. Benützt man daher die Erfahrungsthatsache, dass in jeder Richtung höchstens zwei, nach beiden entgegengesetzten Richtungen zusammen höchstens vier Wellen sich fortpflanzen können, so wird für p zwei gesetzt werden müssen. Es sind dann die drei Grössen U, V, W lineare Functionen von u, v, w, $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}$ und ihrer Derivationen nach t.

II.

Durchsichtiges Medium mit drei zu einander senkrechten Symmetrieebenen, deren Lage von der Farbe nicht abhängt.

Dieser praktisch wichtige Fall soll zuerst untersucht werden; er ist in Krystallen des rhombischen Systems als realisiert zu betrachten; wir nennen die xz Ebene eine optische Symmetrieebene, wenn die Gleichungen (VII.) in den Coordinatensystemen x, y, z und x, $-y$, z genau dieselben sind. Man bekommt letztere aus (VII.), wenn an Stelle von u, v, w bezw. x, y, z gesetzt wird: u, $-v$, w, x, $-y$, z. Aus der ersten Gleichung (VII.) ersieht man, dass W den entgegengesetzten, V denselben Wert behalten muss. Aus der zweiten und dritten folgt dann noch, dass sich U wie W verhält. Von den neun Differentialquotienten ändern sich nicht diejenigen der Gruppe (II^a.):

$$(II^a.) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x},$$

während die anderen

$$(\text{III}^a.) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y}$$

entgegengesetzte Werte annehmen. Es können daher U und W nur Glieder der Gruppe (III^a.), V dagegen nur solche der Gruppe (II^a.) enthalten.

Ist auch die xy Ebene eine Symmetrieebene, so ändert sich aus gleichem Grunde W nicht, wol aber U, V indem sie entgegengesetzte Werte annehmen müssen. Es können daher in W nur vorkommen Glieder der Gruppe:

$$(\text{II}^b.) \qquad \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x},$$

und in U, V jene der Gruppe:

$$(\text{III}^b.) \qquad \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}.$$

U besitzt daher nur Glieder, welche den Gruppen III.^b, III.^a, V jene, welche den Gruppen III^b, II^a und W jene, welche den Gruppen II^b und III^a gemeinschaftlich sind.

Man hat so:

$$U = \alpha \frac{\partial v}{\partial z} + \alpha' \frac{\partial w}{\partial y} + \ldots.$$

$$V = \beta \frac{\partial w}{\partial x} + \beta' \frac{\partial u}{\partial z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\text{VIII.})$$

$$W = \gamma \frac{\partial u}{\partial y} + \gamma' \frac{\partial v}{\partial x} + \ldots.$$

U, V, Wkönnten noch linear abhängen von u, v, w.

Ist wieder xz eine Symmetrieebene, so enthält, weil sich U, W ändern und V nicht ändern soll,

U nur v, W nur v, V nur u, w.

Ist die yx Ebene eine Symmetrieebene, so enthält

U nur w, V nur w, W nur u, v.

Ist es auch die Ebene *zy*, so enthält

U nur v, w, V nur u, W nur u.

Soll kein Widerspruch entstehen, so können in U, V, W die Glieder u, v, w und natürlich auch ihre Derivationen nach der Zeit nicht vorkommen.

Aus (VIII.) ist noch zu ersehen, dass sich U nicht ändert und V, W entgegengesetzte Werte annehmen, wenn x in $-x$, u in $-u$ übergeht, y, z, v, w sich dagegen nicht ändern. Es hat also Symmetrie bezüglich der zwei Ebenen xz und yx die Symmetrie bezüglich der yz von selbst zur Folge. Im Ausdrucke (VIII.) können natürlich noch Glieder hinzukommen, die aus den schon vorhandenen durch Differentiationen nach t entstehen. Man hat daher an Stelle von (VII.) die auch für ein absorbierendes Medium giltigen Gleichungen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m u}{\partial t^m} +$$

$$+ \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left(\gamma_n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \gamma_n' \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \beta_n \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} - \beta_n' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

(IX.)
$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} +$$

$$+ \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t_n}\left(\alpha_n \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \alpha'_n \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} - \gamma_n \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \gamma'_n \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} +$$

$$+ \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left(\beta_n \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \beta'_n \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} - \alpha_n \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} - \alpha'_u \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

Wir nehmen nun an, dass in (IX.) ungerade Differentialquotienten nach t nicht vorkommen. Setzt man:

$$\text{(X.)} \ldots \begin{cases} u = \mathrm{A} e^{\nu i[t-(lx+my+nz)\lambda']} \\ v = \mathrm{B} e^{\nu i[t-(lx+my+nz)\lambda']} \\ w = \mathrm{C} e^{\nu i[t-(lx+my+nz)\lambda']}, \quad \lambda' = \frac{1}{\omega} + k.\sqrt{-1}, \end{cases}$$

in die Gl. (IX.), eliminiert aus den drei entstehenden Substitutionsgleichungen A, B, C, so besitzt die zur Bestimmung von λ' dienende Gleichung vierten Grades $\lambda'^4 + P\lambda'^2 + Q = 0$ reale Coefficienten P, Q, und hieraus folgt, dass alle vier Wurzeln, von denen zwei einer und zwei der entgegengesetzten Richtung entsprechen, real sein müssen, wenn Gl. (IX.) überhaupt optischen Verhältnissen sich anpassen lassen sollen. Denn im Gegenfalle käme neben einer Wurzel $\lambda' = a + bi$ auch noch eine $a - bi$ vor, und eine von ihnen müsste sicherlich Wellen entsprechen, deren Amplitude in der Fortpflanzungsrichtung wächst. Für $\frac{B}{A}$ und $\frac{C}{A}$ ergeben sich in Folge dessen reale Werte, es sind daher die beiden Lichtwellen stets linear polarisirt. Die Annahme auch ungeradzaliger Differentialquotienten nach t würde für B/C complexe Werte ergeben. Desgleichen hätte die biquadratische Gleichung für λ' complexe Coefficienten. Das durchgehende Licht wäre dann elliptisch polarisiert und das Medium absorbierend, was vorderhand nicht vorausgesetzt wird.

Statt der Gl. (IX.) lässt sich mit Rücksicht auf die Integrale (X.) schreiben:

$$\left.\begin{aligned} c\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \gamma\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \gamma'\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \beta\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} - \beta'\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ c\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \alpha\frac{\partial^2 v}{\partial^2 z} + \alpha'\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} - \gamma\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \gamma'\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ c\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \beta'\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} - \alpha\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} - \alpha'\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\text{IX.}^{a})$$

Dabei haben die Grössen α, β, γ, α', β', γ' die Form von Reihen, welche nach Potenzen von ν^2 aufsteigen (mit der nullten beginnend). Ihre Convergenz für jedes endliche ν wird natürlich als existierend vorausgesetzt. Die Grösse $c\nu^2$ hat eine ähnliche Form. Es sind also alle Coefficienten von der Farbe abhängig.

Es sollen nun Wellennormalen betrachtet werden, die in der xy Ebene gelegen sind, so dass nichts von z abhängt. Wir genügen den Gl. (IX.^{a}) in zweierlei Weise. Entweder ist $u = 0$, $v = 0$, $w \gtrless 0$ und

$$c\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \beta\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \alpha'\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

daher, wenn $w = \sin\frac{2\tau}{\tau}\left(t - \frac{x\cos\varphi + y\sin\varphi}{\omega}\right)$ gesetzt wird,

$$\omega^2 . c = \beta \cos{}^2\varphi - \alpha' \sin\varphi^2, \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

oder es ist:

$$w = 0, \quad u = -\sin\varphi \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x\cos\varphi + y\sin\varphi}{\omega}\right)$$

$$v = \cos\varphi \sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x\cos\varphi + y\sin\varphi}{\omega}\right)$$

Dies giebt, weil sich die Gl. (IX.[a]) auf

$$c\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \gamma\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \gamma'\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}$$

$$c\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\gamma\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} - \gamma'\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

reducieren,

$$\sin\varphi . c . \omega^2 = \gamma \sin\varphi^3 - \gamma' \cos^2\varphi \sin\varphi$$

$$\cos\varphi . c . \omega^2 = \gamma \sin\varphi^2 \cos\varphi - \gamma' \cos\varphi^3,$$

daher

$$c\omega^2 = \gamma \sin\varphi^2 - \gamma' \cos^2\varphi \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Der Wellennormale, welche in der xy Symmetrieebene enthalten ist und mit der x-Axe den Winkel φ einschliesst, entsprechen offenbar zwei linear und senkrecht zu einander polarisierten Wellen, deren Brechungsindex sich mit dem Winkel φ ändert.

Es lehrt nun die Erfahrung (Rudberg), dass wenn man aus einem rhombischen Krystall ein Prisma anschleift, dessen Kante einer krystallografischen Axe, also einer Symmetrieaxe parallel ist, der eine von den zwei durch Doppelbrechung entstehenden Stralen einen constanten, vom Einfallswinkel unabhängigen Brechungsindex besitzt. Ist es jener Stral, dessen Vector parallel ist der krystallografischen Axe, also der Stral $u = 0$, $v = 0$, $w \gtrless 0$, so folgt aus (11) wegen $\frac{d\omega}{d\varphi} = 0$

$$\beta + \alpha' = 0$$

und in ähnlicher Weise dann

$$\gamma + \beta' = 0, \quad \alpha + \gamma' = 0.$$

Die Gleichungen (IX.[a]) übergehen dann in

$$
\begin{aligned}
c\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \gamma \Delta u - \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma\frac{\partial u}{\partial x} + \alpha\frac{\partial v}{\partial y} + \beta\frac{\partial w}{\partial z}\right) \\
c\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \alpha \Delta v - \frac{\partial}{\partial y}\left(\gamma\frac{\partial u}{\partial x} + \alpha\frac{\partial v}{\partial y} + \beta\frac{\partial w}{\partial z}\right) \quad . \; . \text{(XII.)} \\
c\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \beta \Delta w - \frac{\partial}{\partial z}\left(\gamma\frac{\partial u}{\partial x} + \alpha\frac{\partial v}{\partial y} + \beta\frac{\partial w}{\partial z}\right)
\end{aligned}
$$

Wir bezeichnen mit ω_1, ω_2, ω_3 die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten, welche Wellen entsprechen, deren Lichtvectoren parallel sind mit der x, y resp. z Hauptaxe der Symmetrie. Es ist dann

$$
\text{(XIII.)} \qquad \omega_1^2 = \frac{\gamma}{c}, \quad \omega_2^2 = \frac{\alpha}{c}, \quad \omega_3^2 = \frac{\beta}{c},
$$

und an Stelle von (XII.) treten die zu Fresnels Doppelbrechungstheorie führenden Gleichungen:

$$
\text{(XIV.)} \quad
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \omega_1^2 \Delta u - \frac{\partial S}{\partial x} \\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \omega_2^2 \Delta v - \frac{\partial S}{\partial y} \\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \omega_3^2 \Delta w - \frac{\partial S}{\partial z}, \quad S = \omega_1^2\frac{\partial u}{\partial x} + \omega_2^2\frac{\partial v}{\partial y} + \omega_3^2\frac{\partial w}{\partial z}
\end{aligned}
$$

Der vordem erwähnten Erfahrungsthatsache lässt sich aber auch so genügen, dass man von dem Stral mit constantem Brechungsindex annimmt, er besitze einen zur Prismenkante stets senkrechten Lichtvektor. Es hat dann laut (12) $\frac{d\omega}{d\varphi} = 0$ zu sein, was zu $\gamma + \gamma' = 0$ und ähnlich zu $\alpha + \alpha' = 0$ und $\beta + \beta' = 0$ führt.

Statt der Gleichungen (IX[a].) hat man, wenn gesetzt wird:

$$
\xi = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}
$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\gamma}{c}\zeta\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\beta}{c}\eta\right)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\alpha}{c}\xi\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\gamma}{c}\zeta\right) \quad \ldots\ldots \text{(XV.)}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\beta}{c}\eta\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\alpha}{c}\xi\right)$$

Dies ist aber das Neumannsche Gleichungensystem.

Die Quadrate der drei Hauptlichtgeschwindigkeiten sind:

$$\frac{\alpha}{c}, \quad \frac{\beta}{c}, \quad \frac{\gamma}{c}.$$

Für ein beliebiges Coordinatensystem lassen sich die Gleichungen (XV.) folgendermassen schreiben. Wir setzen

$$c2\mathrm{F} = \alpha\xi^2 + \beta\eta^2 + \zeta\gamma^2$$

Es ist dann laut (XV.) $\mathrm{W} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \zeta}$, $\mathrm{U} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}$, $\mathrm{V} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}$.

Sind U', V', W' die Werte des U, V, W in einem anderen Coordinatensystem x', y', z', so ist

$$\mathrm{U}' = \mathrm{U}p_1 + \mathrm{V}p_2 + \mathrm{W}p_3 = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial \xi'} + \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial \xi'} + \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial \xi'} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi'}$$

Denn bezüglich der Grössen ξ, η, ζ, welche gleichfalls Vectorcharacter besitzen, gilt:

$$\xi = p_1\xi' + q_1\eta' + r_1\zeta'$$

$$\eta = p_2\xi' + q_2\eta' + r_2\zeta'$$

$$\zeta = p_3\xi' + q_3\eta' + r_3\zeta'$$

Neumanns Gleichungen lauten daher für ein beliebiges Coordinatensystem nach Weglassung der Striche folgendermassen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) \quad \ldots\ldots \quad \text{(XVI.)}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)$$

$$2F = a_{11}\xi^2 + a_{22}\eta^2 + a_{33}\zeta^2 + 2a_{12}\xi\eta + 2a_{13}\xi\zeta + 2a_{23}\eta\zeta$$

Dabei ist

$$\begin{aligned} ca_{11} &= \alpha p_1^2 + \beta p_2^2 + \gamma p_3^2 \\ ca_{22} &= \alpha q_1^2 + \beta q_2^2 + \gamma q_3^2 \\ ca_{33} &= \alpha r_1^2 + \beta r_2^2 + \gamma r^{3\,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ca_{12} &= \alpha p_1 q_1 + \beta p_2 q_2 + \gamma p_3 q_3 \\ ca_{13} &= \alpha p_1 r_1 + \beta p_2 r_2 + \gamma p_3 r_3 \\ ca_{23} &= \alpha q_1 r_1 + \beta q_2 r_2 + \gamma q_3 r_3. \end{aligned}$$

Bei der Reduction von Fresnels Gleichungen (XIV.) auf ein beliebiges Coordinatensystem hat man zu beachten, dass sich beispielsweise schreiben lässt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\omega_1^2 \frac{\partial u}{\partial y} - \omega_2^2 \frac{\partial v}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\omega_3^2 \frac{\partial w}{\partial x} - \omega_1^2 \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Es ist also

$$W = \omega_1^2 \frac{\partial u}{\partial y} - \omega_2^2 \frac{\partial v}{\partial x}, \quad V = \omega_3^2 \frac{\partial w}{\partial x} - \omega_1^2 \frac{\partial u}{\partial z}$$

und ähnlich

$$U = \omega_2^2 \frac{\partial v}{\partial z} - \omega_3^2 \frac{\partial w}{\partial y}$$

Man kann die Grössen $\omega_1^2 u$, $\omega_2^2 v$, $\omega_3^2 w$ wieder als Componenten $\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$ eines zugehörigen Vectors betrachten; dann sind

$$U = \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w}}{\partial y}$$

etc. conjugierte Vectoren, die den $\overline{u}, \overline{v}, \overline{w}$, wenn diese als Verschiebungen betrachtet werden, als Rotationscomponenten zugeordnet sind. Im neuen Coordinatensysteme x', y' z' ist dann offenbar

$$U' = \frac{\partial \overline{v'}}{\partial z'} - \frac{\partial \overline{w'}}{\partial y'}, \quad V' = \frac{\partial \overline{w'}}{\partial x'} - \frac{\partial \overline{u'}}{\partial z'},$$

und ist

$$\begin{aligned} \overline{u'} &= \overline{u}p_1 + \overline{v}p_2 + \overline{w}p_3 \\ \overline{v'} &= \overline{u}q_1 + \overline{v}q_2 + \overline{w}q_3 \\ \overline{w'} &= \overline{u}r_1 + \overline{v}r_2 + \overline{w}r_3 \end{aligned}$$

Es ist nun

$$\overline{u'} = \omega_1^2\, u = \frac{\partial F}{\partial u}, \quad \overline{v} = \frac{\partial F}{\partial v}, \quad \overline{w} = \frac{\partial F}{\partial w}$$

und

$$2F = \omega_1^2\, u^2 + \omega_2^2\, v^2 + \omega_3^2\, w^2,$$

daher

$$\overline{u'} = \frac{\partial F}{\partial u}\,\frac{\partial u}{\partial u'} + \frac{\partial F}{\partial v}\,\frac{\partial v}{\partial u'} + \frac{\partial F}{\partial w}\cdot\frac{\partial w}{\partial u'} = \frac{\partial F}{\partial u'}$$

wobei

$$2F = \omega_1^2\,(p_1u' + q_1v' + r_1w') + \omega_2^2\,(p_2u' + q_2v' + r_2w')^2$$
$$+ \omega_3^2\,(p_3u' + q_3v' + r_3w')^2$$

Ferner ist

$$\frac{\partial^2 w'}{\partial t^2} = \frac{\partial V'}{\partial x'} - \frac{\partial U'}{\partial y'} = \Delta \overline{w'} - \frac{\partial}{\partial z'}\left(\frac{\partial \overline{u'}}{\partial x'} + \frac{\partial \overline{v'}}{\partial y'} + \frac{\partial \overline{w'}}{\partial z'}\right)$$

Lässt man die Indices weg, und führt ein:

$$2F = a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33}w^2 + 2a_{12}uv + 2a_{13}uw + 2a_{23}vw$$

$$a_{11} = \omega_1^2\, p_1^2 + \omega_2^2\, p_2^2 + \omega_3^2\, p_3^2, \quad a_{22} = \omega_1^2\, q_1^2 + \omega_2^2\, q_2^2 + \omega_3^2\, q_3^2 \;\ldots$$

$$a_{12} = \omega_1^2\, p_1q_1 + \omega_2^2\, p_2q_2 + \omega_3^2 p_2q_3 \;\ldots$$

So lassen sich Fresnel's Gleichungen auch so schreiben

$$\text{(XVI')}\quad \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \varDelta\left(\frac{\partial F}{\partial w}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial w}\right)\right] \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \varDelta\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial w}\right)\right] \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \varDelta\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial w}\right)\right] \end{aligned}$$

In unserer rein geometrischen Doppelbrechungstheorie erscheinen Fresnel und Neumanns Gleichungen als gleichberechtigte Formelnsysteme, von denen jedoch nur eines richtig sein kann, sobald man von der Voraussetzung ausgeht, dass es Lichtvectoren nur einer Gattung giebt. Diese Ansicht ist in Anbetracht des Umstandes, dass es Hrn. Wiener gelungen ist, stehende Lichtwellen zu erzeugen jedenfalls unhaltbar. Denn Erscheinungen dieser Art sind schwer verständlich, wenn man nicht die Existenz einer zweifachen Form der optischen Energie annimt. Giebt man dies zu, und damit das Vorhandensein von zweierlei Lichtvectoren, so ersieht man aus (XVI.), dass wenn der Neumannsche Vector u, v, w diese Gleichung erfüllt, der conjugierte Vector $\xi\eta\zeta$, $\xi = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \ldots$, dem Fresnel'schen Formelnsysteme genügen muss. In der That folgt aus (XVI.), wenn die zweite Gleichung nach z, die dritte nach y deriviert und die Differenz gebildet wird,

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \varDelta\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right)\right] \text{etc.}$$

$$2F = a_{11}\,\xi^2 + \ldots$$

Und dies ist die Formel (XVI').

Nach dieser Digression wenden wir uns zur näheren Untersuchung der Formeln (IX^a), machen aber nicht mehr die Voraussetzung, dass zwischen den Constanten $\alpha\alpha'\ \beta\beta'\ \gamma\gamma'$ jene Beziehungen bestehen, welche aus dem oben erwähnten Prismenexperimente folgen.

Bequemlichkeitshalber denken wir uns in (IX^a) die linken Seiten durch c dividiert, und verstehen dann unter $\alpha\beta\gamma \ldots$ die schon durch c dividierten Grössen.

Setzt man:

$$\frac{\alpha-\alpha'}{2}=a,\quad \frac{\alpha+\alpha'}{2}=a'$$
$$\frac{\beta-\beta'}{2}=b,\quad \frac{\beta+\beta'}{2}=b' \quad \ldots \text{XVI}^{a}$$
$$\frac{\gamma-\gamma'}{2}=c,\quad \frac{\gamma+\gamma'}{2}=c',$$

so lässt sich für (IX^{a}) setzen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial W}{\partial y}-\frac{\partial V}{\partial z},\quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\frac{\partial U}{\partial z}-\frac{\partial W}{\partial x},\quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{\partial V}{\partial x}-\frac{\partial U}{\partial y} \quad (\text{XVI}^{b})$$

Dabei ist

$$W=\gamma\frac{\partial u}{\partial y}+\gamma'\frac{\partial v}{\partial x}=(c+c')\frac{\partial u}{\partial y}+(c'-c)\frac{\partial v}{\partial x}=c'x_y+c\xi \ldots \quad (\text{XVI}^{c})$$

$$U=\xi a+y_z a',\quad V=\eta b+z_x b'$$

Wir wollen nun die Hypothese machen, dass die zwei stabilen linearen Schwingungsrichtungen auf einander stets senkrecht stehen und demgemäss werden wir die Beziehungen aufsuchen, welche zwischen den Constanten $\alpha\alpha'\beta\beta'\gamma\gamma'$ bestehen müssen. Fresnel und Neumann's Gleichungen sind dann nur Specialfälle.

Die Untersuchung führen wir etwas allgemeiner ohne Annahme von Symmetrieebenen indem wir voraussetzen, dass in den Ausdrücken U, V, W nur Differenzialquotienten nach den Coordinaten vorkommen, daher Glieder wie u, v, w und Zeitderivationen derselben ausgeschlossen sind. Ungeradzalige Zeitderivationen sollen überhaupt nicht vorkommen.

Setzt man

$$u=Ae^{vi\left(t-\frac{lx+my+nz}{\omega}\right)}\qquad v=Be^{vi\left(t-\frac{lx+my+nz}{\omega}\right)}$$

$$w=Ce^{vi\left(t-\frac{lx+my+nz}{\omega}\right)}$$

als Integrale voraus, so ergiebt sich aus (XVI^{b}):

$$\begin{aligned} A\omega^2 &= mW_1-nV_1\\ B\omega^2 &= nU_1-lW_1\\ C\omega^2 &= lV_1-mU_1 \end{aligned}\quad (\text{XVII.})$$

Offenbar sind U_1, V_1, W_1, lineare homogene Functionen sowol bezüglich der Grössen A B C, als auch bezüglich l m n.

Wir setzen also:

$$U_1 = \frac{\partial F}{\partial A} + s_3 B - s_2 C$$

$$V_1 = \frac{\partial F}{\partial B} + s_1 C - s_3 A$$

$$W_1 = \frac{\partial F}{\partial C} + s_2 A - s_1 B$$

Dabei ist

$$2F = a_{11} A^2 + a_{22} B^2 + a_{33} C^2 + 2a_{12} AB + 2a_{13} AC + 2a_{23} BC.$$

Die Grössen a_{11}, a_{22} . . . a_{23}, s_1, s_2, s_3 sind lineare homogene Functionen von l m n. Aus (XVII.) ergiebt sich, wenn auf die Transversalitätsbedingung $lA + mB + nC = o$ Rücksicht genommen wird:

$$\left.\begin{aligned} A(\omega^2 - \omega_0^2) &= m\frac{\partial F}{\partial C} - n\frac{\partial F}{\partial B} \\ B(\omega^2 - \omega_0^2) &= n\frac{\partial F}{\partial A} - l\frac{\partial F}{\partial C} \\ C(\omega^2 - \omega_0^2) &= l\frac{\partial F}{\partial B} - m\frac{\partial F}{\partial A} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \text{(XVIII.)}$$

$$\omega_0^2 = s_1 l + s_2 m + s_3 n.$$

Aus (XVIII.) folgt, wenn mit $\frac{\partial F}{\partial A}$, $\frac{\partial F}{\partial B}$, $\frac{\partial F}{\partial C}$ folgeweise multipliciert und addiert wird:

$$A\frac{\partial F}{\partial A} + B\frac{\partial F}{\partial B} + C\frac{\partial F}{\partial C} = o \text{ oder}$$

$$F(A, B, C) = o \quad \ldots \text{(XIX.)}$$

Gleichung (XIX.) zusammen mit $lA + mB + nC = o$ gestattet die Bestimmung der zwei stabilen Schwingungsrichtungen, als deren Richtungscosinuse die A B C stets angesehen werden können, da es bei willkührlicher Wal des Intensitätsmasses frei steht, $A^2 + B^2 + C^2$ der Einheit gleichzusetzen.

Wir setzen für einen Augenblick $lA = \xi$, $mB = \eta$, $nC = \zeta$, $A_{11} = \frac{a_{11}}{l^2}$, $A_{22} = \frac{a_{22}}{m^2} \ldots A_{12} = \frac{a_{12}}{lm}$, ferner $\frac{\eta}{\xi} = y$, $\frac{\zeta}{\xi} = z$.

Aus (XIX.) hat man:

$$(\alpha) \ldots \quad o = A_{11} + A_{22}\,y^2 + A_{33}\,z^2 + 2A_{12}\,y + 2A_{13}\,z + 2A_{23}\,yz$$

und aus der Transversalitätsbedingung

$$(\beta) \ldots \quad 0 = 1 + y + z$$

Hieraus ergiebt sich:

$$y^2 R + 2y S + T = o \text{ und } y = \frac{-S \pm \sqrt{S^2 - RT}}{R}$$

$$R = A_{22} + A_{33} - 2A_{23}$$
$$T = A_{11} + A_{33} - 2A_{13}$$
$$S = A_{33} + A_{12} - A_{13} - A_{23}$$

Man hat ferner, wenn die Wurzeln der obigen Gleichungen (α) und (β) mit y_1, y_2, z_1 z_2 bezeichnet worden:

$$y_1 + y_2 = -\frac{2S}{R}, \quad y_1\,y_2 = \frac{T}{R}$$

$$z_1\,z_2 = (1 + y_1)(1 + y_2) = \frac{R + T - 2S}{R}$$

Dabei ist

$$R + T - 2S = A_{11} + A_{22} - 2A_{12}$$

Daraus

$$y_1\,y_2 = \frac{\eta}{\xi}\,\frac{\eta'}{\xi'} = \frac{m^2\,B\,B'}{l^2\,A\,A'}, \quad z_1\,z_2 = \frac{n^2\,C\,C'}{l^2\,A\,A'}$$

Dabei sind $A\,B\,C$, $A'\,B'\,C'$ die Richtungscosinuse beider stabiler Schwingungsrichtungen. Senkrechtstehen derselben fordert $\frac{CC'}{AA'} + \frac{BB'}{AA'} = -1$, daher

$$\frac{z_1\,z_2}{n^2} + \frac{y_1\,y_2}{m^2} + \frac{1}{l^2} = o$$

oder

$$\frac{A_{11}+A_{22}-2A_{12}}{n^2}+\frac{A_{11}+A_{33}-2A_{13}}{m^2}+\frac{A_{22}+A_{33}-2A_{23}}{l^2}=o$$

und schliesslich:

$$a_{11}(m^2+n^2)+a_{22}(l^2+n^2)+a_{33}(l^2+m^2)-$$

$$-2(a_{12}\,lm+a_{13}\,ln+a_{23}\,mn)=o\;\ldots\;(\mathrm{XX.})$$

In unserem Falle ist laut (XVI^c)

$$a_{11}\,A+a_{12}\,B+a_{13}\,C+s_3\,B-s_2\,C=\alpha Bn+\alpha' Cm$$

$$a_{12}\,A+a_{22}\,B+a_{23}\,C+s_1\,C-s_3\,A=\beta Cl+\beta' An$$

$$a_{13}\,A+a_{23}\,B+a_{33}\,C+s_2\,A-s_1\,B=\gamma Am+\gamma' Bl,$$

daher $a_{11}=a_{22}=a_{33}=o$

$$a_{12}+s_3=\alpha n,\quad a_{13}-s_2=\alpha' m,\quad a_{12}-s_3=\beta' n,\quad a_{23}+s_1=\beta l$$

$$a_{13}+s_2=\gamma m,\quad a_{23}-s_1=\gamma' l,\ \text{oder:}$$

$$2a_{12}=(\alpha+\beta')n,\quad 2a_{13}=(\gamma+\alpha')m,\quad 2a_{23}=(\gamma'+\beta)l,$$

$$2s_1=(\beta-\gamma')l,\quad 2s_2=m(\gamma-\alpha'),\quad 2s_3=(\alpha-\beta')n$$

In (XX.) eingeführt ergiebt sich als nothwendige und ausreichende Bedingung zwischen den Constanten $\alpha+\beta'+\gamma+\alpha'+\gamma'+\beta=o$ oder bei Einführung der Grössen $abc\ a'b'c'$ aus (XVI^a).

$$a'+b'+c'=o$$

Unbeschadet der Allgemeinheit und in mehr symmetrischer Weise genügen wir dieser Bedingung durch:

$$a'=\mu-\nu,\quad b'=\nu-\lambda,\quad c'=\lambda-\mu,$$

wobei λ, μ, ν arbiträr sind.

Es ist dann:

$$U = a\xi + y_z(\mu - \nu) = (a - \lambda)\xi + \lambda\xi + y_z(\mu - \nu)$$

$$V = (b - \mu)\eta + \mu\eta + z_x(\nu - \lambda)$$

$$W = (c - \nu)\zeta + \nu\zeta + x_y(\lambda - \mu)$$

Daraus folgt unter Benützung von (XVI^b), wenn noch

$a_0 = a - \lambda, \quad b = b_0 - \mu, \quad c = c_0 - \nu$ gesetzt wird,

$$\text{XXII.} \quad \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial y}(c_0\zeta) - \frac{\partial}{\partial z}(b_0\eta) + Du \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial z}(a_0\xi) - \frac{\partial}{\partial x}(c_0\zeta) + Dv \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x}(b_0\eta) - \frac{\partial}{\partial y}(a_0\xi) + Dw. \end{aligned}$$

D ist ein quadratisches Operationssymbol:

$$D\varphi = (\mu + \nu - \lambda)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x} + (\nu + \lambda - \mu)\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + (\lambda + \mu - \nu)\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Die zur Bestimmung der Schwingungsrichtung ABC dienende Gleichung $F(A, B, C) = o$ oder hier

$a_{12}AB + a_{13}AC + a_{23}BC = o$ reduciert sich

auf:

$$AB(\alpha + \beta')n + AC(\gamma + \alpha')m + BC(\gamma' + \beta)l = o$$

Ist $A'B'C'$ die zweite senkrecht stehende Schwingungsrichtung so ist:

$$\frac{l}{B'C - BC'} = \frac{m}{C'A - CA'} = \frac{n}{A'B - AB'}$$

und nach Einführung des l, m, n, in die letzte Gleichung und unter Rücksichtnahme auf die Relationen

$$\alpha + \beta' = (a + a') + (b' - b) = a - b + \mu - \lambda = a_0 - b_0$$

und ähnlich

$$\beta + \gamma' = b_0 - c_0, \quad \gamma + \alpha' = c_0 - a_0$$

folgt dann die schliessliche, zur Bestimmung der Schwingungsrichtungen gleichfalls verwendbare Gleichung:

$$a_0 \mathrm{AA}' + b_0 \mathrm{BB}' + c_0 \mathrm{CC}' = o \quad \ldots . \text{(XXI.)}$$

Das Gleichungensystem XXII., welches zu einem durchsichtigen Medium mit drei zu einander senkrechten von der Farbe unabhängigen Symmetrieebenen gehört und in welchem sich in jeder Richtung zwei zu einander senkrecht polarisierte Wellen fortpflanzen können, enthält jetzt sechs Constanten a_0 b_0 c_0 λ, μ, ν entsprechend sechs verschiedenen Hauptlichtgeschwindigkeiten in den Richtungen der drei Symmetrieaxen. Die zu einem gegebenen l, m, n, gehörigen Schwingungsrichtungen hängen jedoch laut (XXI.) von den λ, μ, ν nicht ab, und sind dieselben, welche zu $\lambda = o$ $\mu = o$ $\nu = o$ gehören, was aber laut XXII. der gewöhnlichen Doppelbrechungstheorie (nach Neumann) entspricht. Dem Medium entsprechen daher im allgemeinsten Falle auch zwei optische Axen, für welche die Schwingungsrichtung unbestimmt wird.

Die Grössen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängen aber ausser von a_0, b_0, c_0 auch noch von λ, μ, ν ab. Das zugehörige Gesetz erhalten wir in einer mehr übersichtlichen Form, wenn wir aus (XXII.) die Gleichungen bilden, welche dem conjugierten Vector $\xi\eta\zeta$ angehören.

Man hat so:

$$\text{(XXIII.)} \quad \begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= a_0 \Delta\xi - \frac{\partial}{\partial x}\left(a_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) + \mathrm{D}\xi \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= b_0 \Delta\eta - \frac{\partial}{\partial y}\left(a_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) + \mathrm{D}\eta \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} &= c_0 \Delta\zeta - \frac{\partial}{\partial z}\left(a_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) + \mathrm{D}\zeta \end{aligned}$$

Setzt man hier

$$\xi = e^{\nu i\left(t - \frac{s}{\omega}\right)} \mathrm{A}', \quad \eta = e^{\nu i\left(t - \frac{s}{\omega}\right)} \mathrm{B}', \quad \zeta = e^{\nu i\left(t - \frac{s}{\omega}\right)} \mathrm{C}'$$

$$s = lx + my + nz,$$

so folgt:

$$\begin{aligned} \mathrm{A}'\Omega^2 &= a_0 \mathrm{A}' - l\mathrm{J} \\ \mathrm{B}'\Omega^2 &= b_0 \mathrm{B}' - m\mathrm{J} \\ \mathrm{C}'\Omega^2 &= c_0 \mathrm{C}' - n\mathrm{J} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \mathrm{J} &= l\mathrm{A}a_0 + m\mathrm{B}b_0 + n\mathrm{C}c_0 \\ \Omega^2 &= \omega^2 - (\lambda + \mu + \nu) + \\ &+ 2(\lambda l^2 + \mu m^2 + \nu n^2) = \omega^2 - \omega_0^2 \end{aligned}$$

oder

$$\frac{lJ}{\Omega^2 - a_0} = - A', \quad \frac{mJ}{\Omega^2 - b_0} = - B', \quad \frac{nJ}{\Omega^2 - c_0} = - C'$$

Multipliciert man mit A′, B′, C′ diese drei letzten Gleichungen und addiert, so folgt die der bekannten Fresnel'schen Gleichung ähnliche Relation

$$\frac{l^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - a_0} + \frac{m^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - b_0} + \frac{n^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - c_0} = o$$

Die Verteilung der stabilen Schwingungsrichtungen in diesem optischen Medium ist in Folge dessen genau dieselbe wie im Fresnel-Neumann'schen System, die Geschwindigkeitswerte sind aber andere. Es zeigt sich jedoch, dass die Differenz der Fortpflanzungsgeschwindigkeitsquadrate, die zu einer gegebenen Richtung l, m, n gehören, von λ μ ν wieder nicht abhängt. Man kann dies bei geringen Graden von Doppelbrechung auch von den Geschwindigkeitsdifferenzen selbst behaupten und hieraus folgt, weil letztere bei Versuchen im convergenten polarisierten Lichte das Mass der Phasendifferenz und daher auch die Lagen der Curven gleicher Phasendifferenzen bestimmen, dass aus diesen Versuchen allein die Nothwendigkeit der specielleren Fresnel'schen Theorie nicht erschlossen werden könnte. Die Entscheidung zu Gunsten der Fresnel-Neumann'schen Theorie folgt erst aus dem obenerwähnten Prismenexperimente.

Ein Specialfall ist von Interesse. Sind nähmlich zwei von den drei Symmetrieaxen gleichwertig, so fallen die stets existierenden optischen Axen in die dritte ungleiche Symmetrieaxe. Wir hätten dann einen einaxigen Krystall, jedoch ohne ordentlichen Stral, was der Erfahrung wiederspricht. Mit leichter Mühe findet man was übrigens dem schon Gesagten zu Folge selbstverständlich ist, dass in diesem Falle die Constanten λ μ ν wieder nur solche Werte haben können, welche entweder zu Fresnel's oder Neumann's Theorie führen.

III.

Ein optisches durchsichtiges Medium, in welchem sich nach jeder Richtung zwei zu einander senkrecht und linear polarisierte Wellen fortpflanzen können.

Wir lassen nun die Bedingung, dass es drei zu einander senkrechte, von der Farbe unabhängige Symmetriebenen giebt, fallen und berücksichtigen bloss die zweite Forderung, dass die einer gegebenen Fortpflanzungsrichtung entsprechenden stabilen linearen Schwingungen zu einander senkrecht stehen sollen. Die Theorie gilt also Krystallen des mono- und triclinischen Systems. Aus den späteren Erörterungen wird man ersehen, dass wenn das Medium durchsichtig bleiben und elliptische Polarisation nicht auftreten soll, in U, V, W Glieder wie u, v, w, ihre geradzaligen Zeitderivationen, sowie ungeradzalige Zeitderivationen der nach x, y, z (einmal) derivierten Grössen *nicht* vorkommen dürfen. Dasselbe gilt von den ungeradzaligen Zeitderivationen

$$\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \cdot \frac{\partial w}{\partial t}, \qquad \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} \cdot \cdot \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial t^3},$$

wenn neben der Linearität der Schwingungen noch die Bedingung gestellt wird, dass dieselben zwei einer Fortpflanzungsrichtung entsprechenden Geschwindigkeiten auch der entgegengesetzten Richtung zugeordnet sein sollen.

Es seien also U, V, W lineare Fuktionen der Differentialquotienten des u, v, w nach den Coordinaten, beziehungsweise jener Ausdrücke, die aus ihren durch geradzalige Derivationen nach der Zeit entstehen können. Es gelten dann die Vorausetzungen, welche den Entwickelungen von Gl. (XVII) bis (XX) zu Grunde liegen.

Aus Gl. (XX), welche die Bedingung des gegenseitigen Senkrechtstehens der zwei stabilen Schwingungsrichtungen ausdrückt, folgt, wenn $l = 1$, $m = 0$, $n = 0$ gesetzt wird, $a_{22} + a_{33} = 0$. Nun sind a_{22} und a_{33} lineare homogene Functionen von l, m, n; es müssen daher die Coefficienten von l in a_{22} und a_{33} entgegengesetztes Vorzeichen besitzen. Gleiches gilt von den Coefficienten des m in a_{33} und a_{11} und von den Coefficienten des n in a_{11} und a_{22}. Man darf daher setzen:

$$a_{11} = \alpha' l + bm - cn, \quad a_{22} = \beta' m + cn - dl, \quad a_{33} = \gamma' n + dl - bm.$$
(XXIV)

Man setze ferner $m = 0$, $l = \cos\varphi$, $n = \sin\varphi$.
Es folgt aus (XX):

$$a_{11} \sin^2\varphi + a_{22} + a_{33} \cos^2\varphi = 2a_{13} \sin\varphi \cos\varphi$$

oder

$$(\alpha' \cos\varphi - c \sin\varphi) \sin^2\varphi + c \sin\varphi - d \cos\varphi + \cos^2\varphi\, (\gamma' \sin\varphi + d \cos\varphi) = 2a_{13} \sin\varphi \cos\varphi$$

oder

$$2a_{13} = \alpha' \sin\varphi + \gamma' \cos\varphi + c \cos\varphi - d \sin\varphi.$$

Weil nun auch a_{13} eine lineare Function von $l\,m\,n$ ist, gilt

$$2a_{13} = (c + \gamma') \cos\varphi + (\alpha' - d) \sin\varphi,$$

daher weil $\cos\varphi$ an Stelle von l, und $\sin\varphi$ an Stelle von n steht, im allgemeineren Falle:

$$2a_{13} = gm + (c + \gamma') l + (\alpha' - d) n$$

und ähnlich;

$$2a_{12} = hn + (d + \alpha') m + (\beta' - b) l$$

$$2a_{23} = fl + (b + \beta') n + (\gamma' - c) m.$$

Die Grössen α', β', γ' b, c, d, f, g, h sind Constanten.

Führt man diese Werte des $a_{11} \ldots a_{23}$ in (XX) ein, kürzt und ordnet, so folgt als Bedingung des Senkrechtstehens der zwei Schwingungen:

$$f + g + h = 0 \qquad \ldots\ldots \text{(XXV)}$$

Führt man diese Werte auch noch in die Bestimmungsgleichung der Schwingungsrichtung F (A, B, C = 0, ein, so fallen die Constanten α' β' γ' weg, und es bleibt

$$\mathrm{F}(\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}) = 0 = \mathrm{A}^2 (bm - cn) + \mathrm{B}^2 (cn - dl) + \mathrm{C}^2 (dl - bn) + \mathrm{A}_1 \mathrm{A}_3 (cl - nd) + \mathrm{A}_1 \mathrm{A}_2 (md - lb)$$

$$+ A_2 A_3 (nb - cm) + \frac{A_1 A_3}{2} gm + \frac{A_1 A_2}{2} hn + \frac{A_2 A_3}{2} fl.$$

Die von α' β', γ' herstammenden Anteile des U_1, V_1, W_1 (Gl. XVII) sind vermöge der Relationen

$$U_1 = \frac{\partial F}{\partial A} + \ldots, \quad V_1 = \frac{\partial F}{\partial B} + \ldots, \quad W_1 = \frac{\partial F}{\partial C} + \ldots.$$

beispielsweise in U_1 gegeben durch:

$$\alpha' A l + B \frac{(\alpha' m + \beta' l)}{2} + C \frac{\beta' n + \gamma' m}{2} = \frac{l}{2} (\alpha' A + \beta' B + \gamma' C)$$

und durch

$$\frac{m}{2} (\alpha' A + \beta' B + \gamma' C),$$

respective $\frac{n}{2} (\alpha' A + \beta' B + \gamma' C)$ in V_1 und W_1. Weil nun die Grössen U_1 V_1 W_1 nur in Combinationen wie $mW_1 - nV_1$ (Gl. XVII) vorkommen, so fällt alles, was von α' β' γ' abhängt, überhaupt weg, so dass ohne Beschränkung der Allgemeinheit gesetzt werden darf:

$$a_{11} = bm - cn, \quad a_{22} = cn - dl, \quad a_{33} = dl - bm$$

$$2a_{12} = hn + dm - bl, \quad 2a_{23} = fl + bn - cm, \quad 2a_{31} = gm + cl - dn \qquad \text{(XXVI)}$$

Es folgt hieraus

$$a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0.$$

Sind die Grössen b c d f g h in *einem* Coordinatensystem gegeben, so findet man ihre Werte b' c' d' f' g' h' in einem anderen folgendermassen. Die von der Function F (A, B, C) herrührenden Anteile des U_1 V_1 W_1 nemlich $\frac{\partial F}{\partial A}$, $\frac{\partial F}{\partial B}$, $\frac{\partial F}{\partial C}$ führen, wenn U'_1, V'_1 W'_1 zum neuen Coordinatensysteme angehören, zu:

$$U'_1 = \frac{\partial F}{\partial A} p_1 + \frac{\partial F}{\partial B} p_2 + \frac{\partial F}{\partial C} p_3 = \frac{\partial F}{\partial A'}$$

Es ist also in F(A, B, C) statt A B C einzuführen

$$A = p_1 A' + q_1 B' + r_1 C' \ldots$$

und dies giebt schliesslich, wenn a'_{11}, a'_{22} etc. zum neuen Coordinatensystem gehören,

$$a'_{11} = a_{11}p_1^2 + a_{22}p_2^2 + a_{33}p_3^2 + 2a_{12}p_1p_2 + 2a_{13}p_1p_3 + 2a_{23}p_2p_3$$

$$a'_{22} = a_{11}q_1^2 + a_{22}q_2^2 + a_{33}q_3^2 + 2a_{12}q_1q_2 + 2a_{13}q_1q_3 + 2a_{23}q_2q_3$$

$$a'_{33} = a_{11}r_1^2 + a_{22}r_2^2 + a_{33}r_3^2 + 2a_{12}r_1r_2 + 2a_{13}r_1r_3 + 2a_{23}r_2r_3$$

$$a'_{12} = a_{11}p_1q_1 + a_{22}p_2q_2 + a_{33}p_3q_3 + a_{12}(p_1q_2 + q_1p_2) + a_{13}(p_1q_3 + p_3q_1) + a_{23}(p_2q_3 + p_3q_2)$$

$$a'_{23} = a_{11}q_1r_1 + a_{22}q_2r_2 + a_{33}q_3r_3 + a_{12}(q_1r_2 + q_2r_1) + a_{13}(q_1r_3 + q_3r_1) + a_{23}(q_2r_3 + q_3r_2)$$

$$a'_{13} = a_{11}p_1r_1 + a_{22}p_2r_2 + a_{33}p_3r_3 + a_{12}(p_1r_2 + p_2r_1) + a_{13}(p_1r_3 + p_3r_1) + a_{23}(p_2r_3 + p_3r_2)$$

In diesen Gleichungen setze man statt a_{11} a_{22} ... ihre durch (XXVI) angegebenen Werte ein, bringe beispielsweise a'_{11} auf die Form $m'b' - c'n'$, a'_{22} auf $c'n' - d'l'$, wobei l' m' n' die Richtungscosinuse im Systeme x' y' z' beduten. Es ist offenbar:

$$l = p_1 l' + q_1 m' + r_1 n'$$

$$m = p_2 l' + q_2 m' + r_2 n'$$

$$n = p_3 l' + q_3 m' + r_3 n'$$

Man findet so, wenn statt. f g h gesetzt wird: $f = b_0 - c_0$, $g = c_0 - a_0$, $h = a_0 - b_0$ wodurch die Bedingung $f + g + h = 0$ erfüllt ist:

$$\left.\begin{aligned} b' &= b(p_1r_3 + r_1p_3) + c(p_2r_1 + p_1r_2) + d(p_3r_2 + p_2r_3) \\ &\quad + a_0p_1r_1 + b_0p_2r_2 + c_0p_3r_3 \\ c' &= b(q_1p_3 + p_1q_3) + c(q_2p_1 + q_1p_2) + d(q_3p_2 + q_2p_3) \\ &\quad + a_0p_1q_1 + b_0p_2q_2 + c_0p_3q_3 \\ d' &= b(r_1q_3 + q_1r_3) + c(r_2q_1 + r_1q_2) + d(r_3q_2 + r_2q_3) \\ &\quad + a_0q_1r_1 + b_0q_2r_2 + c_0q_3r_3 \end{aligned}\right\} \quad \text{(XXVII)}$$

Weil sich ferner $2a'_{12}$ schreiben lässt in der Form:

$$2a'_{12} = h'n + d'm' - b'l',$$

so folgt in ähnlicher Weise

$$h' = 2b(p_1p_3 - q_1q_3) + 2c(p_1p_2 - q_1q_2) + 2d(p_2p_3 - q_2q_3)$$
$$+ fr_1(p_2q_3 + p_3q_2) + gr_2(p_1q_3 + p_3q_1) + hr_3(p_1q_2 + p_2q_1)$$

Setzt man wie oben $f = b_0 - c_0$, $g = c_0 - a_0$, $h = a_0 - b_0$, so ergiebt sich h' in der Form $a'_0 - b'_0$ und dabei ist:

$$a_0' = 2(bp_1p_3 + cp_1p_2 + dp_2p_3) + a_0p_1^2 + b_0p_2^2 + c_0p_3^2$$

$$b'_0 = 2(bq_1q_3 + cq_1q_2 + dq_2q_3) + a_0q_1^2 + b_0q_2^2 + c_0q_3^2 \qquad \text{und ähnlich}$$

$$c'_0 = 2(br_1r_3 + cr_1r_2 + dr_2r_3) + a_0r_1^2 + b_0r_2^2 + c_0r_3^2$$
(XXVIII)

Aus XXVII ist zu ersehen, dass es im Allgemeinen ein durch die Winkel φ, ψ, χ definiertes Coordinatensystem geben wird, für welches $b' = c' = d' = 0$. Doch muss vorher nachgewiesen werden, dass die Wurzeln φ, ψ, χ der Gleichung (XXVII) reel sind. Ist dies, so ist damit der Nachweis geliefert, dass für jede Farbe ein besonderes Hauptebenensystem existiert, mit Bezug auf welches die Differentialgleichungen eine ähnliche Form besitzen wie (XXII). (Die Abhängigkeit von der Farbe ist bedingt durch den Umstand, dass auch die Grössen b c d a b_0 c_0 von der Schwingungsdauer abhängen. Hiemit ist dann der allgemeinste Fall der Axendispersion gegeben).

Den Beweis der Realität der Wurzeln φ ψ χ der Gleichungen (XXVII) für $b' = c' = d' = 0$ basieren wir auf die Existenz eines Minimumwertes von $b'^2 + c'^2 + d'^2$, der sicher eintreten muss, wenn man vom gegebenen Coordinatensystem x y z mit den Constanten b c d a_0 b_0 c_0 zu anderen und anderen Systemen übergeht. Möglicherweise kann dieser kleinste Wert von $b'^2 + c'^2 + d'^2$ stationär bleiben für eine Reihe von Coordinatensystemen, die in einander continuirlich übergehen. Diesen Fall schliessen wir nicht aus.

Wir beweisen zuvor folgende zwei Sätze (α) und (β)

α) Sind in einem Coordinatensysteme x' y' z' alle drei Grössen b', c', d' von Null verschieden, oder nur eine Null, so lässt sich

immer ein zweites Coordinatensystem $x'' \; y'' \; z''$ angegeben, für welches $b''^2 + c''^2 + d''^2$ einen kleineren Wert besitzt, als es im ersten besessen hat.

Tritt der Fall ein, dass eine von den Grössen $b' \; c' \; d'$ Null ist, so kann man unbeschadet der Allgemeinheit annehmen, es sei dies b' oder d'. In diesem Falle kommen wir durch Drehung um die z' Axe zu einem Coordinatensystem $x'' \; y'' \; z''$, dessen Richtungscosinuse (gegenüber $x' \; y' \; z'$) sich durch den Drehungswinkel φ ausdrücken lassen.

Es ist

$$p_1 = q_2 = \cos\varphi, \quad p_2 = -q_1 = \sin\varphi, \quad r_1 = r_2 = p_3 = q_3 = 0,$$

$$r_3 = 1.$$

Laut (XXVII) ist dann

$$\begin{aligned} b'' &= b' \cos\varphi + d' \sin\varphi \\ c'' &= c' \cos 2\varphi + (b'_0 - a'_0) \sin\varphi \cos\varphi \qquad \ldots\ldots (\text{XXIX,}) \\ d'' &= -b' \sin\varphi + d' \cos\varphi \end{aligned}$$

Daher

$$b''^2 + c''^2 + d''^2 + b'^2 + d'^2 + (c' \cos 2\varphi + (b'_0 - a'_0) \sin\varphi \cos\varphi)^2$$

Weil nun der Winkel φ stets entsprechend der Bedingung:

$$c' \cos 2\varphi + (b'_0 - a'_0) \sin\varphi \cos\varphi = 0$$

gewält werden kann, so existiert ein Coordinatensystem, für welches die Summe der drei Quadrate kleiner wird als sie früher war ($b'^2 + d'^2$ gegenüber $b'^2 + c'^2 + d'^1$). Der Satz gilt offenbar noch, wenn b' oder d' Null ist.

β) Wenn es also ein Coordinatensystem mit einem Minimumwert von $b'^2 + c'^2 + d'^2$ giebt, so kann von den drei Grössen $b' \; c' \; d'$ nur eine von Null verschieden, widrigenfalls sich ein neues Coordinatensystem angeben liesse, in welchem die Summe der drei Quadrate entgegen der Voraussetzung des Minimums noch kleiner wird

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir annehmen, es sei dann c' von Null verschieden und $b' = d' = 0$. Dann aber

lässt sich durch Drehung um die z' Axe am neues Coordinatensystem x'' y'' z'' angeben, in welchem b'' d'' und auch c'' gleich Null wird.

Es folgt dies unmittelbar aus (XXIX), wenn hier $b' = d' = 0$ und $c' \cos 2\varphi + (b'_0 - a'_0) \sin \varphi \cos \varphi = 0$ gesetzt wird. Wenn also für ein besonderes reales Coordinatensystem ein Minimumwert des des $b'^2 + c'^2 + d'^2$ eintritt, und dies nehmen wir als Basis des zu erbringenden Hauptbeweises an, so kann es nur so geschehen dass gleichzeitig $b' = c' = d' = 0$ wird, und daraus folgt, dass die Gl. (XXVII) für $b' = c' = d' = 0$ reelle Wurzelwerte von φ ψ χ besitzen müssen.

Es entsteht nun die Frage, ob solcher Minimumcoordinatensysteme nicht mehrere sind.

Eines derselben sei x, y, z und in ihm $b = c = d = 0$; ein anderes x' y' z', gleichfalls der Bedingung $b' = c' = d' = 0$ genügend, besitze gegenüber dem ersten die durch das Schema (VIIa) gegebenen Richtungscosinuse.

Es folgt aus (XXVII):

$$b' = 0 = a_0 p_1 r_1 + b_0 p_2 r_2 + c_0 p_3 r_3 = (a_0 - c_0) p_1 r_1 + (b_0 - c_0) p_2 r_2$$

$$c' = 0 = a_0 p_1 q_1 + b_0 p_2 q_2 + c_0 p_3 q_3 = (a_0 - c_0) p_1 q_1 + (b_0 - c_0) p_2 q_2$$

$$d' = 0 = a_0 q_1 r_1 + b_0 q_2 r_2 + c_0 q_3 r_3 = (a_0 - c_0) q_1 r_1 + (b_0 - c_0) q_2 r_2 \qquad \ldots\ldots (XXX)$$

Durch Determinantenbildung folgt aus (XXX,):

$$\begin{aligned} p_1 p_2 p_3 &= 0 \\ q_1 q_2 q_3 &= 0 \\ r_1 r_2 r_3 &= 0 \end{aligned} \qquad \ldots\ldots (XXXa)$$

Gleichzeitig ist

$$p_1 p_2 + q_1 q_2 + r_1 r_2 = 0 \qquad (1)$$

$$p_2 p_3 + q_2 q_3 + r_2 r_3 = 0 \qquad (2)$$

$$p_1 p_3 + q_1 q_3 + r_1 r_3 = 0 \qquad (3)$$

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 = 0 \qquad (4)$$

$$p_1 r_1 + p_2 r_2 + p_3 r_3 = 0 \qquad (5)$$

$$q_1 r_1 + q_2 r_2 + q_3 r_3 = 0 \qquad (6)$$

Gemäss (XXXa) hat ein p, ein q und ein r Null zu sein, doch dürfen alle drei Indices nicht gleich sein.

Beispielsweise ist $p_1 = 0$ $q_1 = 0$, daher $r_1 = \pm 1$, laut (1) $r_2 = 0$. daher auch $r_3 = 0$. Aus (4) folgt

$$p_2 q_2 + p_3 q_3 = 0$$

Aus (XXX.) ergiebt sich

$$b_0 p_2 q_2 + c_0 p_3 q_3 = 0,$$

daher

$$p_2 q_2 = 0 \quad \text{und} \quad p_3 q_3 = 0.$$

Es wird dann entweder $p_2 = 0$, dann, weil $p_3 = \pm 1$ ist, $q_3 = 0$ und $q_2 = \pm 1$ oder $q_2 = 0$ daher $q_3 = \pm 1$ und $p_3 = 0$, daher $p_2 = \pm 1$.

Man hat also zwei Coordinatensysteme:

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} p_1 = 0, q_1 = 0, r_1 = \pm 1 \\ p_2 = 0, q_2 = \pm 1, r_2 = 0 \\ p_3 = \pm 1, q_3 = 0, r_3 = 0 \end{cases} \text{oder} \quad \text{(II)} \quad \begin{cases} p_1 = 0, q_1 = 0, r_1 = \pm 1 \\ p_2 = \pm 1, q_2 = 0, r_2 = 0 \\ p_3 = 0, q_3 = \pm 1, r_3 = 0 \end{cases}$$

Im Systeme I fällt die x' Axe in die $\pm z$ Axe, die y' Axe in die $\pm y$ Axe, und die z' Axe in die $\pm x$ Axe. In Systeme II ist es ähnlich. Man sieht hieraus, dass es sich thatsächlich immer nur um ein einziges System von drei zu einander senkrechten Ebenen handeln wird, in dem sich nur die Bezeichnung der Coordinatenaxen, nicht aber die Lage derselben ändert.

Die diesem Hauptcoordinatensystem entsprechenden Differentialgleichungen lassensich folgendermassen aufstellen. Wegen $b = 0$ $c = 0$ $d = 0$ ist laut Gl. (XXVI).

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0, \quad 2a_{12} = hn, \quad 2a_{23} = fl, \quad 2a_{13} = gm$$

$$2F = a_{11}A^2 + a_{22}B^2 + 2a_{12}AB \ldots, \text{ und } f + g + h = 0.$$

Die Grössen s_1 s_2 s_3 sind lineare homogene Functionen von l, m, n, daher in der Form darstellbar:

$$s_1 = \frac{\partial \psi}{\partial l} + \sigma_3 m - \sigma_2 n, \quad s_2 = \frac{\partial \psi}{\partial m} + \sigma_2 n - \sigma_3 l,$$

$$s_3 = \frac{\partial\psi}{\partial n} + \sigma_2 l - \sigma_1 m.$$

Hieraus folgt

$$\omega_0^2 = s_1 l + s_2 m + s_3 n = l\frac{\partial\psi}{\partial l} + m\frac{\partial\psi}{\partial m} + n\frac{\partial\psi}{\partial n}.$$

Die Function $\psi(l, m, n)$ ist nach l, m, n homogenquadratisch. Die Gleichungen (XVIII.) transformieren sich in Folge dessen in:

$$\mathrm{A}(\omega^2 - \omega_0^2) = m(a_{13}\mathrm{A} + a_{23}\mathrm{B}) - n(a_{12}\mathrm{A} + a_{23}\mathrm{C}) = \frac{\mathrm{A}}{2}(gm^2 - hn^2)$$

$$+ \frac{\mathrm{B}}{2} flm - \frac{\mathrm{C}}{2} fln$$

$$\mathrm{B}(\omega^2 - \omega_0^2) = n(a_{12}\mathrm{B} + a_{13}\mathrm{C}) - l(a_{13}\mathrm{A} + a_{23}\mathrm{B}) = \frac{\mathrm{B}}{2}(hn^2 - fl^2)$$

$$+ \frac{\mathrm{C}}{2} gmn - \frac{\mathrm{A}}{2} gml$$

$$\mathrm{C}(\omega^2 - \omega_0^2) = l(a_{12}\mathrm{A} + a_{23}\mathrm{C}) - m(a_{12}\mathrm{B} + a_{13}\mathrm{C}) = \frac{\mathrm{C}}{2}(fl^2 - gm^2)$$

$$+ \frac{\mathrm{A}}{2} hnl - \frac{\mathrm{B}}{2} hnm$$

Dabei ist

$$\omega_0^2 = l\frac{\partial\psi}{\partial l} + m\frac{\partial\psi}{\partial m} + n\frac{\partial\psi}{\partial n} = \beta_{11}l^2 + \beta_{22}m^2 + \beta_{33}n^2 + 2\beta_{12}lm$$

$$+ 2\beta_{13}ln + 2\beta_{23}mn$$

Die zugehörigen Differentialgleichungen sind offenbar:

$$2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 2\left(\beta_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta_{22}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta_{33}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\beta_{12}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + 2\beta_{13}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}\right.$$

$$\left. + 2\beta_{23}\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}\right)$$

$$+ \left(g\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - h\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + f\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} - f\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z} \text{ etc. etc.}$$

Der Bedingung $f + g + h = 0$ genügten wir in der allgemeinsten Weise durch

$$f = b_0 - c_0, \quad g = c_0 - a_0, \quad h = a_0 - b_0.$$

Die Coefficienten $\beta_{11} \ldots$ sind vollkommen arbiträr. Wir dürfen daher, wenn λ, μ, ν drei von einander unabhängige Constante bedeuten, schreiben:

$$2\beta_{11} = b_0 + c_0 + 2\lambda$$

$$2\beta_{22} = c_0 + a_0 + 2\mu$$

$$2\beta_{33} = a_0 + b_0 + 2\nu$$

Die erste Diffgl. reduciert sich dann auf:

$$2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 2\left(\lambda\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\beta_{12}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2\beta_{13}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}\right.$$

$$\left. + 2\beta_{23}\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}\right)$$

$$+ (b_0 + c_0)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (c_0 + a_0)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (a_0 + b_0)\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$+ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(c_0 - a_0) + (b_0 - c_0)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right) + (b_0 - a_0)\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Die von a_0, b_0, c_0 abhängigen Terme lassen sich weiter reducieren auf

$$c_0\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) - b_0\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) + b_0\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x}\right) + b_0\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$+ c_0\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x}\right) + c_0\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

Mit Rücksicht auf

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

ergiebt sich hiefür:

$$2c_0 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) - 2b_0 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Die drei Differenzialgleichungen haben daher, wenn das Operationssymbol

$$\lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2\beta_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + 2\beta_{13} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + 2\beta_{23} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z}$$

kürzehalber mit D bezeichnet wird, die Form

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \mathrm{D}u + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial y} - b_0 \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \mathrm{D}v + a_0 \frac{\partial \xi}{\partial z} - c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \ldots . \text{(XXXII)} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \mathrm{D}w + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} - c_0 \frac{\partial \xi}{\partial y} \end{aligned}$$

Für den conjugierten Vector ξ, η, ζ gewinnt man durch Derivationen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= \mathrm{D}\xi + a_0 \Delta\xi - \frac{\partial}{\partial x}\left(a_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} &= \mathrm{D}\eta + b_0 \Delta\eta - \frac{\partial}{\partial y}\left(a_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} &= \mathrm{D}\zeta + c_0 \Delta\zeta - \frac{\partial}{\partial z}\left(a_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_0 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_0 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right] \end{aligned}$$

Die Formeln (XXII) resp. (XXIII.) sind bloss ein specieller Fall dieser Gleichungen

Wir benützen die Integrale

$$\xi = \mathrm{A}' e^{\frac{\nu i(t - lx + my + nz)}{\omega}} \qquad \eta = \mathrm{B}' e^{\frac{\nu i(t - lx + my + nz)}{\omega}}$$

$$\zeta = \mathrm{C}' e^{\frac{\nu i(t - lx + my + nz)}{\omega}}$$

und finden:

$$\begin{aligned} \mathrm{A}'(\omega^2 - \omega_0^2 - a_0) &= -l\mathrm{J} \\ \mathrm{B}'(\omega^2 - \omega_0^2 - b_0) &= -m\mathrm{J} \\ \mathrm{C}'(\omega^2 - \omega_0^2 - c_0) &= -n\mathrm{J} \end{aligned}$$

$$\omega_0^2 = \lambda l^2 + \mu m^2 + \nu n^2 + 2\beta_{12} lm + 2\beta_{13} ln + 2\beta_{23} mn$$

$$J = a_0 A'l + b_0 B'm + c_0 C'n$$

und daraus

$$\frac{l^2}{(\omega^2 - \omega_0^2) - a_0} + \frac{m^2}{(\omega^2 - \omega_0^2) - b_0} + \frac{n^2}{(\omega^2 - \omega_0^2) - c_0} = 0$$

Die Nullsetzung der im Operationszeichen D vorkommenden Coefficienten führt bezüglich des einen Vectors u, v, w zu Neumann, bezüglich des anderen ξ η ζ zu Fesnels Formeln. Die Bestimmung der conjugierten Schwingungsrichtung A′ B′ C′ aus (XXXIV) erfolgt nemlich dadurch, dass ω^2, daher gleichzeitig auch $\omega^2 - \omega_0^2$ eliminirt wird, wodurch das Resultat von den im Operationssymbol D vorkommenden Constanten unabhängig wird.

Fassen wir die gewonnenen Resultate nochmals übersichtlich zusammen, so finden wir Folgendes. Sollen sich in einem durchsichtigen Medium nach jeder Richtung zwei linear und senkrecht zu einander polarisierte transversale Wellen fortpflanzen können und bezüglich der numerischen Grösse der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten die direkte und entgegengesetzte Richtung gleichwertig sein, so muss die Verteilung der Schwingungsrichtungen auf die einzelnen Fortpflanzungsrichtungen die Gesetze von Fresnel Neumann befolgen. Den drei Symmetrieebenen der letzteren entsprechen stets drei zu einander senkrechte Hauptebenen, in deren einer die beiden optischen Axen gelegen sind. Ihre Lage hängt von der Farbe ab. Die absoluten Werte der zu einer gegebenen Richtung gehörigen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ω_1 ω_2 befolgen die Relation (XXXV), aus welcher zu ersehen ist, dass die Differenz zweier zusammengehöriger ω^2 von den willkürlich bleibenden Coefficienten des Symbols D unabhängig ist. Bei geringen Graden von Doppelbrechung gilt dies wieder von der Differenz der ω selbst, so dass auch diese allgemeinere Theorie zur gebräuchlichen Erklärung der Erscheinungen im convergenten polarisierten Lichte führen muss. Die drei Hauptebenen, von denen eine die optischen Axen aufnimmt, während die zwei anderen die Winkel zwischen denselben halbieren, sind aber nicht mehr Symmetrieebenen, weil im Symbole D die Coefficienten

von $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$ etc. nicht verschwinden. Eben deshalb entfällt in dieser allgemeineren Theorie der Zwang, in Krystallen des mono- und triclinischen Systems, welchen in krystallografischer Beziehung drei zu einander senkrechte Symmetrieebenen mangeln, derartige Symmetrieebenen, wenn auch mit von der Farbe abhängiger Lage, in optischer Beziehung annehmen zu müssen. Genauere Versuche an derartigen Krystallen wären hier am Platze, welche entscheiden könnten, ob Fresnel-Neumann's Theorie auch in diesen Fällen richtig ist. Die Gleichungen (XXXII) kann man ohne Mühe auf ein beliebiges Coordinatensystem transformieren. Es ergiebt sich

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \mathrm{D}u + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}\right) \\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \mathrm{D}v + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \zeta}\right) \qquad \mathrm{XXXV^a} \\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \mathrm{D}w + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}\right)
\end{aligned}$$

F ist eine quadratische homogene Form von $\xi\ \eta\ \zeta$, D ein anderes quadratisches Operationssymbol.

Zu den Resultaten dieses Abschnittes kann man noch in anderer Weise gelangen, indem man die Differentialgleichungen nicht in Vorhinein auf das der betreffenden Farbe entsprechende Hauptcoordinatensystem bezieht, somit die Grössen b, c, d von Null verschieden annimmt.

Es ist dann laut (XVIII.)

$$\mathrm{A}(\omega^2 - \omega_0^2) = m(a_{13}\mathrm{A} + a_{23}\mathrm{B} + a_{33}\mathrm{C}) - n(a_{12}\mathrm{A} + a_{22}\mathrm{B} + a_{23}\mathrm{C}) =$$

$$= m\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{C}} - n\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{B}}$$

$$\mathrm{B}(\omega^2 - \omega_0^2) = n(a_{11}\mathrm{A} + a_{12}\mathrm{B} + a_{13}\mathrm{C}) - l(a_{13}\mathrm{A} + a_{23}\mathrm{B} + a_{33}\mathrm{C}) =$$

$$= n\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{A}} - l\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{C}}$$

$$\mathrm{C}(\omega^2 - \omega_0^2) = l(a_{12}\mathrm{A} + a_{22}\mathrm{B} + a_{23}\mathrm{C}) - m(a_{11}\mathrm{A} + a_{12}\mathrm{B} + a_{13}\mathrm{C}) =$$

$$= l \frac{\partial F}{\partial B} - m \frac{\partial F}{\partial A}$$

XXXVI.

Dabei ist:

$$a_{11} = bm - cn, \quad a_{22} = cn - dl, \quad a_{33} = dl - bm,$$

$$2a_{12} = md - bl + hn, \quad 2a_{13} = cl - dn + gm, \quad 2a_{23} = bn - cm + fl.$$

Die von b, c, d herstammenden Anteile des

$$\frac{\partial F}{\partial A}, \frac{\partial F}{\partial B}, \frac{\partial F}{\partial C}$$

lassen sich folgendermassen darstellen. Es ist:

$$\frac{2\partial F}{\partial A} =$$

$$2\,(bm - cn)\,A + (md - bl)\,B + (cl - dn)\,C + \ldots$$

$$= b\,(mA - lB) + c\,(lC - nA) + m\,(bA + aB) - n\,(cA + dC) + \ldots$$

$$\frac{2\partial F}{\partial B} =$$

$$= c\,(nB - mC) + d\,(mA - lB) + n\,(cB + bC) - l\,(dB + bA) + \ldots$$

$$\frac{2\partial F}{\partial C} =$$

$$= d\,(lC - nA) + b\,(nB - mC) + l\,(dC + cA) - m\,(bC + cB) + \ldots$$

Die Differenzialgleichungen, aus welchen die obigen Substitutionsgleichungen (XXXVI) entstehen, sind daher:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = Du + \frac{\partial}{\partial y}\,(c_0 \zeta) - \frac{\partial}{\partial z}\,(b_0 \eta) + \tfrac{1}{2}\,\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\left(d\eta + b\xi + \frac{\partial}{\partial x}\,(dw + cu) - \frac{\partial}{\partial y}\,(bw + cv)\right) -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial z}\left(c\xi + d\zeta + \frac{\partial}{\partial z}(cv + bw) - \frac{\partial}{\partial x}(dv + bu)\right)$$

wobei D das schon in (XXXII.) benützte Operationssymbol bedeutet.

Setzt man

$$2\Omega(\xi, \eta, \zeta) = a_0\xi^2 + b_0\eta^2 + c_0\zeta^2 + b\zeta\xi + c\xi\eta + d\zeta\eta$$

ferner

$$2\Theta(u, v, w) = -(bwu + cvu + dvw)$$

so lauten die 3. Gl. folgendermassen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mathrm{D}(u) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\eta}\right) - \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial w}\right)\right] + \varDelta\frac{\partial\Theta}{\partial u}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \mathrm{D}(v) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial w}\right)\right] + \varDelta\frac{\partial\Theta}{\partial v}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \mathrm{D}(w) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\xi}\right) - \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial w}\right)\right] + \varDelta\frac{\partial\Theta}{\partial w}$$

(XXXVI[a].)

Diese Gleichungen lassen sich noch weiter transformieren. Es sei ganz allgemein

$$2\Theta_0 = a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33}w^2 + 2a_{12}uv + 2a_{13}uw + 2a_{23}vw.$$

Es ist dann

$$\mathrm{I} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Theta_0}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Theta_0}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Theta_0}{\partial w}\right) =$$

$$= a_{11}\frac{\partial u}{\partial x} + a_{22}\frac{\partial v}{\partial y} + a_{33}\frac{\partial w}{\partial z} + a_{12}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + a_{13}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) +$$

$$+ a_{23}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(- a_{12}\zeta + 2a_{12}\frac{\partial u}{\partial y} + a_{13}\eta + 2a_{13}\frac{\partial u}{\partial z} + a_{23}\xi + 2a_{23}\frac{\partial w}{\partial y}\right) +$$

$$+ (a_{22} - a_{11})\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \zeta\right) + (a_{33} - a_{11})\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

ferner

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y}$$

Daher:

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x} = a_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a_{22}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a_{33}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2a_{12}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2a_{13}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} +$$

$$+ 2a_{23}\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} + \left(a_{13}\frac{\partial \eta}{\partial x} + a_{23}\frac{\partial \eta}{\partial y} + a_{33}\frac{\partial \eta}{\partial z}\right) -$$

$$- \left(a_{12}\frac{\partial \zeta}{\partial x} + a_{22}\frac{\partial \zeta}{\partial y} + a_{23}\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)$$

Mit Rücksicht auf die leicht herleitbaren Relationen

$$\Delta u = \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial z}, \quad \Delta v = \frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \Delta w = \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y}$$

folgt sofort:

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x} - \Delta\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial u}\right) = [\mathrm{D}_1 - (a_{12} + a_{22} + a_{33})\Delta]\, u + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial \eta}\right)$$

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial y} - \Delta\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial v}\right) = [\mathrm{D}_1 - (a_{11} + a_{22} + a_{33})\Delta]\, v + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial \zeta}\right)$$

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial z} - \Delta\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial w}\right) = [\mathrm{D}_1 - (a_{11} + a_{22} + a_{33})\Delta]\, w + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta_0}{\partial \xi}\right)$$

(XXXVII.)

$$2\Theta_0(\xi,\eta,\zeta) = a_{11}\xi^2 + a_{22}\eta^2 + a_{33}\zeta^2 + 2a_{12}\xi\eta + 2a_{13}\xi\zeta + 2a_{23}\zeta\eta$$

$$D_1\varphi = \left(a_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{22}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{33}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2a_{12}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} + 2a_{13}\frac{\partial^2}{\partial x\partial z} + 2a_{23}\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\right)\varphi$$

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}.$$

Man sieht, dass sich unter Zuhilfenahme dieser Sätze die Differentialgleichungen, wie oben XXXV^a in der Form schreiben lassen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = D(u) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) \;\ldots$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = D(v) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = D(w) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)$$

Dabei ist (D) ein quadratisches Operationssymbol und F (ξ, η, ζ) eine homogene quadratische Function von ξ, η, ζ.

Das obige Hauptcoordinatensystem ist dann offenbar jenes, für welches sich die Function F (ξ, η, ζ) in der Form darstellt

$$2F = a_0\xi^2 + b_0\eta^2 + c_0\zeta^2.$$

Man kann aber auch unter Zuhilfenahme desselben Satzes XXXVII. schreiben:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = D_1(u) - \frac{\partial I}{\partial x} + \Delta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u}\right)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = D_1(v) - \frac{\partial I}{\partial y} + \Delta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u}\right) \quad \ldots\ldots \quad (\text{XXXVIII.})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = D_1(w) - \frac{\partial I}{\partial z} + \Delta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial w}\right)$$

Dabei ist Ω wieder eine homogene quadratische Function von $u, v, w,$

$$\mathrm{I} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial w}\right)$$

und D_1 wieder ein quadratisches Operationssymbol.

Diese Bemerkung ist von Wichtigkeit, weil es sonst schiene, als sei das in (37), XXXII, XXIII. neben dem quadratischen Operationssymbol D stehende Glied, welches in den Neumann'schen Formeln vorkommt, das bevorzugtere, während (XXXVIII.) zeigt, dass neben D ebensogut das Fresnelsche Operationssymbol stehen kann.

Noch in dritter Form, welche dasselbe zeigt, lassen sich die Differentialgleichungen schreiben.

Setzt man in (XXXVII.) statt Δu den Wert $\frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial z}$ so folgt

$$D_1 u = \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x} - \Delta \frac{\partial \Theta_0}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta_1}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta_1}{\partial \eta}\right) \text{etc.} \ldots \quad (\mathrm{XXXVII^b})$$

Dabei ist:

$$2\Theta_0(u, v, w) = a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33}w^2 + 2a_{12}uv + 2a_{13}uw + 2a_{23}vw$$

$$\Theta_1(\xi, \eta, \zeta) = \Theta_0(\xi, \eta, \zeta) - (a_{11} + a_{22} + a_{33})(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)$$

$$D = a_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{22}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \ldots 2a_{23}\frac{\partial^2}{\partial y \partial z}$$

In Folge dessen kann für (XXXVIII.) oder (37) auch gesetzt werden:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) + \Delta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u}\right) - \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x} \\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) + \Delta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial v}\right) - \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial y} \\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) + \Delta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial w}\right) - \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial z}
\end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{XXXVIII^a.})$$

Die Formeln (XXXVII.), (XXXVIII.), (XXXVIII^a.) sind also gleichwertig und können durch eine ersetzt werden, welche etwa aus XXXVIII^a entsteht, indem man rechter Hand in den drei Gleichungen (XXXVIII^a) Du, Dv, Dw hiezu fügt, wobei dann nach Belieben entweder dass Zeichen F, oder D oder Ω weggelassen werden kann.

IV. Die Differenzialgleichungen für ein aktives krystallinisches und durchsichtiges Medium.

Wir gehen neuerdings von den Gleichungen (VII) aus, in denen wir die ungeradzaligen Differentiationen nach der Zeit insgesammt unterdrücken. Durch passende Vereinigung der geradzaligen bekommen wir mit Rücksicht darauf, dass es sich stets um periodische Vorgänge handelt, drei Gleichungen von der Form:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}$$

Die UVW sollen enthalten die Differenzialquotienten der $u\ v\ w$ nach xyz und zwar jene Glieder, welche zur Erklärung der Doppelbrechung ausreichen. Nebst dem sollen in U V W nur noch lineare Functionen von $u\ v\ w$ vorkommen.

Die x Axe verlegen wir in die Fortpflanzungsrichtung. Es ist dann offenbar von den drei letzt aufgeschriebenen Gleichungen die erste identisch erfüllt, weil $U = 0$ ist und von y und z nichts abhängen kann.

Die anderen zwei geben:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial W}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial V}{\partial x}$$

Nehmen wir zuerst an, es handle sich um reine Doppelbrechung, so dass in U, V, W die von u, v, w herstammenden Glieder nicht vorkommen. Es ist dann

$$V = \alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial x}, \quad W = \gamma \frac{\partial v}{\partial x} + \delta \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\gamma \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

Linear polarisierte und auf einander senkrecht stehende Schwingungen genügen als Integrale. Wir setzen also

$$v = \cos\varphi \sin\nu \left(t - \frac{x}{\omega}\right), \quad w = \sin\varphi \sin\nu \left(t - \frac{x}{\omega}\right)$$

Die Differentialgleichungen geben

$$(\omega^2 + \gamma) \cos\varphi = -\delta \sin\varphi$$

$$(\omega^2 - \beta) \sin\varphi = \alpha \cos\varphi$$

Die Elimination von ω^2 ergiebt zur Bestimmung der Schwingungsrichtung die Gleichung:

$$tg^2\varphi + \frac{\gamma + \beta}{\delta}\, tg\varphi + \frac{\alpha}{\delta} = o$$

Weil nun sowol φ als auch $\varphi + \frac{\pi}{2}$ dieser Gleichung genügen muss, wenn die Schwingungen auf einander senkrecht stehen sollen, so ist zu setzen $\alpha = -\delta$.

Es wird dann:

$$V = \alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial x}, \quad W = \gamma \frac{\partial v}{\partial x} - \alpha \frac{\partial w}{\partial x} \; .... \; (39).$$

Man sieht auch, dass, wenn δ oder $\alpha = o$ wird, das bis jetzt beliebig gewählte System der Axen yz in die zwei stabilen Schwingungsrichtungen hineinfallen muss, welche der x Axe als Fortpflanzungsrichtung zugeordnet sind.

Die Ergänzungsglieder des U, V, W lassen sich in einem beliebigen Coordinatensystem darstellen in der Form

$$U = \;.....\; \frac{\partial\Omega}{\partial u} + s_3 v - s_2 w$$

$$V = \;.....\; \frac{\partial\Omega}{\partial v} + s_1 w - s_3 u$$

$$W = \;.....\; \frac{\partial\Omega}{\partial w} + s_2 u - s_1 v$$

$$2\Omega = a_{11} u^2 + a_{22} v^2 + a_{33} w^2 + 2a_{13} uv + 2a_{12} uw + 2a_{23} vw$$

Diese Form ist in jedem Coordinatensystem invariant.

Im Systeme x' y' z' ist beispielsweise der von der Function Ω herrührende Anteil des U′ gegeben durch $\frac{\partial \Omega}{\partial u} p_1 + \frac{\partial \Omega}{\partial v} p_2 + \frac{\partial \Omega}{\partial w} p_3$ oder durch $\frac{\partial \Omega}{\partial u'}$; in V′ bzw. W′ durch $\frac{\partial \Omega}{\partial v'}$ bzw. durch $\frac{\partial \Omega}{\partial w'}$

Man hat also in Ω für u, v, w einzuführen $u = u'p_1 + v'q_1 + + w'r_1 \ldots . \; v = u'p_2 + v'q_2 + w'r_2, \quad w = u'p_3 + v'q_3 + w'r_3$.

Der dissymetrische Anteil des U, V, W, nemlich $s_3 v - s_2 w$ etc. transformirt sich zu einem anderen Coordinatensystem folgendermassen. Es seien s_1, s_2, s_3, Projectionen eines Vectors S mit den cosinusen λ, μ, ν, daher $s_1 = S\lambda$, $s_2 = S\mu$, $s_3 = S\nu$.

Die dissymetrischen Anteile $S(\nu v - w\mu)$, $S(\lambda w - u\nu)$, $S(\mu u - - v\lambda)$ sind Projectionen eines auf dem Vector S und dem Vector $u\, v\, w$ (R) gleichzeitig senkrechten Vectors (S. R. sin SR), woraus unmittelbar folgt, dass die dissymetrischen Anteile des U′ V′ W′ in einem beliebigen Coordinatensystem x' y' z' darstellbar sind durch:

$$s_3'v' - s_2'w', \quad s_1'w' - s_3'u', \quad s_2'v' - s_1'v'.$$

s_1' s_2' s_3' selbst sind Projectionen desselben Vectors S auf die drei neuen Axen x' y' z'.

Gleichzeitig folgt hieraus, dass wenn im Allgemeinen eines der s Null ist, alle drei s Null sein müssen.

Wir verlegen nun die x Axe in die Fortpflanzungsrichtung, die y und z Axen in die Bahnaxen der als allgemeinste Möglichkeit vorausgesetzten elliptisch polarisierten ebenen Welle.

Es ist dann

$$u = o, \quad v = b \cos \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right), \quad w = c \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right)$$

$$V = a_{22} v + a_{23} w + s_1 w + \alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$W = a_{23} v + a_{33} w - s_1 v + \gamma \frac{\partial v}{\partial x} - \alpha \frac{\partial w}{\partial x}$$

Die zu erfüllenden Differentialgleichungen sind:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = - \frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma \frac{\partial v}{\partial x} - \alpha \frac{\partial w}{\partial x} + a_{23} v + a_{33} w + s_1 v\right)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial x} + a_{22} v + a_{23} w + s_1 w\right)$$

Sollen die vordem aufgeschriebenen Werte des v, w als Integrale genügen, so müssen rechter Hand die Glieder fortfallen, welche mit der linken Seite in Widerspruch wären; daher:

$$\begin{aligned} \alpha \,.\, \frac{2\pi}{\tau\omega} c + (a_{23} - s_1) b = o \\ \alpha \,.\, \frac{2\pi}{\tau\omega} b + (a_{23} + s_1) c = o \end{aligned} \qquad \text{(XXXIX.)}$$

Daraus folgt:

$$\alpha^2 . \frac{4\pi^2}{\tau^2\omega^2} = a_{23}^2 - s_1^2 \; \ldots \; \text{(XL.)}$$

Die in den Differenzialgleichungen übrig bleibenden Glieder:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma \frac{\partial v}{\partial x} + a_{33} w\right) \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\beta \frac{\partial w}{\partial x} + a_{22} v\right) \end{aligned} \qquad (\text{XL}^a)$$

ergeben, wenn die Werte des v, w eingesetzt werden, nach Eliminierung von b, c eine Gleichung zur Bestimmung der vier ω Werte, von denen je zwei der $\pm x$ Richtung angehören. Zu jedem ω bestimmt sich dann b/c aus einer der zwei Substitutionsgleichungen in $(\text{XL})^a$. Man sieht, dass die Bahnaxen aller vier Ellipsen in dasselbe Geradenpaar yz hineinfallen, daher die Ellipsen senkrecht gekreuzt sind. Gleichung (XL) hat für alle ω Werte realisiert zu sein. Es folgt hieraus $\alpha = 0$ $a_{23}^2 - s_1^2$, oder mit Rücksicht auf (XXXIX)

$$a_{23} - s_1 = 0 \quad \text{und} \quad a_{23} + s_1 = 0$$

Weil in Folge dessen $s_1 = 0$ ist, müssen alle s Null sein, und weil $\alpha = 0$ ist, müssen die Bahnaxen in die stabilen Schwingungsrichtungen der reinen Doppelbrechung fallen. Nebstbei ist $a_{23} = 0$. Lässt man die Fortpflanzungsrichtung in eine der wie oben nachgewiesen wurde, stets vorhandenen Hauptaxen der reinen Doppelbrechung fallen, so entsprechen die anderen zwei Axen stets den Bahnaxen. Hieraus folgt, dass in diesem Coordinatensystem nicht nur a_{23}, sondern auch a_{13} und a_{12} Null sind, so dass sich in diesem System die Function Ω auf

$$2\Omega = \text{A}u^2 + \text{B}v^2 + \text{C}w^2$$

reduciert.

In jedem anderen Coordinatensystem $x' \; y' \; z'$, welches mit diesem Hauptebenensystem durch das öfter benützte Schema VII[a] der Richtungscosinuse verknüpft ist, wird $2\Omega = a_{11} u'^2 + \ldots$ Dabei ist

$$a_{11} = Ap_1^2 + Bq_1^2 + Cr_1^2 \qquad a_{12} = Ap_1 q_1 + Bp_2 q_2 + Cp_3 q_3$$

$$a_{22} = Ap_2^2 + Bq_2^2 + Cr_2^2 \qquad a_{13} = Ap_1 r_1 + Bp_2 r_2 + Cp_3 r_3$$

$$a_{33} = Ap_3^2 + Bq_3^2 + Cr_3^2 \qquad a_{23} = Aq_1 r_1 + Bq_2 r_2 + Cq_3 r_3.$$

Fällt die Fortpflanzungsrichtung in eine optische Axe der reinen Doppelbrechung, so wird die Richtung der stabilen Schwingungen, daher auch die Richtung der Bahnaxen unbestimmt. Jede zwei zu einander und zur optischen Axe (die jetzt zur x Axe gewält wurde) senkrechte Geraden yz sind Bahnaxen, daher das Licht circularpolarisiert. Wält man ein Paar solcher Geraden zu Axen y, z, so ist 2Ω in diesem System gegeben durch

$$2\Omega = a_{11} u^2 + a_{22} v^2 + a_{33} w^2 + 2a_{12} uv + 2a_{13} uw.$$

Das Glied a_{23} kann nemlich dem obigen Zufolge nicht vorkommen. Dies erheischt, weil ein beliebiges Paar senkrechter Geraden zu yz Axen gemacht werden kann, die Giltigkeit der Gleichung

$$a_{22} = a_{33}.$$

Man kann ferner die x Axe in der optischen Axe belassend die yz Axe so wälen, dass auch a_{13} nicht vorkommt. Denn der in den Relationen

$$u = u' \quad v = v' \cos \varphi - w' \sin \varphi, \; w = v' \sin \varphi + w' \cos \varphi$$

vorkommende Winkel φ ist demgemäss bestimmbar. Es existirt daher ein Coordinatensystem, in welchem sowol a_{23} als auch a_{13} der Nulle gleich ist. Es ist also, wenn mit pqr die Richtungscosinuse dieses Systems gegenüber dem Hauptebenensystem bezeichnet werden:

$$Ap_1 r_1 + Bp_2 r_2 + Cp_3 r_3 = 0$$

$$Aq_1 r_1 + Bq_2 r_2 + Cq_3 r_3 = 0$$

oder

$$(\mathrm{A}-\mathrm{C})p_1r_1+(\mathrm{B}-\mathrm{C})p_2r_2=0$$

$$(\mathrm{A}-\mathrm{C})q_1r_1+(\mathrm{B}-\mathrm{C})q_2r_2=0.$$

Die Determinante, die durch Weglassen des A — C, B — C in den zwei letzten Gleichungen entsteht ist, $r_1\ r_2\ r_3$, daher von Null verschieden, und dies ergiebt

$$\mathrm{A}-\mathrm{C}=0 \qquad\qquad \mathrm{B}-\mathrm{C}=0$$

Setzen wir schliesslich $\mathrm{A}=\mathrm{B}=\mathrm{C}=\varepsilon$, so sind die von u, v, w abhängigen Ergänzungsglieder in U, V, W gegeben durch εu, εv, εw.

Benützt man beispielsweise zur Darstellung der reinen Doppelbrechung neben dem quadratischen Symbol D die Symbole von Neumann, so lauten die ergänzten Gleichungen folgendermassen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \zeta}+\varepsilon w\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}+\varepsilon v\right)+\mathrm{D}(u)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}+\varepsilon u\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \zeta}+\varepsilon w\right)+\mathrm{D}(v) \qquad \text{(XLI)}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}+\varepsilon v\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}+\varepsilon u\right)+\mathrm{D}(w)$$

$$\zeta=\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x},\ \xi=\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x},\ \eta=\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z},$$

$$2\mathrm{F}=\alpha_{11}\xi^2+\alpha_{22}\eta^2+\alpha_{33}\zeta^2+2\alpha_{12}\xi\eta+2\alpha_{13}\xi\zeta+2\alpha_{23}\eta\zeta$$

Die Weglassung des D Symbols führt zu Voigt's Gleichungen für den Nneumann'schen Vector.

Laut (XXXVIII.) lässt sich aber auch setzen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\mathrm{D}_1(u)-\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x}+\varDelta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u}\right)+\varepsilon\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\mathrm{D}_1(v)-\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial y}+\varDelta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial v}\right)+\varepsilon\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \text{(XLI)}^{a}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\mathrm{D}_1(w)-\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial z}+\varDelta\left(\frac{\partial \Omega}{\partial w}\right)+\varepsilon\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$I = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial w}\right)$$

$$2\Omega = c_{11}u^2 + c_{22}v^2 + \ldots 2c_{23}vw$$

und dies sind nach Weglassung des quadratischen Derivationssymbols D_1 die von Lang verallgemeinerten Cauchyschen Gleichungen, allerdings bezogen auf ein beliebiges Coordinatensystem und den Fresnelschen Vector.

Wir schlüssen noch in Kürze eine Discussion der Formeln an.

Die Diffgl. XL.[a] lassen sich, wenn für $a_{33} = a_{22} \ldots \varepsilon$ gesetzt, und für $-\gamma \ldots \alpha_{22}$, und für $\beta \ldots \alpha_{33}$ geschrieben wird, schreiben in der Form:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha_{22}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \varepsilon\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \varepsilon\frac{\partial w}{\partial x} \qquad \text{XL.}^{b}$$

Setzt man hierin

$$v = b\cos\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right),\ w = b\sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right)$$

so folgt; wenn $\frac{\tau}{2\pi}\,\varepsilon = e$ gesetzt wird

$$\begin{aligned}(\alpha_{22} - \omega^2)\,b &= -e\,.\,c\omega\\ (\alpha_{33} - \omega^2)\,c &= -e\,.\,b\omega\end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots (40)$$

und

$$(\alpha_{22} - \omega^2)(\alpha_{33} - \omega^2) = e^2\omega^2 \quad \ldots\ldots (40^a)$$

Von den vier reellen Wurzeln der Gl. (40) sind zwei positiv und zwei negativ. Erstere entsprechen Wellen in der positiven Richtung der x Axe, letztere entgegengesetzt laufenden. Weil die rechte Seite von (40^a) stets positiv ist, so liegt keines der ω^2 zwischen α_{22} und α_{33}, sondern es ist ein ω^2 grösser als der grössere der beiden Werte α_{22}, α_{33}, während das andere ω^2 kleiner ist, als der kleinere dieser beiden Werte.

Die Ausdrücke $\sqrt{\alpha_{22}}$ $\sqrt{\alpha_{33}}$ selbst repraesentiren die der reinen

Doppelbrechung ($\varepsilon = 0$) entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden stabilen linear polarisirten Wellen.

Aus (40) ersieht man, dass wenn ω positiv angenommen wird, der Quotient $\frac{b}{c}$ für die beiden positiven ω Werte entgegengesetztes Vorzeichen annehmen muss, weil, wenn $\omega_1^2 - \alpha_{22} > 0$ ist, gleichzeitig $\omega_2^2 - \alpha_{22} < 0$ sein muss. Der Umlaufsinn der Bahnellipse ist also für die zwei in einer Richtung sich fortpflanzenden Wellen stets der entgegengesetzte. Gehört ferner demselben absoluten Wert des ω in positiver Richtung ein gewisses $\frac{b}{c}$ an, so gehört zu ihm bei entgegengesetzter Richtung der Fortpflanzung laut (40) $-\frac{b}{c}$, da ja für

$$\omega \ldots -\omega$$

zu schreiben ist. Dies will sagen, dass wenn in Bezug auf das Auge des Beobachters der Umlauf in der Bahnellipse etwa im Sinne des Uhrzeigers erfolgt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle dieselbe ist, mag sich das Licht von rechts nach links oder umgekehrt fortpflanzen. In der Richtung der optischen Axen ($\alpha_{22} = \alpha_{33}$) wird laut (40) $\frac{b}{c} = \pm 1$, und das Licht ist stets entgegengesetzt circular polarisirt, und natürlich auch dann, wenn α_{22} dem α_{33} für jede Richtung gleich wird, was bei activ isotropen Körpern eintritt.

Aus (40) können wir noch ω eliminieren. Wir finden zunächst, wenn $\frac{c}{b}$ mit σ bezeichnet wird:

$$\alpha_{22} - \alpha_{33} = e\omega\left(\frac{1}{\sigma} - \sigma\right)$$

und durch Substitution des ω in (40)

$$\sigma^4 - \sigma^2\left(\frac{\alpha_{22} + \alpha_{33}}{\alpha_{33}} + \frac{\alpha_{22} - \alpha_{33}}{\alpha_{33}} \cdot \frac{\alpha_{22} - \alpha_{33}}{e^2}\right) + \frac{\alpha_{22}}{\alpha_{33}} = 0$$

Bei geringer Doppelbrechung kann für $\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{33}}$ Eins gesetzt werden. In Folge dessen sind die vier Wurzeln σ gegeben durch

$$\pm p, \pm \frac{1}{p}.$$

Von dieseu gehören

$$+p, -\frac{1}{p}$$

einer und

$$-p, +\frac{1}{p}$$

der anderen Fortpflanzungsrichtung an. Man sieht daraus, dass die einer Richtung entsprechenden Bahnellipsen einander sehr angenähert ähnlich sind. Die in den Formeln vorkommende Grösse ε lässt sich in einfacher Weise durch das Drehungsvermögen des Krystalls in der Richtung der optischen Axe ausdrücken.

Es gehe die positive x Richtung, die Richtung der Fortpflanzung, vorn aus der Papierebene hinaus, die y Axe nach links, die z Axe nach oben, und sei die x Richtung gleichzeitig die Richtung einer optischen Axe. Es ist dann $\alpha_{22} = \alpha_{33}$, daher nach (40[a])

$$\alpha_{22} - \omega^2 = \pm e\omega$$

Ist e positiv, so entsprechen der angenommenen Fortpflanzungsrichtung die positiven Wurzeln von

$$\omega^2 + e\omega = \alpha_{22} \text{ resp. } \omega^2 - e\omega = \alpha_{22}$$

Die grössere von ihnen ist $\frac{e}{2} + \sqrt{\frac{e^2}{4} + \alpha_{22}}$, die kleinere

$$\sqrt{\frac{e^2}{4} + \alpha_{22}} - \frac{e}{2}$$

Entsprechend der Formel (40)

$$\omega^2 - \alpha_{22} = \frac{c}{b}\,\omega e,$$

ist $\frac{c}{b}$ positiv für das grössere, und negativ für das kleinere ω.

Wegen

$$v = b \cos \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right), \quad w = c \,.\, \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right)$$

entspricht dem positiven $\frac{c}{b}$, d. h. dem grösseren ω, ein Umlauf im Sinne des Uhrzeigers (vom Beobachter aus gerechnet), dem kleineren ω der verkehrte. Die Drehung der Polarisationsebene selbst erfolgt im Umlaufsinne des schneller sich fortpflanzenden Lichtes, d. h. dem positiven ε entspricht ein rechts drehender Krystall.

Die der Längeneinheit entsprechende Drehung der Polarisationsebene $\varDelta$ ist bekanntlich

$$\varDelta = \frac{\pi}{\tau}\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right)$$

wobei

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \alpha_{22}} - \frac{e}{2}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \alpha_{22}} + \frac{e}{2}$$

zu setzen ist. Hieraus folgt

$$\varDelta = \frac{\pi}{\tau} \frac{e}{\alpha_{22}} = \frac{\varepsilon}{2\alpha_{22}}$$

Die Grösse ε ist ihrem Entstehen zu Folge eine Reihe der Form

$$\varepsilon_0 - \varepsilon_2 \nu^2 + \varepsilon_4 \nu^4 \ldots$$

oder der Form

$$\varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_2}{\lambda^2} + \frac{\varepsilon_4}{\lambda^4} \ldots$$

Die Grösse ε_0 ist wesentlich positiv anzunehmen, die Grössen ε_2, ε_4 sind dem Zeichen nach unbestimmt, $\frac{1}{\alpha_{22}}$ ist dem Quadrat des Brechungsindex N proportionirt. Daher ist

$$\varDelta = \left(\varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_2}{\lambda^2} + \frac{\varepsilon_4}{\lambda^4} \ldots\right) \mathrm{N}^2$$

V.

Magnetische Circularpolarisation.

Wir ergänzen die der reinen Doppelbrechung entsprechenden Grössen U, V, W durch lineare Functionen von

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}, \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \cdots \frac{\partial \dot{w}}{\partial z}$$

(Die Puncte über u, v, w bedeuten Derivationen nach der Zeit), und bestimmen die Constanten so, dass sich in jeder Richtung zwei elliptische Wellen fortpflanzen können. Das Medium soll durchsichtig sein. Die x Axe verlegen wir in die sonst beliebige Fortpflanzungsrichtung, die y und z Axe sollen wieder Bahnaxen der zugehörigen elliptisch polarisirten Welle vorstellen. Es ist dann wie früher:

$$u = 0,\; v = b\cos\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right),\; w = c\sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right).$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial W}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial V}{\partial x}$$

Es ist ferner (cf. 39)

$$V = \alpha\frac{\partial v}{\partial x} + \beta\frac{\partial w}{\partial x} + f\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} + g\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}$$

$$W = \gamma\frac{\partial v}{\partial x} - \alpha\frac{\partial w}{\partial x} + f'\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} + g'\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}$$

Die Differentialgleichungen können durch die angenommenen Integrale v, w nur dann erfüllt werden, wenn in V respective W jene Glieder wegfallen, welche einem sinus respective cosinus der Zeit entsprechen. Dies ergiebt

$$\left.\begin{aligned} O &= \alpha\,.\,\frac{2\pi}{\tau}b + gc\,.\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2. \\ O &= \alpha\,. + \frac{2\pi}{\tau}c + f'b\,.\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2. \end{aligned}\right\} \quad \text{(XLII)}$$

Die Differentialgleichungen haben dann die Form

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma \frac{\partial v}{\partial x} + g' \frac{\partial \dot{w}}{\partial x}\right), \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\beta \frac{\partial w}{\partial x} + f \frac{\partial \dot{v}}{\partial x}\right)$$

Substituirt man die Werte des v, w hier ein, eliminiert hieraus b und c, so ergiebt sich die biquadratische Gleichung zur Bestimmung von ω. Jeder Richtung entsprechen zwei ω, und zu jedem derselben bestimmt sich ein $\frac{b}{c}$ Wert. Für jeden derselben haben die Gl. (XLII) erfüllt zu sein; dies fordert aber $\alpha = 0$ und $g = 0$, $f' = 0$.

Die Relation $\alpha = 0$ besagt, dass die Bahnaxen des elliptisch polarisirten Lichtes in die zwei stabilen Schwingungsrichtungen der reinen Doppelbrechung fallen müssen; den anderen zwei Gleichungen $g = 0$, $f' = 0$ zu Folge muss in V stets der Factor von $\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}$ und in W der Factor von $\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}$ verschwinden. Dieses Resultat können wir weiter verwerten. Verlegen wir die Coordinatenaxen in die drei Hauptaxen der reinen Doppelbrechung, so entsprechen einer dieser Axen als Fortpflanzungsrichtung die anderen zwei Coordinatenaxen stets als Bahnaxen. In diesem Coordinatensystem sind dann dem Obigen zufolge Null die Factoren von $\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}$ resp. $\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}$ in V resp. W, ferner, wenn die Fortpflanzungsrichtung in die y Axe fällt, die Factoren von

$$\frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \text{ in U und } \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \text{ in W},$$

und schliesslich, wenn die Fortpflanzungsrichtung in die z Axe fällt, die Factoren von $\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}$ in U und $\frac{\partial \dot{u}}{\partial z}$ in V. Es fehlen also in U die Glieder $\frac{\partial \dot{w}}{\partial y}$ und $\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}$, daher auch, weil sich diese Grössen durch $\dot{y}_z$ und $\dot{\xi}$ ausdrücken lassen, die Grössen $\dot{y}_z$ und $\dot{\xi}$.

(Es wird sich nemlich später als vorteilhaft erweisen, die Zusatzglieder von U, V, W, welche lineare Function der neun Grössen

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \cdots \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} \cdots \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \cdots \frac{\partial \dot{w}}{\partial z}$$

sind, als lineare Function der 6 Grössen $\dot{x}_x$, $\dot{x}_y$ . . . $\dot{z}_z$ und der 3 Ausdrücke $\dot{\xi}$ $\dot{\eta}$ $\dot{\zeta}$ zu betrachten. Es ist

$$x_x = \frac{\partial u}{\partial x},\; x_y = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \ldots \zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \ldots .)$$

In ganz ähnlicher Weise findet man, dass in V die Glieder $\dot{x}_z$ und $\dot{\eta}$, sowie in W $\dot{y}_x$ und $\dot{\xi}$ nicht vorkommen können. Um weitere Beziehungen zu finden, wälen wir in der Symmetrieebene xy eine Fortpflanzungsrichtung zur x' Axe, $\sphericalangle\, xx' = \varphi$, und belassen die z Axe in ihrer Lage. Die in der Hauptebene xy enthaltene y' Axe und die $z = z'$ Axe sind dann Bahnaxen. Offenbar ist W und W' identisch im System xyz und $x'y'z'$. Dies führt zu Folgendem. In W können dem eben Gesagten nur vorkommen die Glieder:

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} a + \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} c + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} b' + \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} c' + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} a'' + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} b'' + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} c''.$$

Wir schreiben in diesem Ausdrucke für u, v, w die Werte

$$u = u' \cos\varphi - v' \sin\varphi,\quad v = u' \sin\varphi + v' \cos\varphi,\quad w = w',$$

ersetzen die Differentiationen nach x und y durch jene nach x', y' unter Benützung von

$$x' = x \cos\varphi + y \sin\varphi,\; y' = y \cos\varphi - x \sin\varphi.$$

Im Ausdrucke W oder W' darf dann dem Obigen zufolge $\frac{\partial \dot{v}'}{\partial x'}$ nicht vorkommen. Zu diesem tragen bei die Glieder $\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} a + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} b'$ oder:

$$a\left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial x}\right) + b'\left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y}\right)$$

oder

$$a\left(\frac{\partial}{\partial x'} \cos\varphi \ldots\right) (-\dot{v}' \sin\varphi \ldots) + b'\left(\frac{\partial}{\partial x'} \sin\varphi \ldots\right) (\dot{v}' \cos\varphi \ldots)$$

Das Nichtvorkommen von $\frac{\partial \dot{v}'}{\partial x'}$ in W' fordert dann: $a = b'$. Ähn-

liche Schlüsse ergeben sich, wenn die Fortpflanzungsrichtung in einer anderen Hauptebene liegt.

In dem Hauptaxencoordinatensystem ist daher unter Benützung der Relation $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$

$$W = c\frac{\partial \dot{u}}{\partial z}+c'\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}+\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}a''+\frac{\partial \dot{w}}{\partial y}b''+C\frac{\partial \dot{w}}{\partial z}+\ldots$$

$$U = \gamma\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}+\gamma'\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}+\frac{\partial \dot{u}}{\partial y}\alpha''+\frac{\partial \dot{u}}{\partial z}\beta''+A\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}+\ldots$$

$$V = \delta\frac{\partial \dot{w}}{\partial y}+\delta'\frac{\partial \dot{u}}{\partial y}+\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}\varepsilon'+\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}\varepsilon''+B\frac{\partial \dot{v}}{\partial y}+\ldots$$

Kehren wir nochmals zu dem Falle zurück, wo die Fortpflanzungsrichtung (die x' Axe) in der Symmetrieebene xy enthalten ist. Es ist $V' = V\cos\varphi - U\sin\varphi$, wobei in V' das Glied $\frac{\partial w'}{\partial x'}$ dem obigen zufolge nicht vorkommen darf. Weil $w = w'$ ist, lässt sich schreiben

$$V' = \cos\varphi\left[\delta\frac{\partial \dot{w}}{\partial y}\ \ldots\ \right]-\sin\varphi\left[\gamma'\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}\ldots\right],$$

oder

$$V' = \cos\varphi\left[\delta\frac{\partial \dot{w}}{\partial x'}\sin\varphi\ \ldots\ \right]-\sin\varphi\left[\gamma'\cdot\frac{\partial \dot{w}}{\partial x'}\cdot\cos\varphi\ \ldots\right]$$

Es ist daher $\delta = \gamma'$, d. h. der Factor des $\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}$ in U und jener des $\frac{\partial \dot{w}}{\partial y}$ in V sind einander gleich. Wir nennen ihn e.

Ebenso gleichen sich die Factoren des $\frac{\partial \dot{u}}{\partial y}$ in V und des $\frac{\partial \dot{u}}{\partial z}$ in W, und schliesslich der Factor des $\frac{\partial \dot{v}}{\partial z}$ in W sind jener des $\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}$ in U. Die ersteren seien f, die letzteren g. Damit reduciert sich die Zal der in den Zusatzgliedern von U, V, W vorkommenden Constanten auf 11. Es ist:

$$\mathrm{U} = \mathrm{A}\frac{\partial \dot u}{\partial x} + g\frac{\partial \dot v}{\partial x} + e\frac{\partial \dot w}{\partial x} + a''\frac{\partial \dot u}{\partial y} + \beta''\frac{\partial \dot u}{\partial z} =$$

$$= \mathrm{A}\frac{\partial \dot u}{\partial x} + \lambda\frac{\partial \dot u}{\partial y} + \lambda_1\frac{\partial \dot u}{\partial z} + e\dot\eta - g\dot\zeta$$

XLIII. $$\mathrm{V} = \mathrm{B}\frac{\partial \dot v}{\partial y} + e\frac{\partial \dot w}{\partial y} + f\frac{\partial \dot u}{\partial y} + \varepsilon'\frac{\partial \dot v}{\partial z} + \varepsilon''\frac{\partial \dot v}{\partial x} =$$

$$= \mu_1\frac{\partial \dot v}{\partial x} + \mathrm{B}\frac{\partial \dot v}{\partial y} + \mu\frac{\partial \dot v}{\partial z} + f\dot\zeta - e\dot\xi$$

$$\mathrm{W} = \mathrm{C}\frac{\partial \dot w}{\partial z} + f\frac{\partial \dot u}{\partial z} + g\frac{\partial \dot v}{\partial z} + a''\frac{\partial \dot w}{\partial x} + b''\frac{\partial \dot w}{\partial y} =$$

$$= \nu\frac{\partial \dot w}{\partial x} + \nu_1\frac{\partial \dot w}{\partial y} + \mathrm{C}\frac{\partial \dot w}{\partial z} + g\dot\xi - f\dot\eta$$

Die zu einem anderen beliebigen Coordinatensystem x', y', z' gehörigen Grössen U′, V′, W′, sind

$$\begin{aligned} \mathrm{U}' &= \mathrm{U}p_1 + \mathrm{V}p_2 + \mathrm{W}p_3, \\ \mathrm{V}' &= \mathrm{U}q_1 + \mathrm{V}q_2 + \mathrm{W}q_3. \\ \mathrm{W} &= \mathrm{U}r_1 + \mathrm{V}r_2 + \mathrm{W}r_3 \end{aligned}$$

und es hat in V′, W′ wegzufallen der Factor des $\frac{\partial w'}{\partial x'}$ resp. $\frac{\partial v'}{\partial x'}$, sobald die y', z' Axe in die Bahnaxen fällt. (Die y' z' Axen müssen allerdings Bahnaxen sein.) Die von e, f, g herrührenden dissymmetrischen Anteile des U′, V′, W′ sind

$$\mathrm{V}' = f'\dot\zeta - e'\dot\xi', \quad \mathrm{W}' = g'\dot\xi' - f'\dot\eta'$$

und erfüllen die eben ausgesprochene Forderung von selbst. Sollen daher auch die anderen Anteile von V′ W′ dies thun, so muss, wie eine leichte Rechnung zeigt, die e i n e Bedingung erfüllt sein:

XLIV. $$(\mathrm{A}p_1 + \lambda p_2 + \lambda_1 p_3)q_1 r_1 +$$

$$+ (\mu_1 p_1 + \mathrm{B}p_2 + \mu p_3)q_2 r_2 + (\nu p_1 + \nu_1 p_2 + \mathrm{C}p_3)q_3 r_3 = 0.$$

Sie ergiebt sich, wenn in U, V, W die Differentiationen nach x, y, z durch jene nach x' y' z' ersetzt werden unter der Benützung der Relationen

$$x' = xp_1 + yp_2 + zp_3$$

etc., und wenn für u, v, w gesetzt wird

$$u = u'p_1 + v'q_1 + w'r_1, \quad v + u'p_2 + v'q_2 + w'r_2 \text{ etc.}$$

Wir verlegen nun die x' Axe, gleichzeitig die Fortpflanzungsrichtung, in die Richtung einer optischen Axe, welche unbeschadet der Allgemeinheit als in der xz Hauptebene liegend vorausgesetzt werden darf. Der Winkel zwischen ihr und der z Hauptaxe sei ψ. Jedes auf x' und auf sich selbst senkrechte Geradenpaar y' z' kann Bahnaxen vorstellen, da sich in der Richtung der optischen Axe nur circulares Licht fortpflanzt. Dieses Coordinatensystem x', y', z' besitzt dann, wenn unter χ ein gewisser Winkel verstanden wird, welcher die Position der y' z' Axen in der gleichnamigen Ebene bestimmt, gegenüber dem Hauptcoordinatensystem x, y, z die Richtungscosinuse:

$$p_1 = \sin\psi, \; p_2 = 0, \; p_3 = \cos\psi$$

$$q_1 = -\sin\chi\cos\psi, \quad q_2 = \cos\chi, \quad q_3 = \sin\chi\sin\psi$$

$$r_1 = -\cos\psi\cos\chi, \; r_2 = -\sin\chi, \; r_3 = \sin\psi\cos\chi.$$

In (XLIV) ersetzen wir q_3 r_3 durch $-q_1r_1 - q_2r_2$, und bekommen

$$[(A - \nu)\sin\psi + (\lambda_1 - C)\cos\psi]\cos^2\psi =$$

$$= (\mu_1 - \nu)\sin\psi + (\mu - C)\cos\psi.$$

Diese Beziehung gilt auch, wenn für $\psi \ldots -\psi$ geschrieben wird (entsprechend der zweiten optischen Axe). Es ist dann

$$(A - \nu)\cos^2\varphi = \mu_1 - \nu, \; (\lambda_1 - C)\cos^2\psi = \mu - C.$$

Die Coefficienten der Zusatzglieder sollen nun unabhängig sein von den Constanten, welche die reine Doppelbrechung bestimmen, also unabhängig von ψ, dem halben Winkel zwischen den optischen Axen. Dies fordert

$$A = \nu, \; \mu_1 = \nu \quad \mu = C, \; \lambda_1 = C.$$

Daher

$$\mu_1 = \nu = A, \quad \mu = \lambda_1 = C$$

Wir finden so

$$U = A\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + B\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + C\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + e\dot{\eta} - g\dot{\xi} + (\lambda - B)\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \ldots$$

$$V = A\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} + B\frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + C\frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + f\dot{\zeta} - e\dot{\xi} + \ldots.$$

$$W = A\frac{\partial \dot{w}}{\partial x} + B\frac{\partial \dot{w}}{\partial y} + C\frac{\partial \dot{w}}{\partial z} + g\dot{\xi} - f\dot{\eta} + (\nu_1 - B)\frac{\partial \dot{w}}{\partial y} + \ldots$$

XLIV.

Die Substitution von

$$\nu = A = \mu_1, \quad \mu = C, \quad \lambda_1 = C$$

in die Gleichung (XLIV) giebt, wenn für λ bezw. ν_1 geschrieben wird

$$\lambda - B + B, \; \nu_1 - B + B$$

$$(\lambda - B) \, . \, q_1 r_1 + q_3 r_3 \, (\nu_1 - B) = 0$$

Dieser Bedingung ist aber nur durch

$$\lambda - B = 0, \; \nu_1 - B = 0$$

zu genügen, da sonst zwischen den drei Grössen φ, ψ, χ, welche die Lage des Coordinatensystems x' y' z' bestimmen, n o c h e i n e Relation bestünde, welche zusammen mit der früher nachgewiesenen Bedingung, dass die y' z' Axen in die stabilen Schwingungsrichtungen der Doppelbrechung zu fallen haben, zur Folge hätte, dass von den drei Grössen φ, ψ, χ nur e i n e arbiträr wäre, während es in Wirklichkeit immer zwei sein müssen, da die Richtung der x' Axe (der Fortpflanzungsrichtung) vollkommen beliebig ist.

Aus (XLIII) folgt dann

$$\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} = (f - A)\frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial x} + (g - B)\frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial y} + (e - C)\frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial z} + \dots$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} = (f - A)\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} + (g - B)\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial y} + (e - C)\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z} + \dots$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} = (f - A)\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial x} + (g - B)\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial y} + (e - C)\frac{\partial \dot{\eta}}{\partial z} + \dots$$

Statt $f - A$, $g - B$, $e - C$ die Grössen s_1, s_2, s_3 einführend finden wir, beispielsweise (37) benützend,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = D(u) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(s_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + s_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + s_3 \frac{\partial \xi}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = D(v) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(s_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} + s_2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + s_3 \frac{\partial \eta}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = D(w) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(s_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + s_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + s_3 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right).$$

(XLV)

Die Gleichungen sollen noch discutirt werden.

Wir verlegen wieder die x Axe in die Fortpflanzungsrichtung, die y und z Axe in die stabilen Schwingungsrichtungen der reinen Doppelbrechung, setzen

$$u = 0,\ v = b\cos\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right),\ w = c\sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right).$$

Es ist dann aus (XLV)

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha_{22}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + s_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial t},\quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - s_1\frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial t},$$

$$(\omega^2 - \alpha_{22})b = + c\,.\,s_1\nu,\quad (\omega^2 - \alpha_{33})\,c = bs_1\nu,$$

ferner

$$(\omega^2 - \alpha_{22})\ (\omega^2 - \alpha_{33}) = s_1^2\nu^2$$

und

$$\left(\frac{c}{b}\right)^2 + \frac{c}{b}\,\frac{\alpha_{22} - \alpha_{33}}{s_1\nu} - 1 = 0$$

Aus

$$\left(\frac{c}{b}\right)_1 \cdot \left(\frac{c}{b}\right)_2 = -1$$

folgt

$$\left(\frac{c}{b}\right)_1 = \frac{1}{p}, \quad \left(\frac{c}{b}\right)_2 = -p.$$

Die Bahnellipsen beider Wellen, welche in der $+x$ Richtung sich fortpflanzen, sind also gekreuzt, genau ähnlich und von verkehrtem Umlaufsinne. Von den zugehörigen Quadraten der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ω_1^2, ω_2^2 gilt, wenn $s_1 > 0$ und ohne Beschränkung der Allgemeinheit $\alpha_{22} > \alpha_{33}$ gesetzt wird, für

$$\omega_1^2 > \alpha_{22} \dots \frac{c}{b} = +,$$

und für

$$\omega_2^2 < \alpha_{33} \dots \frac{c}{b} = -.$$

Ferner sieht man, dass Wellen mit im Raume identischen Umlaufsinne sich nach beiden entgegengesetzten Richtungen gleich schnell fortpflanzen. In der Richtung der optischen Axe (bei isotropen Körpern ist es jede Richtung) ist das Licht circularpolarisiert, die Drehung der Polarisationsebene mit s_1, d. h. mit dem cosinus des Winkels zwischen der magnetischen Kraft und der Fortpflanzungsrichtung proportional und dem räumlichen Sinne nach gleich für die entgegengesetzte Fortpflanzungsrichtung, also nicht durch die Lage des Beobachters, sondern durch die Ampèreschen Ströme bestimmt, welche das Magnetfeld erzeugen könnten.

Der Betrag derselben per Längeneinheit „$\varDelta$" ist gegeben durch

$$\varDelta = \frac{\pi}{\tau}\left(\frac{1}{\omega_2} - \frac{1}{\omega_1}\right),$$

$$\omega_1^2 = \alpha_{22} + s_1 \nu \qquad \omega_2^2 = \alpha_{22} - s_1 \nu$$

Eine Näherungsrechnung ergiebt, wenn mit λ die Wellenlänge in Vacuum und mit N der Brechungsindex bezeichnet wird,

$$\Delta = \frac{\mathrm{H}\cos\vartheta}{\lambda^2} \mathrm{N}^3 \left(a_0 - \frac{a_2}{\lambda^2} + \frac{a_4}{\lambda^4} \dots \right)$$

H ist die Stärke der magnetischen Kraft, ϑ der Winkel zwischen ihr und der Fortpflanzungsrichtung, a_0 a_2 etc. Constante.

V.

Gleichungen für ein durchsichtiges bewegtes Medium.

Die Ausdrücke für U V W sollen ergänzt werden durch lineare Functionen von

$$\frac{\partial u}{\partial t},\ \frac{\partial v}{\partial t},\ \frac{\partial w}{\partial t} \left(\text{und } \frac{\partial^3 u}{\partial t^3},\ \frac{\partial^3 v}{\partial t^3},\ \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} \text{ etc.}\right).$$

Wir können diese Zusatzglieder schreiben in Form

$$\mathrm{U} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \dot{u}} + \sigma_3 \dot{v} - \sigma_2 \dot{w} + \dots$$

$$\mathrm{V} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \dot{v}} + \sigma_1 \dot{w} - \sigma_3 \dot{u} = \dots$$

$$\mathrm{W} = \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \dot{w}} + \sigma_2 \dot{u} - \sigma_1 \dot{v} + \dots,\quad 2\mathrm{F} = \beta_{11} \dot{u}^2 + \beta_{22} \dot{v} + \dots 2\beta_{12} \dot{u}\dot{v} + \dots$$

Verlegt man die x Axe wieder in die Fortpflanzungsrichtung, so wird

$$u = 0,\quad v = b \cos \frac{2\pi}{\tau} \left(t - \frac{x}{\omega}\right),\quad w = c \sin \frac{2\pi}{\tau} \left(t - \frac{x}{\omega}\right),$$

$$\mathrm{V} = \alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_{22} \dot{v} + \beta_{23} \dot{w} + \sigma_1 \dot{w}$$

$$\mathrm{W} = \gamma \frac{\partial v}{\partial x} - \alpha \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_{23} \dot{v} + \beta_{33} \dot{w} - \sigma_1 \dot{v}_1,$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x} = + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_{22} \dot{v} + \beta_{23} \dot{w} + \sigma_1 \dot{w}\right)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma \frac{\partial v}{\partial x} - \alpha \frac{\partial w}{\partial x} + \beta_{23}\dot{v} + \beta_{33}\dot{w} - \dot{v}\sigma_1\right)$$

Sollen die für v, w aufgeschriebenen Ausdrücke diesen Differenzialgleichungen genügen, so müssen in V und W die sin. resp. cosinus Glieder fortfallen. Dies giebt:

$$-\frac{\alpha b}{\omega} + \beta_{22} b = 0$$

$$\frac{\alpha c}{\omega} + \beta_{33} c = 0$$

Beide dieser Gleichungen müssen für jedes ω erfüllt sein. Diess fordert

$$\alpha = 0, \quad \beta_{22} = 0, \quad \beta_{33} = 0.$$

Die Bahnaxen fallen also wieder in die beiden stabilen Schwingungsrichtungen der reinen Doppelbrechung.

Die Coëfficienten in der Function 2F bezogen auf das der Doppelbrechung entsprechende Hauptaxencoordinatensystem sollen mit $\overline{\beta_{11}}$ $\overline{\beta_{12}} \ldots \overline{\beta_{13}}$ bezeichnet werden. Weil einer dieser Symmetriaxen als Fortpflanzungsrichtung die beiden anderen Axen als Bahnaxen entsprechen muss $\overline{\beta_{11}} = \overline{\beta_{22}} = \overline{\beta_{33}} = 0$ sein. Es ist also

$$2F = 2\overline{\beta_{12}}\dot{u}\dot{v} + 2\overline{\beta_{13}}\dot{u}\dot{w} + 2\overline{\beta_{23}}\dot{v}\dot{w}.$$

Benützt man ein anderes Coordinatensystem x', y', z' mit ($z = z'$) zusammenfallenden z Axen, so ist $\dot{u} = \dot{u}' \cos\varphi - \dot{v}' \sin\varphi$, $\dot{v} = \dot{u}' \sin\varphi + \dot{v}' \cos\varphi$, $\dot{w} = \dot{w}'$, $2F = 2\overline{\beta_{12}}\,(\dot{u}' \cos\varphi - \dot{v}' \sin\varphi)\,(\dot{u}' \sin\varphi + \dot{u}' \cos\varphi) + 2\dot{w}\,[\overline{\beta_{13}}\,(\dot{u}' \cos\varphi - \dot{v}' \sin\varphi) + \overline{\beta_{23}}\,(\dot{u}' \sin\varphi + \dot{v}' \cos\varphi)]$.

In dem zu diesem Coordinatensystem gehörenden F darf dem Vorigen zufolge $\dot{v}'^2$ und $\dot{w}'^2$ nicht vorkommen. Es ist daher $\overline{\beta_{12}}$ und wie leicht nachgewiesen werden kann $\overline{\beta_{12}}$ und $\overline{\beta_{23}} = 0$. Die Function F existiert nicht. Nimmt man das verallgemeinerte Neumannsche System der Doppelbrechungsgleichungen an, so wird für ein beliebiges Coordinatensystem

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = D(u) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial y}(\sigma_2 u-\sigma_1 v)-\frac{\partial}{\partial z}(\sigma_1 w-\sigma_3 u)\right]$$

oder

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\left(\sigma_1\frac{\partial u}{\partial x}+\sigma_2\frac{\partial u}{\partial y}+\sigma_3\frac{\partial u}{\partial z}\right)+D(u)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial \zeta}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\left(\sigma_1\frac{\partial v}{\partial x}+\sigma_2\frac{\partial v}{\partial y}+\sigma_3\frac{\partial v}{\partial z}\right)+D(v)\quad . \quad . \text{(XLVI)}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial t}\left(\sigma_1\frac{\partial w}{\partial x}+\sigma_2\frac{\partial w}{\partial y}+\sigma_3\frac{\partial w}{\partial z}\right)+D(w)$$

Verlegt man die Fortpflanzungsrichtung nochmals in die beliebig situirte x Axe, die y und z Axe in die stabilen Schwingungsrichtungen (bei fehlendem σ), so folgt aus (XLVI)

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\alpha_{22}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\sigma_1\frac{\partial^2 v}{\partial t\partial x},\quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\alpha_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\sigma_1\frac{\partial^2 w}{\partial t\partial x}$$

Es entspricht dem

$$v=b\sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t-\frac{x}{\omega_1}\right),\quad w=0$$

oder

$$v=0,\quad w=c\sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right).$$

Das Licht ist daher linear polarisiert, zwei entgegengesetzte Richtungen sind jedoch nicht gleichwertig. So z. B. ist:

$$\omega_1{}^2=\alpha_{22}+\sigma_1\omega_1 \text{ und } \omega_1=\frac{\sigma_1}{2}\pm\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{4}+\alpha_{22}}$$

Der absolute Wert der Geschwindigkeiten nach den beiden entgegengesetzten Richtungen ist also

$$\sqrt{\alpha_{22}+\frac{\sigma^2}{4}}+\frac{\sigma_1}{2} \text{ und } \sqrt{\alpha_{22}+\frac{\sigma_1{}^4}{4}}-\frac{\sigma_1}{2}.$$

Es hat die Differenz dieser Werte (σ_1) ein Maximum in der Richtung des räumlichen Vectors S, dessen Componente σ_1 ist, senkrecht auf ihm ist sie Null, und in anderen Fällen dem Cosinus zwischen S und Fortpflanzungsrichtung proportional.

Die Gleichungen entsprächen daher dem von Fizeau konstatierten Einflusse der Translationsbewegung auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtes, wenn man den Vector S mit der Geschwindigkeit der Translationsbewegung identificiert.

VI.

Die Differenzialgleichungen für ein absorbierendes Medium.

Das Medium besitzt laut Voraussetzung die Eigenschaft, dass sich in jeder Richtung l, m, n zwei ebene homogene Wellen des transversalen Vectors u, v, w fortpflanzen können. Die Differentialgleichungen, denen u, v, w genügen, enthalten Differentialquotienten dieser Grössen nach t und x, y, z. Ihre Integrale seien:

$$u = \mathrm{A}e^{\nu i\left(t-\frac{lx+my+nz}{\omega}\right)}$$

$$v = \mathrm{B}\,.\,e^{\nu i\left(t-\frac{lx+my+nz}{\omega}\right)}$$

$$w = \mathrm{C}\,.\,e^{\nu i\left(t-\frac{lx+my+nz}{\omega}\right)}$$

A, B, C, ω sind im allgemeinsten Falle complex.
Offenbar sind

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y},\quad \eta = \frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z},\quad \zeta = \frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}$$

gleichfalls Componenten eines transversalen Vectors, den wir als zu

u, v, w conjugiert bezeichnen. In jeder Richtungpflanzen sich entsprechend den zwei Wellen des Vectors u, v, w zwei Wellen des conjugierten Vectors fort, und zwar nicht mehr als zwei. Denn gäbe es drei solcher Wellen, so gäbe es auch drei Wellen des zu $\xi\,\eta\,\zeta$ neuerdings conjugierten Vectors

$$\xi' = \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\Delta u,\ \eta' = \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{v z} = -\Delta v,$$

$$\zeta' = \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\Delta w,$$

was aber nicht möglich ist, da es nur zwei Wellen des Vectors u, v, w, giebt.

Bildet man vermittels der Gleichungen (VII) die Differentialgleichungen für den Vector ξ, η, ζ, so ist

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m \zeta}{\partial t^m} + \Delta \mathrm{W} - \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m \xi}{\partial t^m} + \Delta \mathrm{U} - \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m \eta}{\partial t^m} + \Delta \mathrm{V} - \frac{\partial \mathrm{J}}{\partial y}$$

$$\mathrm{J} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{y}},\quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Die Grössen U V W sind lineare Aggregate der u, v, w, ihrer Differentialquotienten nach der Zeit, ferner der ersten Differentialquotienten von $u\ v\ w$ nach den Coordinaten, so wie beliebig vielfacher Differentialquotienten nach t dieser letzteren Grössen.

Wegen

$$\Delta u = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) = \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial z}$$

etc. werden in den Ausdrücken ΔU, ΔV, ΔW enthalten sein die Grössen ξ, η, ζ, ihre ersten Differentialquotienten nach $x\ y\ z$ und beliebige Zeitderivationen derselben, aber keineswegs solche Differen-

tialquotienten von u, v, w, die sich durch ξ, η, ζ nicht ausdrücken liessen.

Gleiches kann von J nicht behauptet werden. Wir machen nun die Annahme, dass sich auch $J = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$ durch ξ, η, ζ und seine Derivationen vollständig ausdrücken lässt, so dass die Differentialgleichungen, denen diese Grössen genügen, neben beliebig vielfachen Derivationen nach der Zeit nur solche Differentialquotienten enthalten, welche nach den Coordinaten höchstens zweimal deriviert sind.

Die Differentialgleichungen, welche für durchsichtige Medien aufgestellt worden sind, entsprechen schon dieser Annahme und wir können dieselbe auf absorbierende Körper aus dem Grunde ausdehnen, weil sie in Folge ihrer sehr allgemeinen mathematischen Fassung nichts enthält, was auf einen Unterschied zwischen diesen zwei Arten optischer Medien hindeuten würde. Mit dieser Annahme erklären wir beide Vectoren uvw und $\xi\eta\zeta$ in formeller Hinsicht als gleichberechtigt; denn die Differentialgleichungen, denen sie genügen, besitzen denselben Typus. Erwägungen, die sich an die Existenz stehender Lichtschwingungen knüpfen lassen, machen es wahrscheinlich, dass beiden Vectoren nebstbei eine selbständige physikalische Bedeutung zukommt.

Aus einer einfallenden und einer reflectirten Welle eines periodischen und transversalen (linear polarisierten) Vectors entsteht ein Gebiet stehender Wellen von der Eigenschaft, dass in bestimmten um eine halbe Schwingungsdauer aus einander liegenden Zeitpunkten der Betrag des Vectors überall Null wird. Existiert nur ein Lichtvector, durch welchen sich dann die optische Energie der Volumeinheit vollständig ausdrücken lässt, so muss in den erwähnten Zeitpunkten mit dem Vector auch die Energie allerorts verschwinden, was unmöglich ist. Wir können hier nur Verwandlung einer Art in eine zweite Art optischer Energie zugeben, wobei die letztere durch einen vom ersten wesentlich verschiedenen Vector bedingt sein muss, da ja in bestimmten Augenblicken der erste nicht vorhanden ist. Von diesem zweiten Vector können wir ferner annehmen, dass er gleichfalls transversal ist und $n$mal grösser wird, wenn der erste auf das $n$fache wächst.

Der letzteren Bedingung genügen wir durch die Annahme, dass sich die Componenten des zweiten Vectors $\xi\,\eta\,\zeta$ als lineare Aggregate

der nach den Coordinaten x, y, z differenzierten Componenten des ersten Vectors darstellen lassen.

Die nahe liegende Annahme, ξ, η, ζ seien lineare homogene Functionen von u, v, w, ist auszuschliessen, weil dieser Vector nicht transversal wäre, es sei denn, dass er mit dem ersten u, v, w bis auf eine multiplicative Constante zusammenfällt.

Wir schreiben also

$$\xi = \frac{\partial P_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_1}{\partial y} + \frac{\partial R_1}{\partial z}$$

$$\eta = \frac{\partial P_2}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + \frac{\partial R_2}{\partial z}$$

$$\zeta = \frac{\partial P_3}{\partial x} + \frac{\partial Q_3}{\partial y} + \frac{\partial R_3}{\partial z}$$

Dabei sind die P, Q, R homogene lineare Functionen von u, v, w mit Constanten, welche der Bedingung der Transversalität

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0$$

entsprechen müssen. Weil sich in einer Richtung, die wir zur x Axe wälen können, homogene ebene Wellen der Eigenschaft $u = 0$ $v = f(x, t)$, $w = F(x, t)$ fortpflanzen können, so folgt aus der Continuitätsbedingung $0 = \frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2}$ oder $a \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$, welcher Bedingung nur durch $a = 0$ $b = 0$ genügt werden kann, wenn die Welle linear oder elliptisch polarisiert ist. In P_1 kann also nur u, in Q_2 nur v und in R_3 nur w vorkommen. Setzt man für $\frac{\partial u}{\partial x}$ den Wert — $-\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$ in die erste Gleichung etc.; so lässt sich für ξ, η, ζ der obige Ausdruck behalten, wenn nur P_1, Q_2, R_3 weggelassen wird, und die übrig bleibenden Grössen Q_1, R_1 etc. eine andere Bedeutung bekommen. Diese Form behalten die Ausdrücke in jedem anderen Coordinatensystem nur dann bei, wenn die Bedingung $Q_1 + P_2 = \text{const}$ $R_1 + P_3 = \text{const}$ und $Q_3 + P_2 = \text{const}$ erfüllt ist. In Folge dessen ist

$$\xi = \frac{\partial V'}{\partial z} - \frac{\partial W'}{\partial y}, \quad \eta = \frac{\partial W'}{\partial x} - \frac{\partial U'}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial U'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial x}.$$

(Der Beweis ist ähnlich wie im Abschnitte I.) U', V', W' selbst sind lineare homogene Functionen von u, v, w daher auch Componenten eines im Allgemeinen nich mehr transversalen Vectors von vollständig beliebiger Richtung, da über die in U', V', W' vorkommenden Constanten nichts verfügt werden kann. Man kann ihn auffassen als Projection des Vectors uvw auf eine beliebige Richtung, multipliziert mit einer beliebigen Constante. Zu diesem rein nebensächlichen Ausdrucke steht der Vector $\xi\eta\zeta$ in Beziehung und zwar so, dass er auf ihm senkrecht steht, sobald sich u, v, w in homogenen Wellen fortpflanzen kann.

Wenn also Ausdrücken $\xi\eta\zeta$ der eben aufgeschriebenen Form eine physikalische Bedeutung zukommen soll, so kann dies nur so geschehen, dass der Vector $\xi\eta\zeta$ zum Vector u, v, w in Beziehung tritt, wodurch U', V', W' mit u, v, w, proportional wird. Bei Weglassung der Proportionalconstante reduciert sich dann ξ, η, ζ auf

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}.$$

Die neuerliche Anwendung dieses Operationssymbols auf $\xi\ \eta\ \zeta$ ergiebt

$$w' = \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\Delta w, \quad u' = -\Delta u, \quad v' = -\Delta v,$$

daher einen Vector, der bei homogenen ebenen Wellen in die Richtung des ursprünglichen Vectors u, v, w fällt und sofort.

Wir nehmen daher aus den angeführten Gründen an, dass der zweite Lichtvector, dessen Existenz wir aus der Thatsache stehender Lichtwellen erschlossen haben, mit dem Vector $\xi\ \eta\ \zeta$ identisch sei und sehen von ihm voraus, dass er gleichwie der ursprüngliche Vector Differentialgleichungen genügt, in welchen $\xi\ \eta\ \zeta$ nach den Coordinaten höchstens zweimal differentiert vorkommt. In Folge dessen wird

$$\mathrm{J} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial z}$$

sich durch ξ, η, ζ vollständig ausdrücken lassen müssen.

Betrachten wir zuerst jene Anteile der in den Gl. (VII) vorkommenden U, V, W, welche Differentialquotienten nach den Coordinaten nicht enthalten. Typisches Beispiel hiefür sei:

$$U_1 = \alpha_1 u + \alpha_2 v + \alpha_3 w = c_{11} u + c_{12} v + c_{13} w + \sigma_3 v - \sigma_2 w$$

$$V_1 = \beta_1 u + \beta_2 v + \beta_3 w = c_{12} u + c_{22} v + c_{23} w + \sigma_1 w - \sigma_3 u$$

$$W_1 = \gamma_1 u + \gamma_2 v + \gamma_3 w = c_{13} u + c_{23} v + c_{33} w + \sigma_2 u - \sigma_1 v$$

Es ist:

$$J_1 = \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial W_1}{\partial z} = c_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) +$$

$$+ c_{13} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + c_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + c_{33} \frac{\partial w}{\partial z} + c_{23} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) -$$

$$\sigma_1 \xi - \sigma_2 \eta - \sigma_3 \zeta.$$

Der Bedingung, dass J_1 nur von ξ, η, ζ abhängen soll, genügt man nur durch: $c_{12} = c_{13} = c_{23} = 0$, $c_{11} = c_{22} = c_{23} = \varepsilon$.

Es ist also

$$\begin{aligned} U_1 &= \varepsilon u + \sigma_3 v - \sigma_2 w \\ V_1 &= \varepsilon v + \sigma_1 w - \sigma_3 u \qquad \text{(XLVII)} \\ W_1 &= \varepsilon w + \sigma_2 u - \sigma_1 v \end{aligned}$$

Als typisches Beispiel der Anteile der U, V, W, welche die u, v, w einmal nach den Coordinaten differenziert enthalten, nehmen wir:

$$\begin{aligned} U' &= U_2 + \frac{\partial F}{\partial \xi} + s_3 \eta - s_2 \zeta \\ V' &= V_2 + \frac{\partial F}{\partial \eta} + s_1 \zeta - s_3 \xi \qquad \text{(XLVIII)} \\ W' &= W_2 + \frac{\partial F}{\partial \zeta} + s_2 \xi - s_1 \eta \end{aligned}$$

Dabei ist F eine homogene quadratische Form von ξ, η, ζ und

$$U_2 = a_2 \frac{\partial v}{\partial y} + a_3 \frac{\partial w}{\partial z} + a_4 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) +$$

$$+ a_5 \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) + a_6 \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\mathrm{V}_2 = b_1 \frac{\partial u}{\partial x} + b_3 \frac{\partial w}{\partial z} + b_4 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) +$$

$$+ b_5 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) + a_6 \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \qquad \text{(XLIX)}$$

$$\mathrm{W}_2 = c_1 \frac{\partial u}{\partial x} + c_2 \frac{\partial v}{\partial y} + c_4 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) +$$

$$+ c_5 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) + c_6 \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

Jede der Grössen U′ V′ W′ ist nemlich eine lineare Function der neun nach x, y, z einmal differentierten Grössen u, v, w, daher auch lineare Function von ξ η ζ und

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}.$$

Die Bedingung $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ ist bei der obigen Darstellung der U′, V′, W′ schon berücksichtigt. Offenbar kommt es darauf an, dass $\mathrm{J}_2 = \frac{\partial \mathrm{U}_2}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{V}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{W}_2}{\partial z}$ sich durch ξ, η, ζ vollständig ausdrücken lässt. Setzt man:

$$\mathrm{J}_2 = \mathrm{A}_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + \mathrm{B}_1 \frac{\partial \xi}{\partial y} + \mathrm{C}_1 \frac{\partial \xi}{\partial z}$$

$$+ \mathrm{A}_2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \mathrm{B}_2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + \mathrm{C}_2 \frac{\partial \eta}{\partial z}$$

$$+ \mathrm{A}_3 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \mathrm{B}_3 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \mathrm{C}_3 \frac{\partial \zeta}{\partial z},$$

und vergleicht diesen Ausdruck Glied für Glied mit dem Ausdrucke $\frac{\partial \mathrm{U}_2}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{V}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{W}_2}{\partial z}$, in welchem für U_2, V_2, W_2 seine Werte eingesetzt sind, so ergiebt sich nach einigen Zwischenrechnungen:

$$a_2 = -2B_3,\quad a_3 = 2C_2,\quad a_4 = -A_3,\quad a_5 = A_2,\quad a_6 = B_2 - C_3$$

$$b_1 = 2A_3,\quad b_3 = -2C_1,\quad b_4 = B_3,\ b_5 = C_3 - A_1,\quad b_6 = -B_1$$

$$c_1 = -2A_2,\quad c_2 = 2B_1,\quad c_4 = A_1 - B_2,\quad c_5 = -C_2,\quad c_6 = C_1.$$

Es empfiehlt sich nun, statt $A_1\ B_1\ C_1\ A_2\ B_2\ C_2\ A_3\ B_3\ C_3$ einzuführen:

$$A_1 = a_{11},\quad B_2 = a_{22},\quad C_3 = a_{33},\quad B_1 = a_{12} + \sigma_3,\quad C_1 = a_{13} - \sigma_2$$

$$A_2 = a_{12} - \sigma_3,\quad C_2 = a_{23} + \sigma_1,\quad B_3 = a_{23} - \sigma_1,\quad A_3 = a_{13} + \sigma_2$$

An Stelle von neun unabhängigen Constanten treten hiedurch andere neun ein.

Nach einigen Umformungen ist:

$$U_2 = -\left(\sigma_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_2 \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_3 \frac{\partial u}{\partial z}\right) - \left(\sigma_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_2 \frac{\partial v}{\partial x} + \sigma_3 \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$+ 2a_{23}\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) - a_{13}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + a_{12}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) +$$

$$+ (a_{22} - a_{33})\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$V_2 = -\left(\sigma_1 \frac{\partial v}{\partial x} + \sigma_2 \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma_3 \frac{\partial v}{\partial z}\right) - \left(\sigma_1 \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_2 \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma_3 \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$+ 2a_{13}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z}\right) - a_{12}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) + a_{23}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) +$$

$$+ (a_{33} - a_{11})\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Bildet man jetzt um auf die Gleichungen für ξ, η, ζ zu kommen, $\frac{\partial U_2}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x}$, so ergiebt sich:

$$\frac{\partial U_2}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial x} = -\left(\sigma_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \sigma_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \sigma_3 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right) + a_{22}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y}\right) +$$

$$+ a_{11}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}\right)$$

$$- a_{33}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}\right) +$$

$$+ a_{23}\left(2\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial y} - 2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)$$

$$+ a_{13}\left(2\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right) +$$

$$+ a_{12}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}\right)$$

Dieser Ausdruck lässt sich noch weiter transformieren:

Der Factor von $-a_{33}$ ist $\Delta w - 2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$, es geben daher die mit a_{11}, a_{22}, a_{33} multiplicierten Glieder:

$$a_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + a_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + a_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} +$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{11}\frac{\partial u}{\partial x} + a_{22}\frac{\partial v}{\partial y} + a_{33}\frac{\partial w}{\partial z}\right) - a_{33}\Delta w$$

Der Factor von a_{23} ist:

$$2\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial y} - \Delta v + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) =$$

$$= 3\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} + 4\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial y}$$

Der Factor von a_{13} ist:

$$2\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} - \Delta u + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 3\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} =$$

$$= -\frac{\partial \zeta}{\partial y} + 4\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial x}$$

Schliesslich der Factor von a_{12}:

$$2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial x}+\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial y}=4\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+\frac{\partial\xi}{\partial x}-\frac{\partial\eta}{\partial y}$$

In Folge dessen ist, wenn für $4a_{12}$, $4a_{13}$, $4a_{23}$ ohne Beeinträchtigung der Allgemeinheit $2a_{12}$, $2a_{13}$, $2a_{23}$ gesetzt wird:

$$\frac{\partial U_2}{\partial y}-\frac{\partial V_2}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}(\sigma_3\eta-\sigma_2\zeta)-\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_1\zeta-\sigma_3\xi)+$$

$$+a_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+a_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+a_{33}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+2a_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}$$

$$+2a_{13}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+2a_{23}\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z}+\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(a_{12}\xi+a_{23}\zeta)$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}(a_{12}\eta+a_{13}\zeta)$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{11}\frac{\partial u}{\partial x}+a_{22}\frac{\partial v}{\partial y}+a_{33}\frac{\partial w}{\partial z}\right)-\Delta(a_{33}w)$$

Der für U_2, V_2, W_2 aufgestellte Ausdruck ist aber nicht der allgemeinste, weil er nur jene Constanten (A_1, $B_2 \ldots C_3$) enthält, welche gleichzeitig in $J_2=\frac{\partial U_2}{\partial x}+\frac{\partial V_2}{\partial y}+\frac{\partial W_2}{\partial z}$ vorkommen. Man kann daher die U_2, V_2, W_2 noch vermehren um Glieder der Form

$$U_2=\frac{\partial W_3}{\partial y}-\frac{\partial V_3}{\partial z},\quad V_2=\frac{\partial U_3}{\partial z}-\frac{\partial W_3}{\partial x},\quad W_2=\frac{\partial V_3}{\partial x}-\frac{\partial U_3}{\partial y}.$$

Dabei sind U_3, V_3, W_3 lineare Functionen von u, v, w und darstellbar in der Form:

$$U_3=\frac{\partial\Theta'}{\partial u}+\sigma_3'v-\sigma_2'w$$

$$V_3=\frac{\partial\Theta'}{\partial v}+\sigma_1'w-\sigma_3'u$$

$$W_3=\frac{\partial\Theta'}{\partial w}+\sigma_2'u-\sigma_1'v.$$

Dabei ist Θ' eine homogene quadratische Function von u, v, w und ihre Coefficienten von den bisher benützten $a_{11} \ldots$ unabhängig.

Die daherstammenden Zusatzglieder zu $\frac{\partial U_2}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial x}$ sind:

$$\Delta W_3 - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial U_3}{\partial x} + \frac{\partial V_3}{\partial y} + \frac{\partial W_3}{\partial z}\right)$$

oder

$$\Delta\left(\frac{\partial \Theta'}{\partial w}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Theta'}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta'}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta'}{\partial w}\right)\right)$$

$$+ \sigma_1' \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \sigma_2' \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \sigma_3' \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

Wenn nun wie früher diejenigen Anteile des allgemeinsten Ausdruckes für U, V, W, welche lineare Functionen der bloss nach x, y, z differenzierten Grössen sind, wieder mit U′ V′ W′ bezeichnet, und man die früher aufgestellte Relationen:

$$U' = U_2 + \frac{\partial F}{\partial \xi} + s_3 \eta - s_2 \zeta$$

$$V' = V_2 + \frac{\partial F}{\partial \eta} + s_1 \zeta - s_3 \xi$$

$$W' = W_2 + \frac{\partial F}{\partial \zeta} + s_2 \xi - s_1 \eta$$

benützt, so folgt nach Contraction zusammengehöriger Grössen für $\frac{\partial U'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial z}$ ein Ausdruck der Form

$$\frac{\partial U'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial x} = a_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + a_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 2a_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} +$$

$$+ 2a_{13} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + 2a_{23} \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial y}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(s_3 \eta - s_2 \zeta) - \frac{\partial}{\partial x}(s_1 \zeta - s_3 \xi)$$

$$+ \Delta \frac{\partial \Theta}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial w}\right)\right.$$

Θ und Ψ sind quadratische homogene Formen von u, v, w, beziehungsweise ξ, η, ζ.

Die Ausdrücke für $\frac{\partial V'}{\partial z} - \frac{\partial W'}{\partial y}$ und $\frac{\partial W'}{\partial x} - \frac{\partial U'}{\partial z}$ entstehen aus $\frac{\partial U'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial x}$ durch cyclische Übergänge der Grössen u, v, w, x, y, z, ξ, η, ζ, sowie der Indices 1, 2, 3; man findet leicht, dass das erste quadratische Operationssymbol $\left(a_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \ldots\right)$ sich erhalten wird.

In Folge dessen lässt sich an Stelle der Gleichungen (VII) setzen:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sum_{m=0}^{m} \alpha_m \frac{\partial u}{\partial t^m} = \\
&= \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[D^n(u) + \frac{\partial V^{(n)}}{\partial z} - \frac{\partial W^{(n)}}{\partial y} + \Delta\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial u}\right) - \frac{\partial J^{(n)}}{\partial x}\right] \\
&\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \sum_{m=0}^{m} \alpha_m \frac{\partial v}{\partial t^m} = \\
&= \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[D^{(n)}(v) + \frac{\partial W^{(n)}}{\partial x} - \frac{\partial U^{(n)}}{\partial z} + \Delta\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial v}\right) - \frac{\partial J^{(n)}}{\partial y}\right] \\
&\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \sum_{m=0}^{m} \alpha_m \frac{\partial w}{\partial t^m} = \\
&= \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[D^{(n)}(w) + \frac{\partial U^{(n)}}{\partial y} - \frac{\partial V^{(n)}}{\partial x} + \Delta\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial w}\right) - \frac{\partial J^{(n)}}{\partial z}\right]
\end{aligned}\right\} \text{(L)}$$

$$\left.\begin{aligned}
U^{(n)} &= \frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \xi} + \varepsilon^{(n)} u + \sigma_3^{(n)} v - \sigma_2^{(n)} w + s_3^{(n)} \eta - s_2^{(n)} \zeta \\
V^n &= \frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{(n)} . v + \sigma_1^{(n)} w - \sigma_3^{(n)} u + s_1^{(n)} \zeta - s_3^{(n)} \xi \\
W &= \frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{(n)} . w + \sigma_2^{(n)} u - \sigma_1^{(n)} v + s_2^{(n)} \xi - s_1^{(n)} \eta \\
\xi &= \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}
\end{aligned}\right\} \text{(LI)}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

$$
(\mathrm{LII})\left\{\begin{aligned}
\Psi^{(n)} &= b_{11}{}^{(n)}\xi^2 + b_{22}{}^{(n)}\eta^2 + b_{33}{}^{(n)}\zeta^2 + 2b_{12}{}^{(n)}\xi\eta + \\
&\quad + 2b_{13}{}^{(n)}\xi\,.\,\zeta + 2b_{23}{}^{(n)}\eta\zeta \\
\Theta^{(n)} &= c_{11}{}^{(n)}u^2 + c_{22}{}^{(n)}v^2 + c_{33}{}^{(n)}w_2 + 2c_{12}{}^{(n)}uv + \\
&\quad + 2c_{13}{}^{(n)}uw + 2c_{23}{}^{(n)}vw \\
\mathrm{D}^{(n)} &= a_{11}{}^{(n)}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{22}{}^{(n)}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_{33}{}^{(n)}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2a_{12}{}^{(n)}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y} + \\
&\quad + 2a_{23}{}^{(n)}\frac{\partial^2}{\partial y\partial z} + 2a_{13}{}^{(n)}\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}
\end{aligned}\right.
$$

$$
\mathrm{J}^{(n)} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Theta^{(n)}}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\Theta^{(n)}}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\Theta^{(n)}}{\partial w}\right)
$$

Den in XXXVII und XXXVII^a hergeleiteten Gleichungen zu Folge kann von den drei Symbolen $\mathrm{D}^{(n)}$, $\Theta^{(n)}$, $\Psi^{(n)}$ in (L) immer eines weggelassen werden, ohne dass die Allgemeinheit des Resultates beeinträchtigt würde.

Behufs einer eingehenderen Discussion der allgemeinen Formeln verlegen wir die x Axe wieder in die sonst beliebige Fortpflanzungsrichtung homogener ebener Wellen. Es ist dann von y und z nichts abhängig, ferner $u = 0$, daher die erste der Gleichungen (L) identisch erfüllt.

Die zwei anderen geben (etwa nach Unterdrückung der Functionen $\Psi^{(n)}$)

$$
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}
$$

$$
\left[(a_{11}{}^{(n)} + c_{22}{}^{(n)})\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (c_{23}{}^{(n)} - s_1{}^{(n)})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \varepsilon^{(n)}\frac{\partial w}{\partial x} - \sigma_1{}^{(n)}\frac{\partial v}{\partial x}\right]
$$

$$
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}
$$

$$
\left[(a_{11}{}^{(n)} + c_{33}{}^{(n)})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (c_{23}{}^{(n)} + s_1{}^{(n)})\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \varepsilon^{(n)}\frac{\partial v}{\partial x} - \sigma_1{}^{(n)}\frac{\partial w}{\partial x}\right] \quad (\mathrm{LIII})
$$

Um auf die schon früher gewonnenen Formeln für durchsichtige Medien zurückzukommen, verlegen wir die y und z Axe in Bahnaxen des im allgemeinen elliptisch polarisierten Lichtes und setzen

$$
v = b\cos\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right), \quad w = c\sin\frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x}{\omega}\right).
$$

Durch Gleichsetzen der Factoren, welche den sinus, respective den cosinus der Zeit enthalten, kommen wir zu zwei Paaren von Substitutionsgleichungen, die sich auch aus den 2 nachfolgenden Paaren LIV, LV durch dieselbe Substitution hätten herleiten können.

Das erste Paar, welches einem geradem $m = 2p$ entspricht, ist

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \sum_{p=0} \alpha_{2p} \frac{\partial^{2p} v}{\partial t^{2p}} = \sum_{q=0} \frac{\partial^{2q}}{\partial t^{2q}}$$

$$\left[(a_{11}^{(2q)} + c_{22}^{(2q)}) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varepsilon^{(2q)} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} (c_{23}^{(2q+1)} - s_1^{(2q+1)}) - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} \sigma_1^{(2q+1)} \right]$$

(LIV)

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \sum_{p=0} \alpha_{2p} \frac{\partial^{2p} w}{\partial t^{2p}} = \sum_{q=0} \frac{\partial^{2q}}{\partial t^{2q}}$$

$$\left[(a_{11}^{(2q)} + c_{22}^{(2q)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \varepsilon^{(2q)} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial t} (c_{23}^{(2q+1)} + s_1^{(2q+1)}) - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \sigma_1^{(2q+1)} \right]$$

Einem ungeraden m entspricht das zweite Paar:

$$\left.\begin{aligned}
- \sum_{p=0} \frac{\partial v^{2p+1}}{\partial t^{2p+1}} \cdot \alpha_{2p+1} &= \\
= \sum_{q=0} \frac{\partial^{2q+1}}{\partial t^{2q+1}} \left[(a_{11}^{(2q+1)} + c_{22}^{(2q+1)}) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varepsilon^{(2q+1)} \frac{\partial w}{\partial x} \right] &+ \\
+ \sum_{q=0} \frac{\partial^{2q}}{\partial t^{2q}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} (c_{23}^{(2q)} - s_1^{(2q)}) - \frac{\partial v}{\partial x} \sigma_1^{(2q)} \right) & \\
- \sum_{p=0} \frac{\partial^{2p+1} w}{\partial t^{2p+1}} \cdot \alpha_{2p+1} &= \\
= \sum_{q=0} \frac{\partial^{2q+1}}{\partial t^{2q+1}} \left[(a_{11}^{(2q+1)} + c_{33}^{(2q+1)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \varepsilon^{(2q+1)} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right] &+ \\
+ \sum_{q=0} \frac{\partial^{2q}}{\partial t^{2q}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} (c_{23}^{(2q)} + s_1^{(2q)}) - \frac{\partial w}{\partial x} \sigma_1^{(2q)} \right) &
\end{aligned}\right\} \text{(LV)}$$

Wir substituiren $v = b \cos \nu \left(t - \frac{x}{\omega} \right)$ und $w = c \sin \nu \left(t - \frac{x}{\omega} \right)$ in diesen vier Gleichungen und nehmen an, das erste Paar (LIV) sei es, welches den richtigen Wert des $\frac{b}{c}$ und des ω ergiebt. Dann müssen die Factoren des b und c in der 3ten und 4ten Gleichung Null sein, denn sonst würde sich nach Elimination von b und c eine Gleichung

für ω ergeben, welche ganz andere Constanten enthält, daher der aus dem ersten Paar gewonnenen widerspricht. Diese Factoren enthalten aber ω in der Form $\frac{A}{\omega^2} + \frac{B}{\omega} + C$ und sollen für alle (vier) ω Werte Null sein. Daraus folgt dann $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ daher:

$$\alpha_1 - \nu^2\alpha_3 + \nu^4\alpha_4 \ldots = 0, \left(a_{11}^{(1)} + c_{22}^{(1)}\right) - \nu^2\left(a_{11}^{(3)} + c_{23}^{(3)}\right) + \ldots = 0$$

$$a_{11}^{(1)} + c_{33}^{(1)} - \nu^2\left(a_{11}^{(3)} + c_{(33)}^{(3)}\right) + \ldots = 0$$

$$\varepsilon^{(1)} - \varepsilon^{(3)}\nu^2 + \varepsilon^{(5)}\nu^4 \ldots = 0, \quad s_1^{(0)} - \nu^2 s_1^{(2)} + \ldots = 0$$

$$\sigma_1^{(0)} - \nu^2\sigma_1^{(2)} + \ldots = 0, \quad c_{23}^{(0)} - \nu^2 c_{23}^{(2)} \ldots = 0$$

Sollen diese Gleichungen für jedes $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$ erfüllt sein, so gilt

$$\varepsilon^{(2p+1)} = 0, \quad \alpha_{2p+1} = 0, \quad s_1^{(2q)} = 0, \quad \sigma_1^{(2q)} = 0,$$

daher auch s_1, s_2, s_3 mit einem geradzaligen Index oben gleich Null. Gleiches gilt von σ_1, σ_2, σ_3.

Ferner

$$\text{(LV')} \qquad a_{11}^{(2p+1)} + c_{22}^{(2p+1)} = 0 \quad a_{11}^{(2p+1)} + c_{33}^{(2p+1)} = 0,$$

daher auch:

$$c_{22}^{(2p+1)} = c_{33}^{(2p+1)}$$

Eine quadratische Form:

$$2\Theta' = c_{11}x^2 + c_{22}y^2 + c_{33}z^2 + 2c_{12}xy + 2c_{13}xz + 2c_{23}yz$$

genügt nun der Bedingung $c_{22} = c_{33}$, die für unzälig viele Coordinatensystem erfüllt sein soll, nur unter der Bedingung:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} \text{ und } c_{ij} = 0.$$

In Folge dessen ist:

$$c_{11}^{(2p+1)} = c_{22}^{(2p+1)} = c_{33}^{(2p+1)} = k^{(2p+1)}; \quad c_{ij}^{(2p+1)} = 0$$

und man kann schon in (L) die von $\Theta^{(2p+1)}$ herstammenden Glieder, die sich auf $k^{2p+1} \varDelta k^{(2p+1)} \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$ reducieren, unter Weglassung von Θ^{2p+1} mit dem Gliede: $D^{(2p+1)} \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$ vereinigen, daher auch obige Bedingungen. (LV′) auf $a_{11}^{(2p+1)} = 0$ reducieren. Desgleichen gilt $a_{22}^{(2p+1)} = 0$ und $a_{33}^{2p+1} = 0$; denn es kann in einem beliebig gewälten Coordinatensystem jede Axe zur Fortpflanzungsrichtung gewält werden. Es lässt sich nun leicht nachweisen, dass, wenn diese Bedingung in jedem Coordinatensystem erfüllt sein soll, auch $a_{ij}^{(2p+1)}$ der Nulle gleich sein muss $(i \gtrless j)$. Die Symbole $\Theta^{(2p+1)}$ und $D^{(2p+1)}$ müssen daher in (L) entfallen.

Die letzte Bedingung $c_{23}^{(0)} - \nu^2 c_{23}^{(2)} + \nu^4 c_{23}^{(4)} \ldots . = 0$ dient zur Bestimmung der y z Axen (der Bahnaxen), welche bei derselben Lage der x Axe ihre Position von Farbe zu Farbe wechseln; sie kann nicht durch $c_{23}^{(2p)} = 0$ erfüllt sein, da sonst das Medium ein isotropes sein müsste, wenn die Constanten ε, σ, s überhaupt unterdrückt werden. All das Gesagte zusammenfassend, lassen sich die Differentialgleichungen für ein durchsichtiges optisches Medium in der Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned}
c \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= Du + \varDelta \left(\frac{\partial \Theta}{\partial u}\right) - \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y} \\
c \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= Dv + \varDelta \left(\frac{\partial \Theta}{\partial v}\right) - \frac{\partial J}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x} \\
c \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= Dw + \varDelta \left(\frac{\partial \Theta}{\partial w}\right) - \frac{\partial J}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \\
J &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial w}\right),
\end{aligned}\right\} \text{(LVI)}$$

$$\left.\begin{aligned}
D &= a_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + a_{22}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \,.\,.\, 2a_{23}\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \\
U &= \varepsilon u + \sigma_3\frac{\partial v}{\partial t} - \sigma_2\frac{\partial w}{\partial t} + s_3\frac{\partial \eta}{\partial t} - s_2\frac{\partial \zeta}{\partial t} \\
V &= \varepsilon v + \sigma_1\frac{\partial w}{\partial t} - \sigma_3\frac{\partial u}{\partial t} + s_1\frac{\partial \zeta}{\partial t} - s_3\frac{\partial \xi}{\partial t} \\
W &= \varepsilon w + \sigma_2\frac{\partial u}{\partial t} - \sigma_1\frac{\partial v}{\partial t} + s_2\frac{\partial \xi}{\partial t} - s_1\frac{\partial \eta}{\partial t}
\end{aligned}\right\} \text{(LVI)}$$

Die Grössen ε, σ, s, a etc. sind unendliche Reihen der Form

$\varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_2}{\tau_2} + \varepsilon_4 \,.\, \frac{1}{\tau^4} \,.\,.\,.$; ferner ist $c = c_{-2}\,\tau^2 + c_0 - \frac{c_2}{\tau^2} + \frac{c_4}{\tau^4} + \,.\,.$

Offenbar hätte man auch die aus dem zweiten Gleichungenpaar (LV) hergeleiteten Werte des $b \,/\, c$ und ω als die richtigen betrachten können. Setzt man in diesem Paar (LV) statt $\frac{\partial^{2q}}{\partial t^{2q}}$ (in der 2. Summe rechts) $\frac{\partial^{2q+2}}{\partial t^{2q+2}} \,.\, - \frac{1}{\nu^2}$, kürzt in beiden Gleichungen das Symbol $\frac{\partial}{\partial t}$, so kommt man auf den Typus des ersten Gleichungenpaares (LIV) zurück. Desgleichen gewinnt letzteres durch Differentiation nach t die Form des ersteren. Zu neuen Resultaten kann man daher nicht mehr kommen.

Um die Bedeutung der Grössen ε, σ, s im allgemeinsten Falle eines absorb. Mediums zu eruiren, setzen wir voraus, dasselbe habe die Eigenschaft, dass sich die Constanten nicht ändern, wenn man von einem gegebenen Coordinatensystem zu einem beliebigen anderen übergeht.

Die Grössen s_1 s_2 s_3 ebenso die σ sind Axenprojectionen von im Raume fix gegebenen Vectoren, und ändern mit der Lage des Coordinatensystems ihre Werte, können daher in den Formeln nicht vorkommen. Eine leichte Überlegung zeigt ferner $a_{11}^{(n)} = a_{22}^{(n)} = a_{33}^{(n)}$, $a_{ij}^{(n)} = 0$ und Gleiches gilt von den c Grössen. Man hat dann an Stelle von (LIII)

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[(a_{11}^{(n)} + c_{11}^{(n)}) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varepsilon^{(n)} \frac{\partial w}{\partial x}\right]$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[(a_{11}^{(n)} + c_{11}^{(n)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \varepsilon^{(n)} \frac{\partial w}{\partial x}\right] \qquad (\text{LVI}^a)$$

Setzt man hierin: $v = \mathrm{B}e^{\nu i(t-kx)}$, $w = \mathrm{C}e^{\nu i(t-kx)}$ wobei B, C, k complex sind, so folgt:

$$\mathrm{B}\left[(\nu i)^2 - \sum_{m=0} \alpha_m (\nu i)^m - k^2 \sum_{n=0} (a_{11}^{(n)} + c_{11}^{(n)}) (\nu i)^{n+2}\right] = \mathrm{C} \sum_{n=0} \varepsilon^{(n)} (\nu i)^{n+1} k$$

(LVII)

$$\mathrm{C}\left[(\nu i)^2 - \sum_{m=0} \alpha_m (\nu i)^m - k^2 \sum_{n=0} (a_{11}^{(n)} + c_{11}^{(n)}) (\nu i)^{n+2}\right] = -\mathrm{B} \sum_{n=0} \varepsilon^{(n)} (\nu i)^{n+1} k$$

und daraus: $\left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}\right)^2 = -1$, daher

$$\left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}\right) = i \text{ und } \left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}\right) = -i.$$

In jeder Richtung pflanzen sich dann zwei entgegengesetzt circulare Wellen fort. Von den vier Werten des k, $\pm k_1$, $\pm k_2$ mögen $+k_1$, k_2 der positiven x Richtung zugeordnet sein, und zwar

$$+k_1 \text{ zu } \left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}\right) = i, \text{ und } k_2 \text{ zu } \left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}\right) = -i$$

Ändert sich die Fortpflanzungsrichtung in die entgegengesetzte, so ist in (LVII) für $k \ldots -k$ zu setzen, und man sieht, dass wenn zu einer Welle, die mit einer bestimmten Geschwindigkeit und einem bestimmten Absorptionsindex nach rechts schreitet, ein $\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}} = +i$ gehört zu der Welle, die nach links ebenso schnell geht und sich ebenso sehr schwächt, der Wert $\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}} = -i$ gehören wird.

Das Medium ist daher ein absorbierendes isotrop natürlich actives und die Activität durch die Grössen ε bedingt. Ist $\varepsilon = 0$, so genügt $w = \mathrm{C}e^{\nu i(t-kx)}$ $u = v = 0$ den Gleichungen, daher im beliebigen Azimute linear polarisiertes Licht, da über die Lage der z Axe nichts

ausgesagt ist, und das Medium ist ein gewöhnliches isotrop absorbierendes. Ist $\varepsilon = 0$, $\sigma = 0$, dagegen die s von Null verschieden, so besitzt das Medium die Eigenschaften eines absorbierenden magnetisch activen und isotropen Körpers, nur muss angenommen werden, dass alle die Vectoren, deren Axenprojectionen die $s_1^{(n)}$, $s_2^{(n)}$, $s_3^{(n)}$ sind, die Richtung der magnetischen Kraft besitzen, und sich in gleichem Verhältnisse mit dieser verändern.

Die Constanten σ gehören zu einem bewegten Medium und gilt hier ähnliches. Der Nachweis für die beiden letzten Behauptungen ist leicht zu führen und ist hier übergangen.

Sind die Constanten ε, σ, s überhaupt nicht vorhanden, so ergeben die Gl. (LIII) für Wellen in der x Richtung:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[(a_{11}^{(n)} + c_{22}^{(n)}) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + c_{23}^{(n)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m w}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n}\left[(a_{11}^{(n)} + c_{33}^{(n)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c_{23}^{(n)} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right]$$

Die Substitution von $v = \mathrm{B}e^{\nu i(t-xk)}$, $w = \mathrm{C}e^{\nu i(t-xk)}$ ergiebt zwei Gleichungen der Form:

$$(\mathrm{F}k^2 + \mathrm{M})\,\mathrm{B} = \mathrm{P}\,.\,k^2\mathrm{C}$$

$$(\mathrm{G}k^2 + \mathrm{M})\,\mathrm{C} = \mathrm{P}\,.\,k^2\mathrm{B}$$

Eliminiert man k^2, so folgt:

$$\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{B}^2} - 1 = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{B}}\,.\,\frac{\mathrm{F}-\mathrm{G}}{\mathrm{P}}$$

Die Wurzeln $\frac{\mathrm{C}_1}{\mathrm{B}_1}$, $\frac{\mathrm{C}_2}{\mathrm{B}^2}$ dieser Gleichung genügen der Bedingung:

$$\mathrm{B}_1\mathrm{B}_2 + \mathrm{C}_1\mathrm{C}_2 = 0.$$

Die zwei in derselben Richtung sich fortpflanzenden homogenen Wellen sind dann elliptisch polarisiert, die Ellipsen senkrecht gekreuzt, ähnlich, und von identischem Umlaufsinne. Diese Eigenschaften kommen einem gewöhnlichen absorbierenden Krystalle zu.

Die allgemeinste Ergänzung der Differentialgleichungen für einen gewöhnlichen absorbierenden Krystall muss daher erfolgen unter Zu-

hilfenahme gerad- und ungeradzaliger ε, σ und s, und nicht etwa in der Weise, dass man hier nur jene Glieder hinzufügt, welche bei durchsichtigen Krystallen Activität, sei es natürliche oder magnetische ergeben.

Der allgemeinste Ausdruck der Gleichungen ist das Trippel (L). Vereinfachungen lassen sich hier anbringen, da man linker und rechter Hand die gerad- und ungeradzaligen Differentiationen nach der Zeit in je einen Ausdruck zusammenziehen kann. (Es ist dann $n = 0$ und 1). Lässt man hierin linker Hand die Summe nach m weg, rechter Hand das Derivationssymbol D und die Function Θ, und in $U^{(n)}$ $V^{(n)}$ $W^{(n)}$ die von ε σ s abhängigen Glieder, so erhält man die einem absorbierenden Krystall entsprechenden Gleichungen von Voigt.*)

VII.

Entwickelung der Grenzbedingungen.

Die Trennungsebene der beiden homogenen Medien sei die xy Ebene. Beide Lichtvectoren, der primäre u v w und der abgeleitete ξ, η, ζ genügen den Continuitätsleichungen $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$, resp. $\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0$ im Innern der Medien, welche ausdrücken, dass der Zufluss der Vectorquanta bezüglich jedes Volumelementes dem Abflusse derselben gleich ist. Den so gefassten Continuitätsbegriff dehnen wir nun, allerdings in hypothetischer Weise, auf die Trennungsebene aus. Gleichheit des Zu- und Abflusses ist also an Continuität der z Componenten, also an die Continuität von w und ζ in der Grenzebene geknüpft.

Das diesbezügliche Verhalten der z Componenten, der höheren Vectoren ist ein anderes. Sind beispielsweise $u' = \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \xi}{\partial y}$ v', $w' = \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$ Componenten des Vectors, welcher aus ξ η ζ so gebildet wird, wie ξ, η, ζ aus u, v, w, so kann w' nicht continuirlich sein, weil es $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ nicht ist. Handelt es sich

*) Bezüglich der Discussion derselben sei auf das Compendium von Voigt hingewiesen.

beispielsweise um zwei isotrope Medien, ist ferner der Vector u, v, w in der Einfallsebene enthalten und sind A, A′, A_1 die Amplituden des einfallenden, reflectierten und gebrochenen Teiles, a, b, c gewisse durch Winkel ausdrückbare Grössen, so führt die Continuität des w auf eine Gleichung der Form $Aa + A'b = A_1 c$. Die Continuität von w' führt dagegen, wenn mit ω_1 ω_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten bezeichnet werden, zu der widersprechenden Gleichung

$$\left(\frac{Aa + A'b}{\omega_1^2}\right) = \frac{A_1 c}{\omega_2^2}$$

Würden wieder $\overline{A}$, $\overline{A'}$, $\overline{A_1}$, a, b, c zu dem Vector u'' v'' w'' angehören, vermittels dessen $u, v, w = \frac{\partial u''}{\partial y} - \frac{\partial v''}{\partial z}$ gebildet werden könnte, und wäre w'' continuirlich, so müsste gelten: $\overline{Aa} + \overline{A'b} = \overline{A_1 c}$ und diese Gleichung wäre im Widerspruche mit $\frac{\overline{Aa} + \overline{A'b}}{\omega_1^2} = \frac{\overline{A_1 c}}{\omega_2^2}$, welche die laut Annahme richtige Continuität des ζ ausdrückt.

Wenn es also Vectoren transversaler Art mit continuirlichen z Componenten in der Grenzebene giebt, so können derer nur zwei sein, und auf diese, die eigentlichen Lichtvektoren, bezieht sich die nachfolgende Untersuchung.

Continuität des $\zeta = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$ deuten wir durch Continuität von u und v, und dies sind die zwei ersten Grenzbedingungen. Schwieriger gestaltet sich die Deutung der Continuität von w. Zu den gebräuchlichen Formeln können wir hier gelangen unter der Voraussetzung, dass in den Gl. (L) die Grössen α_m linkerhand continuirlich sind oder überhaupt nicht vorkommen. Setzen wir ohne Beeinträchtigung der Allgemeinheit in (L) die Operationssymbole $D^n = 0$, bedenken ferner die Relationen:

$$\Delta\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial w}\right) - \frac{\partial J^{(n)}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial w}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial u}\right)\right] -$$
$$- \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial v}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial w}\right)\right] \text{ etc.,}$$

so können wir Continuität von w erzielen durch Continuität der Formen LVIII und LIX.

$$\text{(LVIII)} \quad \sum_{n=0} \frac{\partial^{(n)}}{\partial t^{(n)}} \left[\frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{(n)} v + \sigma_1^{(n)} w - \sigma_3^{(n)} u + s_1^{(n)} \zeta - s_3^{(n)} \xi + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial u} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial u} \right) \right]$$

$$\text{(LIX)} \quad \sum_{n=0} \frac{\partial^{n}}{\partial t^{n}} \left[\frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \xi} + \varepsilon^{(n} u + \sigma_3^{(n)} v - \sigma_2^{(n)} w + s_3^{(n)} \eta - s_2^{(n)} \zeta + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial w} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Theta^{(n)}}{\partial v} \right) \right]$$

Mit Rücksicht auf die übliche Annahme, dass für gewöhnliche durchsichtige Krystalle entweder die Neumann'sche oder Fresnel'sche Theorie zu gelten hat, werden wir $c = \sigma = s = 0$ setzend entweder die Grössen $\Theta^{(n)}$ oder $\Psi^{n)}$ vernachlässigen. Entfällt $\Psi^{(n)}$ coincidiert also der Vector $u\ v\ w$ mit dem Fresnelschen, so steht derselbe beispielsweise in einaxigen Krystallen beim ordentlichen Strale auf dem Hauptschnitte senkrecht. Fällt der Hauptschnitt in die Einfallsebene einer reflectierenden Glasplatte, so wird der ordentliche Stral auch unter dem Polarisationswinkel reflectiert und an der Hand dieser Doppelbrechungstheorie schliessen wir, dass der Vector $u\ v\ w$ des Lichtes, welches unter diesem Einfallswinkel nicht reflectiert wird, in der Einfallsebene enthalten sein muss.

Zu einem entgegengesetzten Resultate, dass nämlich unter diesen letzteren Umständen der Vector zu der Einfallsebene senkrecht stehen muss, führt die consequente Durchführung der Reflexionstheorie. So z. B. hat schon bei zwei isotropen Medien in der Grenzebene continuirlich zu sein, u, v, $\omega^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)$, $\omega^2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right)$, wobei ω^2 das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Wenn also nur die Wal frei steht zwischen der Fresnel'schen oder Neumann'schen Doppelbrechungstheorie, so kann der primäre Vector u, v, w nur den Neumann'schen Schwingungen entsprechen und es ist in LVIII, LIX die Grösse $\Theta^{(n)}$ zu streichen, wenn die

hier entwickelten Theorien der Doppelbrechung und Reflexion mit sich und mit der Erfahrung nicht in Widerspruch kommen sollen.

Für den Fresnel'schen Vector ξ, η, ζ lassen sich jedoch Grenzbedingungen, welche u, v, w nicht explicirt enthalten, nur dann aufstellen, wenn Bewegung und natürliche Activität ausgeschlossen sind. Setzt man

$$\mathrm{U} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left(\frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \xi} + s_3^{(n)} \eta - s_2^{(n)} \zeta \right)$$

$$\mathrm{V} = \sum_{n=0} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left(\frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \eta} + s_1^{(n)} \zeta - s_3^{(n)} \xi \right)$$

$$\mathrm{W} = \sum_{=0n} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left(\frac{\partial \Psi^{(n)}}{\partial \zeta} + s_2^{(n)} \xi - s_1^{(n)} \eta \right)$$

so lauten die vier Grenzbedingungen folgendermassen:

1) U cont, 2) V cont. 3) $\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial y}$, 4) $\frac{\partial \mathrm{W}}{\partial x} - \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial z}$

Die Bedingungen (3), (4) sind eine aus (L) fliessende Consequenz der Continuität von u und v.

Sind die Medien durchsichtig, so sind allerdings alle $\Psi^{(2p+1)}$ und s^{2p} Null zu setzen. Bei absorbierenden Medien liegt jedoch für die Nullsetzung der geradzaligen s^{2p} kein Grund vor, und müssen diese Glieder beibehalten werden, wenn eine Erklärung der bekannten magnetooptischen Phaenomene möglich sein soll. Setzt man als Integrale der Differentialgleichungen in diesem letzteren Falle:

$$\xi = ac^H, \ \eta = bc^H, \ \zeta = c \, . \, e^H,$$

$$\mathrm{H} = \nu t - \nu \delta \, (lx + my + nz),$$

wobei

$$\nu = \frac{2\pi}{\tau} \sqrt{-1}, \ \delta, \ l, \ m, \ n, \ a, \ b, \ c,$$

complexe Grössen sind und a, b, c gleichzeitig die complexen Amplitudencomponenten des Fresnelschen Vectors bedeuten, so haben die vier Grenzbedingungen die Form:

1. $$\frac{\partial \Psi}{\partial b} + s_1 c - s_3 a \quad \text{cont.}$$

2. $$\frac{\partial \Psi}{\partial a} + s_3 b - s_2 c \quad \text{cont.}$$

3. $$\delta \left(n \frac{\partial \Psi}{\partial b} - m \frac{\partial \Psi}{\partial c} - a\,(l s_1 + m s_2 + n s_3) \right) \quad \text{cont.}$$

4. $$\delta \left(l \frac{\partial \Psi}{\partial c} - n \frac{\partial \Psi}{\partial a} - b\,(l s_1 + m s_2 + n s_3) \right) \quad \text{cont.}$$

Ψ ist eine homogene quadratische Function von a, b, c mit complexen Coefficienten s_1, s_2, s_3 und gleichfalls complexe Grössen.

Im Innern jedes Mediums gelten die aus (L) fliessenden Gleichungen:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial J}{\partial x} - \Delta U \text{ etc.}$$

$$J = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$$

Durch Einsetzen der Werte $\xi\ \eta\ \zeta$ folgt:

$$\frac{a}{\partial^2} = l \left(l \frac{\partial \Psi}{\partial a} + m \frac{\partial \Psi}{\partial b} + n \frac{\partial \Psi}{\partial c} \right) - (l^2 + m^2 + n^2) \frac{\partial \Psi}{\partial a} +$$

$$+ (mc - bn)\ (l^2 + m^2 + n^2)$$

und zwei ähnliche Gleichungen.

Diese Ausdrücke sowie noch jene, welche für den Neumannschen Vector gelten, habe ich aus der electrom. Lichttheorie hergeleitet in den Sitzb. der kgl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften, Jahrgang 1895, XIX. und daran anknüpfend eine Theorie der Kerrschen magnetooptischen Erscheinungen gegeben, welche mit jener von Goldhammer und Drude (Wied. Ann. Bd. 46, 1892) in den Endresultaten übereinstimmt, jedoch gegenüber der Drudeschen Theorie den Vorzug besitzt, schon bei isotropen Körpern, zu zwei von einander unabhängigen magnetooptischen Constanten zu führen, was bekanntermassen auch ein Postulat der Messungen ist.

Für ein isotropes magnetischen Kräften nicht unterworfenes Medium haben in der Grenzebene continuirlich zu sein die Grössen:

$$1.\ \mathrm{U},\quad 2.\ \mathrm{V},\quad 3.\ \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{W}}{\partial y}\quad 4.\ \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial z}$$

In jedem Medium für sich sind U, V, W dem Fresnelschen Vector ξ, η, ζ proportionirt; man gelangt deshalb zu einer verhältnissmässig einfachen Reflexionstheorie an Metallen, wenn man U, V, W selbst als Mass des Lichtvectors ansieht. Die Grösse

$$\delta^2 (l^2 + m^2 + n^2)$$

ist eine Constante des Mediums und lässt sich leicht durch den auf ein beliebiges durchsichtiges Hilfsmedium bezogenen Hauptbrechungsindex N_0 und Hauptabsorptionsindex k_0 des Metalles ausdrücken, wenn man beispielsweise eine homogen, in der z Axe verlaufende Welle

$$\mathrm{U}=0,\ \mathrm{W}=0,\ \mathrm{V}=e^{\frac{-2\pi}{\tau}.zk_0}\, e^{\frac{2\pi}{\tau}i\left(t-\frac{z}{\omega_0}\right)}$$

in Betracht zieht, wo

$$l=m=0,\ \delta n=\left(\frac{1}{\omega_0}+\frac{k_0}{\Omega}\ \frac{1}{i}\right)$$

anzunehmen ist. Dabei ist Ω die Lichtgeschwindigkeit des arbiträren durchs. Medium, λ die Wellenlänge in demselben, $\mathrm{N}_0=\frac{\Omega}{\omega_0}$. Es wird so

$$\delta^2(l^2+m^2+n^2)=-\frac{(k_0+\mathrm{N}_0 i)^2}{\Omega^2}$$

Als arbiträres durchsichtiges Medium wälen wir jenes, in welchem auf das Metall ebene homogene Wellen unter dem Winkel φ auffallen, zälen die z Axe in das Metall, und ordnen die Grössen

$$(l,\ n,\ \delta),\ (l',\ n',\ \delta'),\ (l'',\ n'',\ \delta'')$$

dem einfallenden, reflectirten und gebrochenen Stral zu, voraussetzend, dass xz die Einfallsebene, daher

$$m = m' = m'' = 0$$

sei. Die Erfüllung der Grenzbedingungen an allen Orten der Grenzebene fordert

$$l''\delta'' = l'\delta' = l\delta = \frac{\sin\varphi}{\Omega},$$

was mit

$$\delta''(l''^2 + n''^2) = -\frac{(k_0 + N_0 i)^2}{\Omega^2}$$

zusammengehalten:

$$\frac{n''}{l''} = \sigma + \varrho i = \sqrt{\frac{-(k_0 + N_0 i)^2 + \sin^2\varphi}{\sin^2\varphi}}$$

ergiebt.

Das Zeichen der Wurzel ist so zu wälen, dass ϱ wesentlich negativ ist, damit die Intensität der in's Metall dringenden Wellen mit z abnehmen könne. Ferner ist $\sigma = \operatorname{cotg}\chi'$ positiv; (denn χ' bedeutet den Brechungswinkel der Phasenebene).

Fällt parallel der Einfallsebene polarisiertes Licht auf

$$(U = 0,\ W = 0,\ V \gtrless 0)$$

und ist b die reale Amplitude des einfallenden, b' die (complexe) des reflectirten Strales, so folgt aus den Grenzbedingungen

$$\frac{b'}{b} = F_p e^{i\omega_p} = \frac{\frac{n}{l} - \frac{n''}{l''}}{\frac{n}{l} + \frac{n''}{l''}}$$

Für senkrecht polarisiertes Licht ist $V = 0$ zu setzen. Es sei ferner R die reale Amplitude des einfallenden, R' jene des reflectierten Lichtes und es mögen die Richtungen der Vectoren in beiden Stralen so positiv gezält werden, dass sie bei senkrechter Incidenz zusammenfallen. Die Grenzbedingungen ergeben dann

$$\frac{R'}{R} = \frac{b'}{b} \cdot \frac{\frac{n\,n''}{l\,l''} - 1}{\frac{n\,n''}{l\,l''} + 1} = F_s \cdot e^{i\omega_s}$$

F_p, F_s sind dann die Verhältnisse der realen Amplituden, ω_p resp. ω_s die Phasenbeschleunigungen gegenüber dem einfallenden linear polarisierten Strale, ausgedrückt im Bogenmasse.

Wir setzen

$$\frac{nn''}{ll''} = \frac{n}{l}(\sigma + i\varrho) = \frac{1}{F + G\sqrt{-1}} = \frac{F - Gi}{F^2 + G^2},$$

bemerken, dass F und G wesentlich positiv sein müssen und bekommen aus den obigen Gleichungen, $\frac{F_s}{F_p}$ durch $\operatorname{tg}\psi$ ersetzend (ψ Azimut der wiederhergestellten linearen Polarisation)

$$\operatorname{tg}\psi \, . \cos(\omega_p - \omega_k) = \frac{1 - F^2 - G^2}{(1 + F)^2 + G^2},$$

$$\operatorname{tg}\psi \, . \sin(\omega_p - \omega_k) = \frac{2G}{(1 + F)^2 + G^2}.$$

Hieraus folgen für den Haupteinfallswinkel Φ,

$$\left(\omega_p - \omega_k = \frac{\pi}{2}\right)$$

und das Hauptazimut Ψ die Gleichungen:

$$\cos 4\Psi = -(k_0{}^2 - N_0{}^2 + \sin^2\Phi)\frac{1}{\operatorname{tg}^2\Phi \sin^2\Phi}$$

$$\sin 4\Psi = \frac{2k_0 N_0}{\operatorname{tg}^2\Phi \sin^2\Phi},$$

aus denen man k_0 und N_0 zu berechnen pflegt, wenn Ψ und Φ bekannt sind.

In den leicht herleitbaren Gleichungen:

$$\operatorname{tg}(\omega_p - \omega_k) = \frac{2G}{1 - F^2 - G^2} = \frac{2G}{\sqrt{F^2 + G^2}} \cdot \frac{\sqrt{F^2 + G^2}}{1 - F^2 - G^2}$$

$$\cos 2\psi = \frac{2F}{\sqrt{F^2 + G^2}} \; \frac{\sqrt{F^2 + G^2}}{1 + F^2 + G^2}$$

setze man

$$F = H \cos \chi, \quad G = H \sin \chi,$$

wo

$$H = \sqrt{F^2 + G^2}$$

absolut zu nehmen ist. Es ist dann:

$$H^2 = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin^2 \varphi}{\sqrt{(k_0^2 - N_0^2 + \sin^2 \varphi)^2 + 4k_0^2 N_0^2}}$$

$$\operatorname{ctg} \chi = \frac{2k_0 N_0}{\sqrt{(k_0^2 - N_0^2 + \sin^2 \varphi)^2 + 4k_0^2 N_0^2} + (k_0^2 + \sin^2 \varphi - N_0^2)}$$

und

$$\operatorname{tg}(\omega_p - \omega_k) = \frac{2 \sin \chi H}{1 - H^2}; \quad \cos 2\psi = \frac{2H}{1 + H^2} \cos \chi$$

Die Substitution

$$\frac{2H}{1 + H^2} = \sin 2\sigma,$$

order arctg. $H = \sigma$ giebt schliesslich die Cauchy'schen Gleichungen:

$$\operatorname{tg}(\omega_p - \omega_k) = \sin \chi \operatorname{tg}(2 \operatorname{arctg} H)$$

$$\cos 2\psi = \cos \chi \sin (2 \operatorname{arctg} H)$$

$\omega_p - \omega_k$ ist die Phasenbeschleunigung des parallel polarisierten gegenüber dem senkrecht polarisierten reflectierten Strale, wenn der einfallende linear polarisiert war. War dieser unter dem Winkel von 45^0 gegen die Einfallsebene polarisiert, so ist $b = R$ zu setzen und $\frac{F_p}{F_s} = \operatorname{ctg} \psi$ bedeutet das Amplitudenverhältniss der reflectirten Anteile.

VIII.

Die Dispersionsformeln.

Einfachheitshalber setzen wir ein isotropes absorbierendes nicht actives Medium voraus. Aus LVI[a] (oder auch L) ergiebt sich, wenn

die Fortpflanzungsrichtung in die x Axe verlegt und $u = 0$, $w = 0$ gesetzt wird, eine Formel wie:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \sum_{m=0} \alpha_m \frac{\partial^m v}{\partial t^m} = \sum_{n=0} \frac{\partial^{n+2} v}{\partial t^n . \partial x^2} c_n$$

Das Integral

$$v = e^{\frac{-2\pi}{\tau} . kx} e^{\frac{2\pi}{\tau} i \left(\frac{t-x}{\omega}\right)}$$

worin k den Absorptionsindex und ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der homogenen Welle vorstellt, ergiebt,

$$\frac{2\pi}{\tau} \sqrt{-1}$$

mit z bezeichnet, die Relation:

$$1 - \frac{\alpha_0}{z^2} - \frac{\alpha_1}{z} - \alpha_2 - \alpha_3 z - \alpha_4 z^2 \ldots = \left(\frac{1}{\omega} + \frac{k}{i}\right)^2 (c_0 + c_1 z + c_2 z^2 \ldots)$$

Nennt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Vacuum Eins, so sind darauf bezogen: $\frac{1}{\omega} = N$ der Brechungsindex, k der Absorptionsindex,

$$z = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{-1},$$

wobei λ die Wellenlänge bedeutet.

Wir setzen voraus, für unendlich lange Wellen ($z = 0$) convergiere $(N - ki)$ gegen eine bestimmte endliche limite. Versuche, mit ultraroter Stralung an verschiedenen durchsichtigen Körpern angestellt, scheinen wenigstens bezüglich des N hiefür zu sprechen. Es ist dann

$$\alpha_0 = \alpha_1 = 0$$

und

$$(N - ki)^2 = \frac{b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \ldots}{c_0 + c_1 z + c_2 z^2 \ldots} = \varphi(z) = \frac{\psi(z)}{\chi(z)}$$

Convergenz der im Zäler und Nenner vorkommenden Reihe für jedes endliche z wird natürlich vorausgesetzt. Für ein durchsichtiges

Medium entfallen dem früheren zufolge die ungeradzaligen α_m und c_n, daher auch die ungeradzaligen b_n, und es ist $\varphi(z) = \varphi(-z)$. Wir bemerken noch, dass für unendlich lange Wellen ($z = 0$) k null werden muss.

Die offenbar eindeutige Function $\varphi(z)$ wird polar unendlich in unendlich vielen Punkten den $z = x + iy$ Ebene, wenn wir z allgemein als complex ansehen und zwar in $z = z_1$, $z = z_2 \ldots$, wobei $z_1, z_2 \ldots$ die „Wurzeln" des Nenners in

$$\varphi(z) = \frac{\psi(z)}{\chi(z)}$$

bedeuten. Im Unendlichen soll $\varphi(z)$ endlich bleiben, es sei denn, dass z mit einem der auch in der Unendlichkeit vorhandenen Polpunkte zusammenfällt, wobei dann unendlich Werden eintritt. Es wird dann auch k und N für unendliche kurze Wellen im Allgemeinen **endlich** bleiben können. Wir legen nun eine geschlossene Curve im Unendlichen so, dass sie keinem Polpunkt unendlich nahe kommt, schliessen die innerhalb derselben enthaltenen Polpunkt durch unendlich kleine um sie als Centrum gelegte Kreise aus, verstehen unter ζ einen Punkt in den Gränzen dieses mehrfach zusammenhängenden Gebietes, unter z einen Punkt des Gebietes selbst. Nach dem Cauchyschen Theorem ist:

$$2\pi i\varphi(z) = \int \frac{d\zeta}{(\zeta - z)}\varphi(\zeta)$$

die Integration bezieht sich auf alle Polkreise und die im Unendlichen befindliche Grenzcurve, und ist so zu vollziehen, dass das z Gebiet zur linken liegt. Man hat dann:

$$2\pi i\varphi(z) = \int_\infty \frac{d\zeta}{\zeta - z}\varphi(\zeta) + \sum_{n=1} \int \frac{d\zeta\varphi(\zeta)}{(z - z_n)}\left[1 + \frac{\zeta - z_n}{z - z_n} + \left(\frac{\zeta - z_n}{z - z_n}\right)^2 \ldots\right]$$

Wird $\varphi(z)$ im Polpunkte z_n unendlich gross von der Ordnung

$$\varphi(\zeta) = \frac{A_n}{\zeta - \zeta_n},$$

so ergiebt eine einfache Rechnung:

$$\varphi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_\infty \frac{d\zeta}{\zeta - z} \varphi(\zeta) + \sum_{n=1} \frac{A_n}{z - z_n}$$

Weil $\varphi(z)$ im Unendlichen endlich ist, ist auch das Integral für alle endlichen z endlich, daher die Reihe

$$\sum_{n=1} \frac{A_n}{z - z_n},$$

die man nach den Modulen von $(z - z_n)$ ordnen kann, nicht divergent für endliche z. Daraus folgt

$$\varphi(0) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{d\zeta}{\zeta} \varphi(\zeta) - \Sigma \frac{A_n}{z_n},$$

ferner durch Subtraction der zwei letzten Gleichungen:

$$\varphi(z) - \varphi(0) = \Sigma \frac{A_n}{z_n} \cdot \frac{z}{z - z_n},$$

denn:

$$\int_\infty d\zeta \varphi(\zeta) \left(\frac{1}{\zeta - z} - \frac{1}{\zeta} \right) = \int_\infty \frac{d\zeta\, \varphi(\zeta)}{\zeta(\zeta - z)} \cdot z$$

ist für alle endlichen z Null, weil $\varphi(\zeta)$ voraussetzungsgemäss in der unendlichen Grenzcurve endlich ist.

Die Grössen A_n sind definiert durch:

$$A_n = \lim_{z = z_n} \varphi(z)(z - z_n) = \lim \frac{\psi(z)}{\chi(z) : (z - z_n)} = \frac{\psi(z_n)}{\chi'(z_n)}$$

Der Nenner $\chi(z)$ besitzt reale Coefficienten bei den z Potenzen; neben einer Wurzel

$$z_n = p_n + i q_n$$

wird also auch eine Wurzel

$$z'_n = p_n - i q_n$$

vorkommen. Setzt man $z = \varrho e^{i\varphi}$, so reduciert sich $\psi(z)$ und desgleichen $z\chi'(z)$ auf Ausdrücke der Form

$$\Sigma \alpha_n \varrho^n \cos \varphi n + \sqrt{-1}\ \Sigma \alpha_n \varrho^n \sin \varphi n,$$

in denen jeder der beiden Summanden convergieren muss. Hieraus folgt, dass die Substitution $z = \varrho e^{-i\varphi}$ zu

$$\Sigma \alpha_n \varrho^n \cos \varphi n - \sqrt{-1}\ \Sigma \alpha_n \varrho^n \sin \varphi n$$

führen muss und weiter noch, dass wenn

$$\frac{A_n}{z_n} = \frac{\psi(z_n)}{\chi'(z_n) z_n}$$

für

$$z_n = p_n + iq_n$$

den Wert $P_n + iQ_n$ ergiebt, für $z_n = p_n - iq_n$ sich $P_n - iQ_n$ ergeben muss. In Folge dessen ist das zu dem ersten z_n gehörige $\frac{A_n}{z_n}$ durch

$$P_n + iQ_n,$$

das zum zweiten z'_n durch $P_n - iQ_n$ gegeben.

Durch Zusammenfassen solcher Glieder folgt:

$$\varphi(z) - \varphi(0) = z \Sigma_n \left(\frac{P_n + iQ_n}{z - p_n - iq_n} + \frac{P_n - iQ_n}{z - p_n + iq_n} \right) =$$

$$2 z \Sigma_n \frac{(z - p_n) P_n - q_n Q_n}{(z - p_n)^2 + q_n^2}$$

Die Substitution

$$z = vi = \frac{2\pi}{\lambda} i$$

ergiebt, wenn zu $z = 0$ ($\lambda = \infty$) die Werte $N\infty$ und $k\infty$ gehören (von denen jedoch einer früheren Bemerkung zu Folge der letztere Null ist):

$$(N - ik)^2 = N^2_\infty - 2\Sigma \frac{\nu^2 P_n + \nu i (p_n P_n + q_n Q_n)}{(p^2_n + q^2_n - \nu^2) - 2p_n \nu i}$$

oder

$$N^2 - k^2 = N^2_\infty + 2\nu^2\Sigma \frac{2p_n q_n Q_n - P_n(q^2_n - p^2_n - \nu^2)}{(p^2_n + q^2_n - \nu^2)^2 + 4p^2_n\nu^2}$$

$$2Nk = 2\Sigma \frac{2p_n P_n(\nu^2 + p^2_n + q^2_n) + 2\nu q_n Q_n(p^2_n + q^2_n \nu^2)}{(p^2_n + q^2_n - \nu)^2 + 4p^2_n\nu^2}$$

Nehmen wir zuerst an, die realen Bestandteile der Wurzeln

$$z_n = p_n \pm q_n i$$

seien Null. Die Function $\chi(z)$ enthält dann nur geradzalige Potenzen von z. Trifft dies auch bezüglich des $\psi(z)$ zu, so ist das Medium durchsichtig, und

$$\frac{A_n}{z_n} = \frac{\psi(z_n)}{\chi'(z_n)z_n} = P_n + iQ_n$$

reel, weil $z\chi'(z)$ gleichfalls paar ist (also $Q_n = 0$).

Man hat dann

$$N^2 = N^2\infty - 2\nu^2\Sigma\frac{P_n}{q^2_n - \nu^2},$$

oder auch, wenn

$$\nu^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

und

$$q^2_n = \frac{4\pi^2}{\lambda^2_n}$$

gesetzt wird.

$$N^2 = N^2\infty + \Sigma \frac{(-2P_n\lambda^2_n)}{\lambda^2 - \lambda^2_n} = N^2\infty + \Sigma\frac{F_n}{\lambda^2 - \lambda^2_n}$$

Dies ist die bekannte von Ketteler zuerst angegebene und in weitem Bereiche verificierte Formel. Es sei bemerkt, dass das Zeichen von F_n erfahrungsgemäss positiv, daher jenes von P_n negativ sein muss.

Sind die p_n sehr klein, so sind es auch die Q_n, weil sie für $p_n = 0$ verschwinden. Endliche N vorausgesetzt ist dann, wie der Ausdruck für $2Nk$ zeigt, k eine Grösse derselben Ordnung in allen Gebieten des ν, welche entfernt liegen von den durch $p_n^2 + q_n^2 = \nu^2$ gegebenen Werten. Im Gebiete dieser Wellenlängen wird der Verlauf des k fast ausschliesslich durch den schnell veränderlichen Nenner bestimmt; der Zäler kann nemlich bei kleinen Werten des

$$p_n^2 + q_n^2 - \nu^2$$

als constant angesehen werden. Ein Minimum des Nenners tritt ein für $\nu^2 = q_n^2 - p_n^2$, und der daherstammende Anteil des $2Nk$ wird

$$\frac{2P_n p_n}{p_n^2}.$$

Der Absorptionsindex k ist wesentlich positiv, P_n negativ, daher p_n gleichfalls negativ. Für die Wellenlängen $\nu^2 = q_n^2 - p_n^2$ wird dann der Absorptionsindex, der an anderen Orten eine kleine Grösse der Ordnung p ist, zu einer bedeutenden Grösse der Ordnung $\frac{1}{p}$, es entstehen also Absorptionsstreifen. Der Gang der Dispersion in der Nähe eines Absorptionsstreifens ergiebt sich schon aus der einfacheren für durchsichtige Körper giltigen Formel, nämlich ein Ansteigen des N^2, wenn man sich dem Streifen von Seite der kleineren Schwingungszalen nähert, jedoch nicht bis ∞, wie dies die einfachere Kettelersche Formel verlangt, sondern nur zu einem Maximum, (weil p_n von Null verschieden und N^2 nicht unendlich gross werden kann) sodann ein Abfall zu einem Minimum und neuerliches Steigen bis zum nächstfolgenden Streifen.

Dass diese allgemeine Theorie zu der Kettelerschen Formel führt, ist darin begründet, dass voraussetzungsgemäss für $\lambda = \infty$, N^2 endlich bleiben soll. Dispersionstheorien auf speciellen physikalischen Voraussetzungen basierend, welche demselben Postulate genügen, müssen dann als specielle Fälle in dieser allgemeinen Theorie enthalten sein. Es soll dies an der von mir gegebenen electromagnetischen Dispersionstheorie näher nachgewiesen werden.

Es sei einfachheitshalber das Medium isotrop absorbierend, ferner η eine dem Lichtvector der sich fortpflanzenden Welle proportionale Grösse, φ_n ein Parameter der n^{ten} Partialschwingung des elec-

trisch oscillirenden Moleküls. Dann bestehen, wenn die Fortpflanzungsrichtung in die x Axe verlegt wird, die Gleichungen*)

$$a_n \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial t^2} + b_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + c_n + \left(a_n \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + b_n \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) \alpha_n = 0, \; n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\xi = 0, \zeta = 0, \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \Sigma \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial t^2} A_n = \frac{1}{K} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

Behufs Elimination der φ_n kann man Operationssymbole wie

$$a_n \frac{\partial^2}{\partial t^2} + b_n \frac{\partial}{\partial t} + c_n = D_n$$

benützen, mit denen sich bei linearen Diffgl. mit constanten Coefficienten so wie mit Factoren rechnen lässt. Es ist dann

$$\varphi_n = - \frac{\left(a_n \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + b_n \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)}{D_n}$$

und nach Substitution in die zweite Gl.

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\eta - \Sigma \frac{\left(A_n \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + b_n \frac{\partial \eta}{\partial t} \right)}{D_n} \right) = \frac{1}{K} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

Entfernt man die Symbole aus dem Nenner, so ergiebt sich eine Formel wie:

$$f_2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + f_3 \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^3} + f_4 \frac{\partial^4 \eta}{\partial t^4} \ldots = \frac{1}{K} (D_1 \; D_2 \ldots D_n \ldots) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

wobei die Operationen rechter Hand nach einander auszuführen sind, so dass sich auch setzen lässt:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + f_3 \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^3} + f_4 \frac{\partial^4 \eta}{\partial t^4} \ldots = \frac{1}{K} \left(g_0 + g_1 \frac{\partial}{\partial t} + g_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \ldots \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

*) Sie folgen aus Gl. (16.) und (18.) auf pag. 690, 691 in Wied. Ann. Bd. 34, 1888, oder auch aus Gl. (5.) und (3a) der in diesen Sitzb. im Jahre 1895 erschienenen Abhandlung des Autors, wenn $\psi_n = \alpha_n \eta$, ξ und $\zeta = 0$ gesetzt wird

Die charakteristische Function $\chi(z)$ zerfällt hier nach Substitution des Integrales unmittelbar in Factoren

$$a_n z^2 + b_n z + c_n$$

und wird Null für z_n, welche der Gl.

$$a_n z_n^2 + b_n z_n + c_n = 0$$

Genüge leisten. Für $z = 0$ ($\lambda = \infty$) convergiert der Brechungsexponent zu einer realen limite, weil linker Hand die Zeitderivationen erst mit der zweiten beginnen.

Es stimmen daher schon die Differenzialgleichungen dieser Theorie mit jenen der allgemeinen überein, wenn man in letzterer die obige Bedingung für $\lambda = \infty$ einführt.

Ich möchte noch bemerken, dass meine electromagnetische Theorie der Zeit nach die zweite ist, welche Kettelers Dispersionsformel ergiebt. Erst einige Jahre später publicierte H. von Helmoltz seine zweite Dispersionslehre, welche bei vorausgesetzter Existenz eines Streifens eine Formel ergiebt, welche sich auf die Kettelersche gleichfalls zurückführen lässt. Auch Voigt giebt in seinem Compendium eine ähnliche Dispersionstheorie.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag.

LVII.

Sopra una classe notevole di alternanti d' ordine qualsivoglia.

Nota di **Gino Loria** a Genova.

(Comunicata il 26. Novembre 1897.)

Nel Fascicolo di Marzo-Aprile 1897 del *Periodico di Matematica per l' insegnamento secondario*, ho fissata l'attenzione degli studiosi sopra i determinanti che appartengono ai due tipi seguenti:

$$\text{(A)} \quad | \operatorname{sen} m_1\alpha_h, \operatorname{sen} m_2\alpha_h, \ldots, \operatorname{sen} m_k\alpha_h, \cos m_{k+1}\alpha_h, \ldots, \cos m_n\alpha_h |$$

$$(h = 1, 2, \ldots, n)$$

$$\text{(B)} \quad | \operatorname{sen}^{m_1} \alpha_h, \operatorname{sen}^{m_2} \alpha_h, \ldots, \operatorname{sen}^{m_k} \alpha_h, \cos^{m_{k+1}} \alpha_h, \ldots, \cos^{m_n} \alpha_h |$$

$$(h = 1, 2, \ldots, n),$$

ove $m_1\ m_2, \ldots, m_n$ sono numeri interi che, nei determinanti del secondo tipo, si suppongono positivi — determinanti che notoriamente appartengono alla classe degli alternanti.[1] Ivi ho dato, senza dimostrazione, il risultato del calcolo di alcuni fra i più semplici determinanti del primo tipo ed ho notato che sarebbe interessante il possedere un metodo per calcolarlti tutti. Più tardi ho osservato un procedimento per ridurre i determinanti anzidetti ad altri alternanti conosciutissimi, il quale procedimento si traduce in un metodo uniforme di calcolo e conduce a scoprire la forma generale, che ha lo sviluppo dei determinanti dei tipi (A) e (B). Visto l'interesse, che oggi si attacca allo studio dei determinanti speciali e tenuto conto

---

[1]) Muir, *A Treatise on the Theory of Determinants* (London, 1882, p. 161).

delle frequenti applicazioni che trovano i determinanti di cui è parola, reputo non inopportuno esporre quì le conclusioni alle quali pervenni.

1. Prima di entrare in materia osservo, che tra i determinanti del tipo (A) i primi che si presentano sono i due seguenti:

$$C = \mid \cos (n-1)\alpha_h, \cos (n-2)\alpha_h, \ldots, \cos \alpha_h, 1 \mid$$

$$S = \mid \operatorname{sen} n\alpha_h, \operatorname{sen} (n-1)\alpha_h, \ldots, \operatorname{sen} 2\alpha_h, \operatorname{sen} \alpha_h \mid$$

e fra quelli del tipo (B) gli altri

$$\Gamma = \left| \cos^{n-1} \alpha_h, \cos^{n-2} \alpha_h, \ldots, \cos \alpha_h, 1 \right|$$

$$\Sigma = \left| \operatorname{sen}^{n} \alpha_h, \operatorname{sen}^{n-1} \alpha_h, \ldots, \operatorname{sen}^{2} \alpha_h, \operatorname{sen} \alpha_h \right|$$

Ora i determinanti Γ e Σ essendo formati con potenze consecutive di n quantità possono svolgersi in prodotto applicando un noto teorema di Cauchy; si ottiene quindi:

$$\Gamma = \prod_{p,q} (\cos \alpha_p - \cos \alpha_q),$$

$$\Sigma = \operatorname{sen} \alpha_1 \operatorname{sen} \alpha_2 \ldots \operatorname{sen} \alpha_n \prod_{p,q} (\operatorname{sen} \alpha_p - \operatorname{sen} \alpha_q),$$

dove il simbolo $\prod_{p,q} (\cos \alpha_p - \cos \alpha_q)$ rappresenta il prodotto degli $\frac{n(n-1)}{2}$ fattori analoghi a $\cos \alpha_p - \cos \alpha_q$, supposto $p < q$, e significato analogo ha il simbolo $\prod_{p,q} (\operatorname{sen} \alpha_p - \operatorname{sen} \alpha_q)$. Applicando ora notissime formole trigonometriche si può anche scrivere:

$$\Gamma = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot 2^{\frac{n(n-1)}{2}} \prod_{p,q} \operatorname{sen} \frac{\alpha_p + \alpha_q}{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha_p - \alpha_q}{2} \tag{1}$$

$$\Sigma = 2^{\frac{n(n-1)}{2}} \operatorname{sen} \alpha_1 \operatorname{sen} \alpha_2 \ldots \operatorname{sen} \alpha_n \prod_{p,q} \cos \frac{\alpha_p + \alpha_q}{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha_p - \alpha_q}{2} \tag{2}$$

Per calcolare poi i determinanti C e S osserviamo che $\cos m\alpha$ è esprimibile come un polinomio intero di grado m in $\cos \alpha$ in cui il

coefficiente di $\cos^m \alpha$ è $= 1 + \binom{m}{2} + \binom{m}{4} + \ldots = 2^{m-1}$; perciò se nel determinante C sostituiamo ai coseni i loro sviluppi otterremo facilmente

$$C = \begin{vmatrix} \cos^{n-1}\alpha_1, & \cos^{n-2}\alpha_1, & \ldots, & \cos\alpha_1, & 1 \\ \cos^{n-1}\alpha_2, & \cos^{n-2}\alpha_2, & \ldots, & \cos\alpha_2, & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cos^{n-1}\alpha_{n-1}, & \cos^{n-2}\alpha_{n-1}, & \ldots, & \cos\alpha_{n-1}, & 1 \\ \cos^{n-1}\alpha_n, & \cos^{n-2}\alpha_n, & \ldots, & \cos\alpha_n, & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2^{n-2} & * & * \cdots * & * \\ 0 & 2^{n-3} & * \cdots * & * \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 \ldots 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \ldots\ldots & 1 \end{vmatrix},$$

ove gli * indicano coefficienti numerici di cui non ci interessa il valore; si conclude pertanto

$$C = 2^{\frac{(n-1)(n-2)}{2}} \Gamma \tag{3}$$

Similmente osservando che $\frac{\operatorname{sen} m\alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$ è espresso di un polinomio di grado $m-1$ in $\cos\alpha$ ove $\cos^{m-1}\alpha$ ha per coefficiente

$$m + \binom{m}{3} + \binom{m}{5} + \ldots = 2m - 1$$

si trova

$$S = \operatorname{sen}\alpha_1 \operatorname{sen}\alpha_2 \ldots \operatorname{sen}\alpha_n \begin{vmatrix} \frac{\operatorname{sen} n\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_1}, & \frac{\operatorname{sen}(n-1)\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_1}, & \ldots, & \frac{\operatorname{sen} 2\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_1}, & 1 \\ \frac{\operatorname{sen} n\alpha_2}{\operatorname{sen}\alpha_2}, & \frac{\operatorname{sen}(n-1)\alpha_2}{\operatorname{sen}\alpha_2}, & \ldots, & \frac{\operatorname{sen} 2\alpha_2}{\operatorname{sen}\alpha_2}, & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\operatorname{sen} n\alpha_{n-1}}{\operatorname{sen}\alpha_{n-1}}, & \frac{\operatorname{sen}(n-1)\alpha_{n-1}}{\operatorname{sen}\alpha_{n-1}}, & \ldots, & \frac{\operatorname{sen} 2\alpha_{n-1}}{\operatorname{sen}\alpha_n}, & 1 \\ \frac{\operatorname{sen} n\alpha_n}{\operatorname{sen}\alpha_n}, & \frac{\operatorname{sen}(n-1)\alpha_n}{\operatorname{sen}\alpha_n}, & \ldots, & \frac{\operatorname{sen} 2\alpha_n}{\operatorname{sen}\alpha_n}, & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \operatorname{sen}\alpha_1 \operatorname{sen}\alpha_2 \ldots \operatorname{sen}\alpha_n \begin{vmatrix} \cos^{n-1}\alpha_1 & \ldots & \cos\alpha_1 & 1 \\ \cos^{n-1}\alpha_2 & \ldots & \cos\alpha_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cos^{n-1}\alpha_{n-1} & \ldots & \cos\alpha_{n-1} & 1 \\ \cos^{n-1}\alpha_n & \ldots & \cos\alpha_n & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2^{n-2} & * & * \cdots * & * \\ 0 & 2^{n-3} & * \cdots * & * \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 \ldots 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \ldots 0 & 1 \end{vmatrix};$$

donde si trae

$$(4)\qquad S = 2^{\frac{(n-1)(n-2)}{2}} \operatorname{sen} \alpha_1 \operatorname{sen} \alpha_2 \ldots \operatorname{sen} \alpha_n . \Gamma$$

Mediante le formole (3) e (4) — che furono già date senza dimostrazione dal Muir[2]) — il calcolo dei determinanti C e S è ridotto a quello del determinante Γ e questo è effettuato dalle formole (2).

Analogamente si vede come possano calcolarsi tutti i determinanti del tipo (B) ove non entrano che soli coseni o soli seni[3]), e come in funzione di quelli fra essi contenenti coseni possano esprimersi i determinanti del tipo (A) ove pure entrino o soltanto seni o soltanto coseni. Per la determinazione di tutti gli altri determinanti dei tipi anzidetti fa mestieri premettere quanto segue.

2. Posto

$$A = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha$$

si ottiene

$$\cos \alpha = \frac{1 - A^2}{1 + A^2}, \quad \operatorname{sen} \alpha = \frac{2A}{1 + A^2}$$

e quindi:

$$(\cos m\alpha + i \operatorname{sen} m\alpha) = (\cos \alpha + i \operatorname{sen} \alpha)^m = \frac{(1 + iA)^{2m}}{(1 + A^2)^m}.$$

Si deduce pertanto:

$$\cos m\alpha = \frac{\sum\limits_{\lambda=0}^{\lambda=m} (-1)^\lambda \binom{2m}{2\lambda} A^{2\lambda}}{(1 + A^2)^m}, \quad \operatorname{sen} m\alpha = \frac{\sum\limits_{\lambda=1}^{\lambda=m} (-1)^{\lambda-1} \binom{2m}{2\lambda - 1} A^{2\lambda-1}}{(1 + A^2)^m}$$

relazioni che, per brevità, scriveremo come segue:

$$(5)\quad \cos m\alpha = \frac{\gamma_m(A)}{(1 + A^2)^m}, \quad \operatorname{sen} m\alpha = \frac{\sigma_m(A)}{(1 + A^2)^m},$$

---

[2]) Op. cit. p. 181.

[3]) Si veda l'articolo del Prof. Studnička *Odvození nových obecných vzorců goniometrických* (Věstník České Akademie císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění, Roč. VI.).

osservando che γ_m e σ_m sono polinomî interi in A dei gradi risp. $2m$ e $2m - 1$.

3. Ciò posto, sia Δ_n un determinante del tipo (A):

$$\Delta_n = \left| \text{sen}\, m_1\alpha_h, \text{sen}\, m_2\alpha_h, \ldots, \text{sen}\, m_k\alpha_h, \cos m_{k+1}\alpha_h, \ldots, \cos m_n\alpha_h \right|;$$

applicando ai singoli elementi di esso le formole (5) si ottiene,

$$\Delta_n = \left| \frac{\sigma_{m_1}(A_h)}{(1+A_h^2)^{m_1}}, \ldots, \frac{\sigma_{m_k}(A_h)}{(1+A_h^2)^{m_k}}, \frac{\gamma_{m_{k+1}}(A_h)}{(1+A_h^2)^{m_{k+1}}}, \ldots, \frac{\gamma_{m_n}(A_h)}{(1+A_h^2)^{m_n}} \right|$$

Se ora M è il massimo degli interi $m_1, m_2, \ldots, m_n$ potremo surrogare questa formola con la seguente:

$$\Delta_n = \frac{1}{(1+A_1^2)^M (1+A_2^2)^M \ldots (1+A_n^2)^M} \times$$

$$\left| (1+A_h^2)^{M-m_1}\sigma_{m_1}(A_h), \ldots, (1+A_k^2)^{M-m_k}\sigma_{m_k}(A_h), \right.$$

$$\left. (1+A_h^2)^{M-m_{k+1}}\gamma_{m_{k+1}}(A_h), \ldots, (1+A_n^2)^{M-m}\gamma_{m_n}(A_h) \right|$$

Si osservi adesso che i singoli termini della h^{ma} orizzontale di questo determinante sono polinomî di grado $\leqq 2M$ in A_h, i cui coefficienti sono indipendenti da h; in conseguenza potremo scrivere:

$$(1+A_h^2)^{M-m_r}\sigma_{m_r}(A_h) = \sum_{\mu=0}^{\mu=2M} p_{r,\mu} A_h^{2M-\mu}, \; (r = 1, 2, \ldots, k)$$

$$(1+A_h^2)^{M-m_s}\gamma_{m_s}(A_h) = \sum_{\mu=0}^{\mu=2M} p_{s,\mu} A_h^{2M-\mu}, \; (s = k+1, k+2, \ldots, n).$$

Si osservi ancora che, essendo

$$\frac{1}{1+A_h^2} = \cos^2 \frac{\alpha_h}{2},$$

il fattore esterno nell' espressione di Δ_n è

$$\left(\cos\frac{\alpha_1}{2}\cos\frac{\alpha_2}{2}\ldots\cos\frac{\alpha_n}{2}\right)^{2M}.$$

Si vedrà in conseguenza che, a meno di questo fattore, Δ_n è il prodotto delle due matrici rettangolari seguenti:

$$\left\| p_{k0}, p_{k1}, \ldots, p_{k,\,2M-1}\; p_{k,\,2M} \right\|, \quad \left\| A_k^{2M}, A_k^{2M-1}, \ldots, A_k, 1 \right\|;$$

ora questo è la somma dei prodotti dei determinanti omologhi estratti dalle due matrici stesse; d'altronde i determinanti estratti dalle prima sono numeri interi dipendenti da $m_1, m_2, \ldots, m_n$, n che si possono determinare in ogni singolo caso, mentre quelli estratti dalla seconda sono della forma

$$\left| A_h^{r_1}, A_h^{r_2}, \ldots, A_h^{r_{n-1}}, A_h^{r_n} \right|,$$

epperò hanno una espressione del tipo seguente

$$\left| A_h^{n-1}, A_h^{n-2}, \ldots, A_h, 1 \right| \times F(A_1, A_2, \ldots, A_n),$$

ove F è una funzione simmetrica delle $A_1\ A_2 \ldots A_n$ il cui grado è espresso da $r_1 + r_2 + \ldots + r_n - \frac{n\,(n-1)}{2}$. Si rifletta finalmente essere

$$\left| A_h^{n-1}\ A_h^{n-2} \ldots A_h\ 1 \right| = \Pi_{p,q}(A_p - A_q) =$$

$$= \frac{\Pi_{p,q} \operatorname{sen} \frac{\alpha_p - \alpha_q}{2}}{\Pi_{p,q} \cos\frac{\alpha_p}{2} \cos\frac{\alpha_q}{2}} = \frac{\Pi_{p,b} \operatorname{sen} \frac{\alpha_p - \alpha_q}{2}}{\left(\cos\frac{\alpha_1}{2} \cos\frac{\alpha_2}{2} \ldots \cos\frac{\alpha_n}{2}\right)^{n-1}};$$

e si vedrà potersi ritenere dimostrato il seguente

Teorema. *Ogni determinante del tipo* (A) *ha una espressione della seguente forma*

$$(6) \quad \left| \operatorname{sen} m_1\alpha_h, \ldots, \operatorname{sen} m_k\alpha_h, \cos m_{k+1}\alpha_h, \ldots, \cos m_n\alpha_h \right| =$$

$$= \left(\cos\frac{\alpha_1}{2} \cos\frac{\alpha_2}{2} \ldots \cos\frac{\alpha_n}{2}\right)^{2M-n+1} . \,\Pi \operatorname{sen}\frac{\alpha_p - \alpha_q}{2} . \,f\left(\operatorname{tg}\frac{\alpha_1}{2}, \ldots, \operatorname{tg}\frac{\alpha_n}{2}\right),$$

ove M *è il massimo dei numeri* $m_1\ m_2, \ldots, m_n$ *e* f *è una funzione simmetrica delle quantità da cui dipende.*

Servendosi delle relazioni che intercedono tra le funzioni trigonometriche, alla funzione f potremo dare varie forme fra cui si preferirà la più conveniente in ogni caso, come vedremo negli esempì esposti più avanti.

È appena necesssario avvertire che l'identico procedimento di transformazione è effettuabile sui determinanti (B), onde per questi sussiste un teorema analogo al precedente

3. È opportuno illustrare quanto precede sopra alcuni esempî, come tali sceglierò quelli appunto che addussi nel mio articolo dianzi citato. Avverto che indicherò sempre con A, B, C le quantità

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},\ \operatorname{tg}\frac{\beta}{2},\ \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}.$$

I. *Esempio.*

$$\begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha, & \cos\alpha, & 1 \\ \operatorname{sen}\beta, & \cos\beta, & 1 \\ \operatorname{sen}\gamma, & \cos\gamma, & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2A}{1+A^2}, & \frac{1-A^2}{1+A^2}, & 1 \\ \frac{2B}{1+B^2}, & \frac{1-B^2}{1+B^2}, & 1 \\ \frac{2C}{1+C^2}, & \frac{1-C^2}{1+C^2}, & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= -\frac{4}{(1+A^2)(1+B^2)(1+C^2)} \begin{vmatrix} A^2, & A, & 1 \\ B^2, & B, & 1 \\ C^2, & C, & 1 \end{vmatrix} = -\frac{4(A-B)(A-C)(B-C)}{(1+A^2)(1+B^2)(1+C^2)}.$$

Si conclude adunque [4]):

$$(7) \qquad \begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha, & \cos\alpha, & 1 \\ \operatorname{sen}\beta, & \cos\beta, & 1 \\ \operatorname{sen}\gamma, & \cos\gamma, & 1 \end{vmatrix} = 4\operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}$$

II. *Esempio.*

$$\begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha, & \cos\alpha, & \operatorname{sen}2\alpha \\ \operatorname{sen}\beta, & \cos\beta, & \operatorname{sen}2\beta \\ \operatorname{sen}\gamma, & \cos\gamma, & \operatorname{sen}2\gamma \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2A}{1+A^2}, & \frac{1-A^2}{1+A^2}, & \frac{4A(1-A^2)}{(1+A^2)^2} \\ \frac{2B}{1+B^2}, & \frac{1-B^2}{1+B^2}, & \frac{4B(1-B^2)}{(1+B^2)^2} \\ \frac{2C}{1+C^2}, & \frac{1-C^2}{1+C^2}, & \frac{4C(1-C^2)}{(1+C^2)^2} \end{vmatrix} =$$

---

[4]) Mansion, *Elemente der Theorie der Determinanten* (Leipzig, 1878), p. 22.

$$= \frac{8}{(1+A^2)^2(1+B^2)^2(1+C^2)^2} \begin{vmatrix} A^3+A, & A^4-1, & A^3-A \\ B^3+B, & B^4-1, & B^3-B \\ C^3+C, & C^4-1, & C^3-C \end{vmatrix} =$$

$$= -\frac{16}{(1+A^2)^2(1+B^2)^2(1+C^2)^2}\left\{-\begin{vmatrix} A^4 & A^3 & A \\ B^4 & B^3 & B \\ C^4 & C^3 & C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A^3 & A & 1 \\ B^3 & B & 1 \\ C^3 & C & 1 \end{vmatrix}\right\} =$$

$$= \frac{16(B-C)(C-A)(A-B)}{(1+A^2)^2(1+B^2)^2(1+C^2)^2}\{A+B+C-ABC(BC+CA+AB)\}$$

Il calcolo del determinante proposto si può considerare come effettuato; ma il risultato può scriversi più elegantemente osservando in primo luogo che il fattore che precede la $\{\}$ vale

$$16 \operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2},$$

osservando in secondo luogo che sussiste la identità

$$A(1-B^2C^2) = \frac{\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} \frac{\cos\frac{\beta+\gamma}{2}\cos\frac{\beta-\gamma}{2}}{\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}} = \frac{\operatorname{sen}\alpha(\cos\beta+\cos\gamma)}{4\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}},$$

assieme alle due analoghe. Quel determinante vale dunque:

$$4 \operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$[\operatorname{sen}\alpha(\cos\beta+\cos\gamma)+\operatorname{sen}\beta(\cos\gamma+\cos\alpha)+\operatorname{sen}\gamma(\cos\alpha+\cos\beta)];$$

epperò si conclude [5]):

$$(8) \qquad \begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha, & \cos\alpha, & \operatorname{sen}2\alpha \\ \operatorname{sen}\beta, & \cos\beta, & \operatorname{sen}2\beta \\ \operatorname{sen}\gamma, & \cos\gamma, & \operatorname{sen}2\gamma \end{vmatrix} =$$

$$= 4\operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}[\operatorname{sen}(\beta+\gamma)+\operatorname{sen}(\gamma+\alpha)+\operatorname{sen}(\alpha+\beta)]$$

---

[5]) Mathésis, T. VI (1886) p. 88.

Cambiando ivi α, β, γ risp. in $\frac{\pi}{4}-\alpha$, $\frac{\pi}{4}-\beta$, $\frac{\pi}{4}-\gamma$ si ottiene, dopo qualche trasformazione,

$$(9) \qquad \begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha, & \cos\alpha, & \cos 2\alpha \\ \operatorname{sen}\beta, & \cos\beta, & \cos 2\beta \\ \operatorname{sen}\gamma, & \cos\gamma, & \cos 2\gamma \end{vmatrix} =$$

$$= -4 \operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2} \operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2} \operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2} [\cos(\beta+\gamma) + \cos(\gamma+\alpha) + \cos(\alpha+\beta)]$$

III. *Esempio.*

$$\begin{vmatrix} \cos 2\alpha, \operatorname{sen}\alpha, 1 \\ \cos 2\beta, \operatorname{sen}\beta, 1 \\ \cos 2\gamma, \operatorname{sen}\gamma, 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} \cos^2\alpha, & \operatorname{sen}\alpha, & 1 \\ \cos^2\beta, & \operatorname{sen}\beta, & 1 \\ \cos^2\gamma, & \operatorname{sen}\gamma, & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} \frac{(1-A^2)^2}{(1+A^2)^2}, & \frac{2A}{1+A^2}, & 1 \\ \frac{(1-B^2)^2}{(1+B^2)^2}, & \frac{2B}{1+B^2}, & 1 \\ \frac{(1-C^2)^2}{(1+C^2)^2}, & \frac{2C}{1+C^2}, & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{16}{(1+A^2)^2\,(1+B^2)^2\,(1+C^2)^2} \begin{vmatrix} A^4+1, & A^3+A, & A^2 \\ B^4+1, & B^3+B, & B^2 \\ C^4+1, & C^3+C, & C^2 \end{vmatrix}$$

$$= 16 \cos^4\frac{\alpha}{2} . \cos^4\frac{\beta}{2} . \cos^4\frac{\gamma}{2}$$

$$\left\{ A^2B^2C^2 \begin{vmatrix} A^2, & A, & 1 \\ B^2, & A, & 1 \\ C^2, & C, & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A^3, & A^2, & 1 \\ B^3, & B^2, & 1 \\ C^3, & C^2, & 1 \end{vmatrix} - ABC \begin{vmatrix} A^3, & A, & 1 \\ B^3, & B, & 1 \\ C^3, & C, & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} A^2, & A, & 1 \\ B^2, & B, & 1 \\ C^2, & C, & 1 \end{vmatrix} \right\}$$

$$= 16 \cos^4\frac{\alpha}{2} . \cos^4\frac{\beta}{2} . \cos^4\frac{\gamma}{2} (A-B)\ (A-C)\ (B-C) \times$$

$$[A^2B^2C^2 + (BC + CA + AB) - ABC\,(A+B+C) - 1]$$

$$= -16 \cos^4\frac{\alpha}{2} . \cos^4\frac{\beta}{2} . \cos^4\frac{\gamma}{2} \times$$

$$(B-C)\ (C-A)\ (A-B)\ (BC-1)\ (CA-1)\ (AB-1)$$

Se ora si osserva essere

$$BC-1=-\frac{\cos\frac{\beta+\gamma}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}$$

si concluderà:

(10)
$$\begin{vmatrix}\cos 2\alpha & \operatorname{sen}\alpha & 1\\ \cos 2\beta & \operatorname{sen}\beta & 1\\ \cos 2\gamma & \operatorname{sen}\gamma & 1\end{vmatrix}=$$

$$=16\operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\beta+\gamma}{2}\cos\frac{\gamma+\alpha}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

IV. *Esempio.*

$$\begin{vmatrix}\cos\alpha, \operatorname{sen}2\alpha, 1\\ \cos\beta, \operatorname{sen}2\beta, 1\\ \cos\gamma, \operatorname{sen}2\gamma, 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\frac{1-A^2}{1+A^2}, & \frac{4A(1-A^2)}{(1+A^2)^2}, & 1\\ \frac{1-B^2}{1+B^2}, & \frac{4B(1-B^2)}{(1+B^2)^2}, & 1\\ \frac{1-C^2}{1+C^2}, & \frac{4C(1-C^2)}{(1+C^2)^2}, & 1\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{8}{(1+A^2)^2(1+B^2)^2(1+C^2)^2}\begin{vmatrix}A^4-1, & A^3-A, & A^2+1\\ B^4-1, & B^3-B, & B^2+1\\ C^4-1, & C^3-C, & C^2+1\end{vmatrix}=\frac{8}{(1+A^2)^2(1+B^2)^2(1+C^2)^2}\times$$

$$\left\{\begin{vmatrix}A^2, & A, & 1\\ B^2, & B, & 1\\ C^2, & C, & 1\end{vmatrix}A^2B^2C^2+\begin{vmatrix}A^4, & A^3, & 1\\ B^4, & B^3, & 1\\ C^4, & C^3, & 1\end{vmatrix}+ABC\begin{vmatrix}A^3, & A, & 1\\ B^3, & B, & 1\\ C^3, & C, & 1\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}A^4, & A, & 1\\ B^4, & B, & 1\\ C^4, & C, & 1\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}A^3, & A^2, & 1\\ B^3, & B^2, & 1\\ C^3, & C^2, & 1\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}A^2, & A, & 1\\ B^2, & B, & 1\\ C^2, & C, & 1\end{vmatrix}\right\}$$

$$=-\frac{8(A-B)(A-C)(B-C)}{(1+A^2)^2(1+B^2)^2(1+C^2)^2}\left\{A^2B^2C^2-(A+B+C)^2+(BC+CA+AB)^2-1\right\}$$

Il primo fattore di questa espressione vale

$$-8\operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2};$$

e riguardo alla quantità in { } essa si trasforma successivamente come segue

$$(ABC+A+B+C)(ABC-A-B-C)+(BC+CA+AB+1)(BC+CA+AB-1)=$$

$$= \frac{1}{\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}}\left\{-\frac{1}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}\times\right.$$

$$\left[\operatorname{sen}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}+\operatorname{sen}\frac{-\alpha+\beta+\gamma}{2}+\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2}+\operatorname{sen}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}\right]$$

$$-\frac{1}{2}\cos\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}\times$$

$$\left.\left[-\cos\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}+\cos\frac{-\alpha+\beta+\gamma}{2}+\cos\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2}+\cos\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}}\left\{\cos(\alpha+\beta+\gamma)-\cos\alpha-\cos\beta-\cos\gamma\right\}.$$

Dunque siamo autorizzati a concludere:

$$(11)\qquad \begin{vmatrix} \cos\alpha, & \operatorname{sen}2\alpha, & 1 \\ \cos\beta, & \operatorname{sen}2\beta, & 1 \\ \cos\gamma, & \operatorname{sen}2\gamma, & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 4\operatorname{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\operatorname{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\operatorname{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$[\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma-\cos(\alpha+\beta+\gamma)]$$

5. Quando siansi calcolati i determinanti del tipo (A), possiamo dedurre i valori di altri somiglianti contenenti altre funzioni trigonometriche avvalendosi delle relazioni che intercedono fra queste. Come esempio consideriamo il determinante (di cui ho dato il valore nel mio articolo succitato)

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha, & \operatorname{tg}\alpha, & 1 \\ \cos\beta, & \operatorname{tg}\beta, & 1 \\ \cos\gamma, & \operatorname{tg}\gamma, & 1 \end{vmatrix}$$

e poniamolo successivamente sotto le forme seguenti:

$$\frac{1}{\cos\alpha\ \cos\beta\ \cos\gamma}\begin{vmatrix} \cos^2\alpha, & \operatorname{sen}\alpha, & \cos\alpha \\ \cos^2\beta, & \operatorname{sen}\beta, & \cos\beta \\ \cos^2\gamma, & \operatorname{sen}\gamma, & \cos\gamma \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} \begin{vmatrix} 1+\cos 2\alpha, & \text{sen}\,\alpha, & \cos\alpha \\ 1+\cos 2\beta, & \text{sen}\,\beta, & \cos\alpha \\ 1+\cos 2\gamma, & \text{sen}\,\gamma, & \cos\gamma \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} \left\{ \begin{vmatrix} \text{sen}\,\alpha, \cos\alpha, 1 \\ \text{sen}\,\beta, \cos\beta, 1 \\ \text{sen}\,\gamma, \cos\gamma, 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{sen}\,\alpha, \cos\alpha, \cos 2\alpha \\ \text{sen}\,\beta, \cos\beta, \cos 2\beta \\ \text{sen}\,\gamma, \cos\gamma, \cos 2\gamma \end{vmatrix} \right\}$$

Servendosi ord delle formole (7) e (9) si conclude:

(12)
$$\begin{vmatrix} \cos\alpha, & \text{tg}\,\alpha, & 1 \\ \cos\beta, & \text{tg}\,\beta, & 1 \\ \cos\gamma, & \text{tg}\,\gamma, & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{2\,\text{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\,\text{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\,\text{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\alpha\ \cos\beta\ \cos\gamma}$$

$$\{1-\cos(\beta+\gamma)-\cos(\gamma+\alpha)-\cos(\alpha+\beta)\}$$

Analogamente diniostrerebbesi essere:

(13)
$$\begin{vmatrix} \text{sen}\,2\alpha, & \text{tg}\,\alpha, & 1 \\ \text{sen}\,2\beta, & \text{tg}\,\beta, & 1 \\ \text{sen}\,2\gamma, & \text{tg}\,\gamma, & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{2\,\text{sen}\frac{\beta-\gamma}{2}\,\text{sen}\frac{\gamma-\alpha}{2}\,\text{sen}\frac{\alpha-\beta}{2}\,\text{sen}(\alpha+\beta+\gamma)^{6)}}{\cos\alpha\ \cos\beta\ \cos\gamma}$$

6. Il teorema dimostrato nel n. 3 può estendersi a determinanti del medesimo tipo ma ove i numeri $m_1, m_2, \ldots, m_n$ sono, non interi, ma razionali. Supposto infatti che, ridotti i valori dele m alla loro più semplice espressione, sia

$$m_1 = \frac{p_1}{q_1},\quad m_2 = \frac{p_2}{q_2}, \ldots,\ m_n = \frac{p_n}{q_n},$$

[6]) Perciò, se α, β, γ sono angoli di un triangolo, il determinante che sta al primo membro della (13) è nullo: conformemente ad un' asserzione del sig. J. R. Scott (*A Treatise on the Theory of Determinants*, Cambridge 1880, p. 213)

chiamiamo D il minimo multiplo comme dei numeri $q_1, q_2, \ldots, q_n$ e poniamo.

$$r_1 = p_1 \frac{D}{q_1},\ r_2 = p_2 \frac{D}{q_2}, \ldots,\ r_n = p_n \frac{D}{q_n}$$

$$\beta_1 = \frac{\alpha_1}{D},\ \beta_2 = \frac{\alpha_2}{D}, \ldots,\ \beta_n = \frac{\alpha_n}{D},$$

Sarà allora identicamente

$$\left| \operatorname{sen} m_1\ \alpha_h, \ldots, \operatorname{sen} m_k\ \alpha_h, \cos m_{k+1}\ \alpha_h, \ldots, \cos m_n\ \alpha_h \right| =$$

$$= \left| \operatorname{sen} r_1\ \beta_h, \ldots, \operatorname{sen} r_k\ \beta_h, \cos r_{k+1}\ \beta_h, \ldots, \cos r_n\ \beta_h \right|$$

Ora quest' ultimo determinante rientra nel tipo già studiato onde ha una espressione della seguente forma

$$\left(\cos \frac{\beta_1}{2} \cos \frac{\beta_2}{2} \ldots \cos \frac{\beta_n}{2} \right)^{2R-n+1}$$

$$\Pi \operatorname{sen} \frac{\beta_p - \beta_q}{2} . f \left(\operatorname{tg} \frac{\beta_1}{2}, \operatorname{tg} \frac{\beta_2}{2}, \ldots, \operatorname{tg} \frac{\beta_n}{2} \right),$$

essendo R il massimo dei numeri $r_1\ r_2 \ldots r_n$, ossia dei numeri

$$D \frac{p_1}{q_1},\ D \frac{p_2}{q_2}, \ldots,\ D \frac{p_n}{q_n},$$

in altre parole R è il prodotto del massimo fra i numeri $m_1, m_2, \ldots, m_n$ pel minimo multiplo comune dei denominatori dei numeri stessi. Riponendo per le quantità β i loro valori si conclude:

(14) $$\left| \operatorname{sen} m_1\ \alpha_h, \ldots, \operatorname{sen} m_k\ \alpha_h, \cos m_{k+1}\ \alpha_h, \ldots, \cos m_n\ \alpha_h \right| =$$

$$= \left(\cos \frac{\alpha_1}{2D} \cos \frac{\alpha_2}{2D} \ldots \cos \frac{\alpha_n}{2D} \right)^{2R-n+1}$$

$$\Pi \operatorname{sen} \frac{\alpha_p - \alpha_q}{2D}\ f \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2D}, \ldots, \operatorname{tg} \frac{\alpha_n}{2D} \right),$$

ove f è al solito una funzione simmetrica de' suoi argomenti.

Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Ed. Grégra v Praze 1897.

LVIII.

Zur Embryonalentwicklung der Gattung Asplanchna.

Von Dr. **Al. Mrázek**, in Prag.

Mit einer Tafel.

(Vorgelegt den 26. November 1897.)

Da die Embryonalentwicklung der Räderthiere bisher nur wenig bekannt ist, untersuchte ich im Sommer 1896, als ich zufällig in *Asplanchna* ein vorzüglich dazu geeignetes Material erkannte, die Embryonalentwicklung dieser Gattung. Zuerst habe ich selbstverständlich die Entwicklung des parthenogenetischen Eies an lebenden Thieren untersucht, was mit keinen Schwierigkeiten verbunden war, da die ganze Entwicklung im Innern der Mutterthieres verläuft und bei der grossen Durchsichtigkeit unserer Räderthiergattung sich bis in recht feine Einzelnheiten verfolgen lässt. Anders freilich verhält sich die Sache mit den sogenannten Dauereiern, die ihrer dicken Hüllen und der Fetttropfen wegen ziemlich undurchsichtig sind. Hier ist man ganz auf die Schnittmethode angewiesen.

Als ich nun nach meiner Rückkehr nach Prag das gesammelte Material weiter zu bearbeiten begann, erschien eine Arbeit Jenning's [1]), die zufälligerweise eine ausführliche Schilderung der Entwicklung gerade derselben *Asplanchna*-Art, die ich selbst untersucht habe, enthält. Ich konnte also nur entweder noch die feineren Vorgänge bei der Reifung und Furchung des parthenogenetischen Eies, oder die Entwicklung des befruchteten Dauereies, die Jennings nicht untersucht hatte, zu untersuchen. Leider aber gerade was den letzteren Punkt betrifft, war mein gesammeltes Material lückenhaft. Ich verschob deshalb die Arbeit auf eine spätere Zeit, da ich der Hoffnung war, dass

[1]) Jennings, H. S.: The early development of *Asplanchna Herrickii* de Guerne, Bull. Mus. Comp. Zool. Harward Coll. XXX. 1896.

es mir wieder gelingen wird Asplanchna mit Dauereiern zu finden. Aber meine Mühe blieb erfolglos.[2]) Da nun aber dasselbe Object von anderer Seite[3]) in Angriff genommen wird, so halte ich es für angezeigt, die hauptsächlichsten Resultate meiner Untersuchungen hier kurz mittzutheilen, obgleich dieselben des spärlichen Materials wegen unvollständig geblieben sein mussten.

Bei *Asplanchna*, ähnlich wie bei anderen Räderthieren, finden wir dreierlei Eier, die sich schon auf ersten Blick von einander durch ihren verschiedenartigen Habitus gut unterscheiden lassen, nämlich männliche parthenogenetische Eier, weibliche parthenogenetische Eier und befruchtete weibliche Eier, sog. Dauereier. Die ganze Entwicklung der parthenogenetischer Eier, sowohl weiblichen als auch männlicher erfolgt im Mutterleibe, aber auch die Dauereier entwickeln sich nach meinen Befunden ziemlich weit im Innern des Mutterthieres. Über die Verhältnisse der Eiproducierung besitzen wir Mittheilungen Lauterborn's über *Aspl. priodonta*, die aber mit meinen Beobachtungen an *Aspl. Herricki* nicht harmoniren. Nach *Lauterborn* bilden diejenigen Weibchen, welche parthenogenetische weibliche Eier erzeugen, ausschliesslich diese Eierart, während männchengebärende Weibchen auch die Dauereier producieren. Ich fand aber, dass eine *Asplanchna* mit parthenogenetischen weiblichen Eiern auch männliche Eier, oder auch weibliche befruchtete Eier producieren kann, ja wir finden sogar Exemplare die gleichzeitig im Innern vorgeschrittene Stadien der parthenogenetischen Eier, männliche Eier und Dauereier enthalten. Daraus ergibt sich auch, dass es unmöglich ist, dass diejenigen Weibchen die Dauereier führen, auf den ersten Stadien der Entwicklung entschieden kleiner seien als die Weibchen producierenden Exemplare, wie es bei *Aspl. priodonta* sein soll. Bei *Aspl. Herricki* findet man oft Weibchen mit parthenogenetischen Eiern, die im Verhältnisse zu Weibchen mit Dauereiern wahre Pygmaeen sind

---

[2]) Die Thiere bezog ich aus einem kleinem Teich, etwa 2 km. weit von Příbram. Neben *Aspl. Herrickii* kam dort sehr zahlreich während der Monate August und September auch *Aspl. Brightwelli* und äusserst vereinzelt auch *Aspl. myrmeleo*. In derselben Localität fand ich heuer, obgleich ich in denselben Monaten dieselbe täglich (oft sogar zweimal) besuchte, kein einziges Exemplar der beiden ersten Arten und bloss gegen Ende September wenige Exemplare der *Aspl. myrmeleo*. Auch an anderen Localitäten gelang es mir nicht *Asplanchna* mit Dauereiern zu finden.

[3]) R. v. Erlanger & R. Lauterborn: Über die ersten Entwicklungsvorgänge im parthenogenetischen und befruchteten Raderthiereі (Asplanchna priodonta). Zool. Anzeiger. XX. 1896. Nr. 545. S. 452—456.

aber auch umgekehrt. Überhaupt kann die Grösse nur als ein unbedeutender Faktor in der Asplanchna-Entwicklung gelten, da auch die Grösse der Eier sehr variirt. Bekanntlich producieren die Asplanchna Arten mehrere Eier. In grösseren Exemplaren von Aspl. Herricki fand ich auf einmal bis gegen 20 parthenogenetischer Eier die sich in verschiedensten Entwicklungsstadien befanden. Befinden sich nun schon mehrere Eier im Uterus der Mutter so sind die neu sich bildenden Eier immer kleiner, während man die grössten Eier in Exemplaren findet, die nur wenige (1—3) Eier führen. Auch eine weitere Angabe LAUTERBORN's über *Aspl. priodonta* nämlich, dass dieselbe stets nur ein einziges Dauerei enthält trifft für *Aspl. Herricki* nicht zu, da diese mehrere Dauereier gleichzeitig (resp. kurz hintereinander) produciert (bis 3 nach meinen Beobachtungen.)

Doch kann nach meinen Befunden die Producierung von parthenogenetischen Eiern nicht direkt in jene von Dauereiern übergehen. Die Hervorbringung von Dauereiern erfordert auch einige Veränderungen der Gonade, resp. der Dotterstockpartie derselben. Zur Zeit wo diese Erscheinungen vor sich gehen, entwickeln sich die schon angelegten und reifen parthenogenetische Eier nicht weiter, sondern gehen zu Grunde, unter recht interresanten Umständen (s. fig. 1.). Im Ei beginnen neben Kern, welcher anfangs noch erhalten bleibt, noch andere kernähnliche Gebilde sich zeigen, die aber des Chromatins fast gänzlich entbehren. Gleichzeitig spalten sich von der Hauptmasse des Eies zahlreiche kleine Kügelchen die sehr häufig Vacuolen und färbbare Elemente enthalten. Zuletzt findet man eine unregelmässige Masse, welche die feinwabige Structur noch behalten hat und die im Innern zahlreiche blasse kernartige Gebilde enthält. Entstehung dieser Gebilde konnte ich nicht verfolgen, doch bemerke ich, dass ich in solchen Eiern niemals weder Mitosen noch direkte Kerntheilungen fand. Der erwähnten Masse sitzten nun als eine Art Kappe zahlreiche kleine Kügelchen auf.

Möglich ist es, dass es sich um Degeneration schon gefurchter parthenogenetischer Eier handelt, die sich nicht weiter entwickeln konnten, da ihnen schon kein weiteres Nährmaterial zugeführt wurde. Dieses wurde wohl verbraucht zu jenen Erscheinungen die sich im Dotterstock zeigen zur Zeit wo die Dauereibildung beginnen soll. An der Gonade können schon in sehr frühen Stadien (vergl. fig. 2.) zwei verschiedene Abschnitte unterschieden werden, nämlich Dotterstock und das eigentliche Ovarium. Der Dotterstock, welcher bedeutend grösser ist als der Keimstock stellt ein Syncytium dar in welchem grosse

Kerne mit glänzenden verschiedenartig gestalteten, oft traubenförmigen Nucleolen eingebettet liegen. Die Zahl dieser Kerne ist nicht überall dieselbe, sondern variiert ein wenig. Gewöhnlich beobachtete ich 12—18 solcher Kerne. Der Bau dieser Kerne erhellt am besten aus unseren Abbildungen 3. und 4. oder 2., die den Jugendzustand derselben darstellt. Ausser den Nucleolen finden sich im Kerninhalt nur noch sehr spärliche Körnchen die als Chromatin gedeutet werden konnten. Dies trifft jedoch zu nur bei entwickelten Thieren, während bei Embryonen noch das Chromatin erhalten bleibt, und die Nucleolen erst Andeutungen ihrer späteren Form zeigen. Das Plasma des Dotterstockes zeigt einen deutlich wabigen Charakter, wie sich überhaupt bei *Asplanchna* die Schaumstructur des Protoplasmas sehr schön nachweisen lässt und zwar wie wir noch sehen werden sogar bei Centroplasma und Strahlungen. Sonst aber enthält die Grundsubstanz des Dotterstockes zur Zeit der Bildung von parthenogenetischen Eiern keine weiteren Einschlüsse. Auch ist zu dieser Zeit die ganze Gonade, ähnlich wie das ganze Thier fast vollkommen farblos und durchsichtig.

Sollen aber Dauereier produciert werden, so nimmt wie es mir scheint der Dotterstock ein wenig an Umfang zu. Gleichzeitig nimmt er eine hellblaue Färbung an und es beginnen sich in ihm rothe Fetttropfen zu zeigen. An Schnittpräparaten überzeigt man sich dass ausser den Fettkugeln es auch zur Bildung zahlreicher kleiner Körner kommt die dasselbe Färbungsvermögen wie die Nucleolen zeigen, nämlich sich in Eisenhämatoxylin schwarz, in Safranin roth färben (vergl. fig. 4.).

Um nun zur Eibildung zu übergehen, müssen wir zuerst den Bau der Ovocyten besprechen. Dieselben besitzen einen grossen Kern mit *zahlreichen deutlichen* Chromatinkörnern. Das Cytoplasma ist an jungen Ovocyten kaum nachweisbar, ebensowenig wie die Zellgrenzen. Etwas was man als Dotterkerne bezeichnen könnte, konnte ich nicht finden obgleich ich nach dem Erscheinen der Mittheilung Lauterborn's und v. Erlanger's meine Präparate daraufhin nochmals durchmusterte. v. Erlanger und Lauterborn fanden bei *Aspl. priodonta* zwei bis 4 Kernkappen die in der heranreifenden Ovocyte in eine grosse Anzahl kleiner Brocken zerfallen die sich im Cytoplasma vertheilen. Ich finde im Cytoplasma des heranreifenden parthenogenetischen Eies weiter nichts als die feinwabige Grundsubstanz ohne jegliche Einschlüsse. Die Granula in welcher diese Kernkappen zerfallen sind sollen sich nach dem Ausstossen des Richtungskörpers an dem dem

Richtungskörper entgegengesetzten Pol anzusammeln. Ich fand bei meiner Art nichts ähnliches, sondern im Gegentheil zur Zeit der Bildung des sog. „*Richtungskegels*,“ welche von LAUTERBORN und v. ERLANGER eingeführte Bezeichnung ich sehr zutreffend finde, lassen sich einige färbbare Körnchen gerade in der Umgebung des auszustossenden Richtungskörpers beobachten (vergl. fig. 6.).

Die Cytoplasma der reifenden Ovocyte vermehrt sich rasch, jedoch niemals konnte ich da wo das Ei dem Dotterstock anliegt eine auf etwa vorhandenen Diffusionsströme hinweisende feine Streifung wie eine solche v. ERLANGER und LAUTERBORN erwähnen beobachten. Auch das Keimblässchen nimmt bedeutend an Umfang zu und die Chromatinmasse desselben vermehrt sich. Sonst aber zeigt es den Bau eines ruhenden Kernes und der Fadenknäuel tritt erst später auf. Ein Centroplasma lässt sich zu dieser Zeit nicht nachweisen. Über den Ursprung des Centrosomas des Richtungskörpers äussern sich v. ERLANGER und LAUTERBORN folgendermassen: „Über die Herkunft des Centrosomas des Richtungskegels lies sich so weit nichts sicheres ermitteln, doch beobachteten wir in allen Keimbläschen ein besonderes, stärker lichtbrechendes Kügelchen, aus welchem der Centralkörper vielleicht hervorgehen dürfte und das sich deutlich von den Granulationen der zerfallenden Kernhaube unterscheidet.“ Ich habe zwar ein ähnliches Kügelchen im Innern des Kernes nicht beobachtet, doch muss auch ich eine nucleäre Herkunft des Centrosoms annehmen. Ich fand nähmlich dass an der Innenseite des Keimbläschens zuerst eine sehr unbedeutende Strahlung auftritt, erst später lässt sich ein in einem Einschnitt der Kernmembran liegendes Centrosoma und Sphäre nachweisen. Sobald die Strahlung deutlicher sich zeigt, sehen wir dass das Keimbläschen seine ovale Form ändert und gegen die Eiperipherie rückt. Es nimmt eine kegelförmige Gestalt an, was sich bereits am lebenden Ei gut beobachten lässt und stellt sich so, das es mit seinem breiteren Ende bis die Peripherie des Eies berührt während das abgerundet zugespitzte gegenseitige Ende der Centrosphäre zugekehrt ist. Die Kernmembran ist noch vollkommen erhalten und sie ist es welche nach meiner Ansicht die auf fig. 6. sehbaren Längsstreifen bildet. Im Äquator des Keimbläschens sammeln sich nun die Chromosomen. v. ERLANGER und LAUTERBORN theilen mit, dass die Ausstossung der einen Hälfte der Chromatinfigur, ohne dass die Kernmembran aufgelöst worden wäre, vor sich geht. Meine diesbezüglichen Beobachtungen und Präparate sind zwar nicht vollkommen ausreichend, um dies entschieden bestreiten zu können, doch besitze ich Präparate, wo

zur Zeit der Auseinanderrückung der beiden Hälften der Äquatorialfigur man zwar von einem Kegel ziemlich starker Fäden aber nicht gut von einer Kernmembran reden könnte Die Ausstossung des Richtungskörpers habe ich am lebenden Thier beobachtet und kann bestättigen dass nur ein einziges Richtungskörper gebildet wird. Nach der Ausstossung des Richtungskörpers wandert der Kern indem er wieder eine ovale Form annimt in das Centrum des Eies zur Centrosphäre. Von nun ab habe ich die Entwickelung resp. die Furchung bisher nur an lebenden Eiern untersuchen können und kann deshalb über die feineren Vorgänge dabei nichts bemerken. Ich kann deshalb auch die Angaben v. Erlanger's und Lauterborn's nicht kontrollieren. Nur zu einem Punkte erlaube ich mir eine Bemerkung. Bei der ersten Furchungsspindel bleibt nach v. Erlanger und Lauterborn die Kernmembran stets nachweisbar und gut erhalten „und die Theilung des Kernes verläuft in einer Weise, welche frappant an eine gewisse Modalität der directen Kerntheilung erinnert, obgleich die Theilnng der chromatischen Figur durchhaus nach dem Typus der Karyokinese erfolgt. Es bleiben nämlich die beiden Kernhälften solange durch eine lange dünne, von der Kernmembran gebildete Röhre verbunden, bis die einseitig einschneidende 1. Furche das Ei vollständig in zwei ungleich grosse Blastomeren zerlegt . . . Die erwähnte Kernröhre ist von einem System cytoplasmatischer „Verbindungsfasern“ scheidenförmig umgeben, die noch nach der vollzogenen Zell- und Kerntheilung kurze Zeit nachweisbar bleiben.“ Dieselbe Erscheinung hat gerade bei der Theilung des ersten Furschungskernes bereits Jenning's beobachtet und auf der Abbildung [4]) angedeutet. Ich muss zu den Beobachtungen v. Erlanger's und Lauterborn's bemerken, dass ganz ähnliche Erscheinungen sich auch bei allen späteren Mitosen nachweisen lassen. In diesen Fällen handelt es sich jedoch keineswegs um ein Erhalten der Kernmembran. Im Stadium der Äquatorialfigur konnte eine Kernmembran nicht mehr nachgewiesen werden. Die von einander rückenden Chromosomen im Dyaster-Stadium (zu dieser Zeit haben sich die Centrosomen auf den Polen stets schon wieder getheilt) bleiben mit den Chromosomen der anderen Seite stets mittels starker färbbarer Fäden (vergl. fig. 11.) verbunden. Diese Fäden sind nicht überall gleich dick, sondern hie und da deutlich verdickt, und sie bleiben noch erhalten, nachdem sich um die Tochterkerne bereits wieder eine Kernmembran gebildet hatte, verbinden also gewisser-

---

[4]) l. c. fig. 4.

maassen diese Kerne. An schiefen Schnitten durch diese Verbindungsbrücke überzeigt man sich leicht, dass wir nicht mit einer von der Kernmembran gebildeten Röhre, sondern nur mit einigen selbstständigen starken Fäden zu thun haben. Diese sind noch von einigen viel zarteren „cytoplasmatischen Verbindungsfasern“ (wie es Lauterborn und Erlanger bezeichnen) begleitet.

Zu einer eingehenderen Verfolgung der Entwicklung des parthenogenetischen männlichen Eies fehlte mir leider an hinreichendem Material, weshalb ich gleich zur Schilderung der Entwicklung des Dauereies übergehe.

Die frühesten Vorgänge derselben wurden schon früher geschildert. Über Reifungs- und Befruchtungsvorgänge kann ich nichts mittheilen. Ich bemerke nur, dass erst zu dieser Zeit (vergl. fig. 7.) sich die äussere Eihülle bildet, und zwar zuerst an der der Gonade entgegengesetzten Seite (fig. 7.). Diese äussere Eihülle ist vom grosswabigen Bau, ähnlich wie beim Dauerei von *Aspl. Girodi.* Die Furchung ist eine totale und trotz der zahlreichen Einschlüsse, wie z. B. Fettkugeln lässt sich dabei die alveoläre Structur des Protoplasmas überall sehr deutlich nachweisen, besonders auch an der Sphäre und an der Centralspindel (vergl. fig. 13.). In den Furchungszellen des 8- und 16-Zellenstadiums (diese konnte ich allein untersuchen) finden wir stets zwei Sphären mit deutlichen Centrosomen in jeder Zelle, die meistens dem Kern dicht aufsitzen, wobei an den entsprechenden Stellen eine deutliche Einstülpung der Kernmembran sich zeigt. Auf späteren Stadien, wo sich die Zellen schon beträchtlich vermehrt haben (fig. 9.) finden wir noch immer eine einzige Eihülle. Die Zellen im Innern des Eies sind zwar etwas grösser und auch mit grösseren Kernen versehen, haben sich aber noch nicht als eine besondere Schicht abgesondert. Auch sind die Zellgrenzen noch überall deutlich, und die zahlreichen Fetttropfen in den Zellen eingeschlossen. In der Aussenschicht findet man bei diesem Stadium stets eine kleine Stelle, wo sich das Zellplasma obzwar nicht sehr deutlich, aber doch etwas dunkler färbte

Die soeben geschilderten und auf fig. 9. abgebildeten Stadien traf ich am häufigsten. Übergänge von ihnen zum fertigen Dauerei (fig. 10) konnte ich leider bisher nicht beobachten. Das fertige Dauerei misst cca 0·1 *mm* im Durchschnitt. Unter der äusseren waabigen Eihülle hat sich noch eine innere compacte und sehr stark färbbare Hülle gebildet, die offenbar von den oberflächlichen Zellen abgeschieden wurde. Diese Hülle muss als die eigentliche schützende Hülle

des abgelegten Eies angesehen werden, denn sie ist recht undurchdringbar, wie man sich nur allzu leicht bei Paraffineinbettung überzeigt. Die äussere waabige Hülle wäre ich geneigt als eine Art von Schwimm-, resp. Verbreitungs-Vorrichtung aufzufassen. Nur sehr selten fand ich, dass beim fertigen Ei beide Eihüllen dicht einander anliegen. Meistens hebt sich die äussere Hülle bedeutend vom eigentlichen Ei ab. Es könnte dies als eine Zusammenschrumpfung des Eies in Folge der Reagentienentwicklung erklärt werden, hätte ich nicht diese Erscheinung auch bereits am lebenden Dauerei beobachtet. Über eine scheinbare dritte Eihülle werden wir noch weiter berichten.

Der Eiinhalt hat sich in zwei sehr deutlich von einander abgegrenzte Schichten differenziert, eine innere stärker färbbare mit grossen Kernen, deren Zahl nach meiner Schätzung etwa 30 beträgt, in welcher sich keine Zellgrenzen mehr nachweisen lassen und eine periphere Schicht mit zahlreichen viel kleineren Kernen, zwischen welchen bei einiger Aufmerksamkeit, besonders da wo die Schicht nur von der Fläche angeschnitten ist, noch hie und da Zellgrenzen bebachtet werden können. Die alveoläre Protoplasmastructur lässt sich in beiden Schichten leicht erkennen. Besonders in der inneren Schicht an der Peripherie der grossen Kerne können wir die Gruppierung der Alveolen um die Kerne herum gut beobachten (auf der fig. 10. sind die Alveolen der inneren Masse der Deutlichkeit wegen ein wenig gröber gezeichnet, und die concentrische Lagerung der Alveolenreihen, die sonst nur in der nächsten Umgebung der Kerne wahrnehmbar ist, auch noch weiter von denselben angedeutet). An der Eiperipherie, dicht unter der zweiten Eihülle, kommt noch scheinbar eine feine Membran vor, aber bei aufmerksamer Beobachtung sehen wir, dass dies nur eine optische Täuschung ist, verursacht durch *eine einzige kontinuirliche Reihe gleich hoher Alveolen.*

Beide Schichten sind von einander deutlich geschieden nicht nur durch verschiedene Structur und verschiedenes Verhalten der Alveolenwände gegen die Farbstofflösungen, sondern auch dadurch, dass an ihrer Grenze die Fettkugeln, die auf früheren Stadien im ganzen Ei zerstreut waren, sich angesammelt haben. Es will mir sogar scheinen, dass dieselben bei dieser Gelegenheit sogar aus den Zellen ausgestossen werden. Die kleinen Kerne der Aussenschicht sind ziemlich chromatinarm und regelmässig zerstreut. Nur an einer einzigen kleinen Stelle finden wir eine Anhäufung von Kernen mit chromatinreicherem Inhalt, umgeben von stärker färbbarem Protoplasma. An dieser Stelle ist auch die Verbindung mit der inneren Schicht eine

innigere und es finden sich auch zwischen beiden keine Fettkugeln. Es handelt sich wohl um dieselbe Stelle, von welcher wir schon bei der Schilderung eines früheren Stadiums gesagt haben, dass sie sich etwas dunkler färbe. Dass wir es hier mit der Anlage von *Genitalzellen* zu thun haben, ist augenscheinlich. Nicht nur ihr Habitus, sondern auch die Beobachtungen Jennings' am parthenogenetischen Ei sprechen dafür.

Die übrige Partie der äusseren Schicht kann ohne weiters als Ectoderm gedeutet werden, einige Schwierigkeiten bedeutet jedoch die Deutung der inneren Masse mit den grossen eigenthümlich gebauten Kernen, die ein Syncytium darstellt. Die Kerne dieser Schicht erinnern sehr viel an die Gestalt der Kerne des Dotterstockes; und zwar nicht nur bei unserer Art, sondern auch bei anderen Arten, wo doch diese Kerne wieder anders gebaut sind, und lassen sich schon am lebenden oder absterbenden Ei ganz deutlich erkennen. Deshalb wurden sie schon von älteren Autoren beobachtet und für aufgenommene Dotterstockkerne erklärt. Lauterborn und Erlanger sagen darüber: „Die Kerne des vorgeschrittenen Dauereies, welche man allenfalls für Dotterstockkerne halten könnte, entsprechen Entodermkernen.“ Ich kann dieselben jedoch nicht kurzweg als Entodermkerne bezeichnen, sondern wäre vielmehr geneigt die ganze innere Masse als Dotterstockpartie der Gonade aufzufassen. Meine Gründe dafür wären die folgenden. Erstens der innige Zusammenhang dieser Schicht mit der als Genitalzellen gedeuteten Stelle und zweitens der eigenthümliche Bau der grossen Kerne, in welchen zwar die Nucleolen noch nicht die Gestalt derselben Gebilde der Dotterstockkerne erreicht haben, aber bereits sehr ähnliche Gebilde darstellen. Dazu kommt noch der Umstand, dass die Kerne dieser Schicht wahrscheinlich überall bei *Asplanchna* den Dotterstockkernen ähnlich sind, obgleich die Gestalt dieser letzteren bei einzelnen Arten sehr verschieden ist. Nur die etwas grössere Zahl dieser Kerne steht meiner Deutung im Wege, obgleich ich nicht verschweigen darf, dass beim parthenogenetischen Ei die Zahl der Dotterstockkerne nach meinen Untersuchungen auch etwas grösser ist als im alten Thier, freilich nicht in so grosser Proportion wie hier. Jedenfalls scheint es mir sicher zu sein, dass der Dotterstock sich aus dieser Partie bildet. Dies würde im Einklange mit der anderswo bei Räderthieren von Zelinka festgestellten entodermalen Entstehung des Dotterstockes stehen.

Zum Schlusse der Arbeit will ich noch zwei Momente anführen,

die der Deutung der inneren Masse als Entoderm nicht günstig sind. Bei *Asplanchna* lassen sich im Magen deutlich Zellen unterscheiden. Nun stellt aber die innere Masse des Dauereies ein Syncytium dar. Wir müssten daher annehmen, dass die Zellgrenzen des Entoderms, die noch auf ziemlich späten Furchungsstadien vorhanden waren, zu einer gewissen Zeit verschwinden, um dann später bei der Bildung des Magens wieder vom Neuem aufzutreten, während im Gegentheil die Ectodermzellen zu derselben Zeit, wo das Entoderm ein Syncytium bildet, noch selbständig bleiben, obgleich dieselben beim fertigen Thier ihre Selbständigkeit verlieren. Weiter scheint dagegen zu sprechen die Anhäufung der Fettkugeln an der Grenze zwischen den beiden Schichten. Das definitive Urtheil kann meiner Ansicht nach erst nachdem die Organbildung verfolgt sein wird, gefällt werden.

(*Prag, Zoolog. vergl. anatom. Institut der k. k. böhm. Universität.*)

Erklärung der Abbildungen.

Alle Figuren bis auf fig. 4, die von *Asplanchna priodonta* stammt, beziehen sich auf *Aspl. Herricki* und sind ausschlieslich nach mit Heidenhain's Eisenhämatoxylin oder Safranin gefärbten Schnitten bei Zeiss Honmog-Immers. $^1/_{12}$ gezeichnet.

(Bei dem photolithographischen Verfahren wurden die Zeichnungen etwas verkleinert.)

Fig. 1 a—c. Degenerative Furchungsbilder an parthenogenetischen weibichen Eiern zur Beginn der Bildung von Dauereiern.

Fig. 2. Schnitt durch ein Embryo von *Aspl. Herricki* den Bau der jugendlichen Gonade zeigend.

Fig. 3 *a*. Schnitt durch die Gonade. Links der Dotterstock mit grossen Kernen die eigenthümlich gebaute Nucleolen enthalten, rechts der Eierstock und ein heranreifendes Ei (der Kern desselben ist im Schnitt nicht getroffen.) Bei *b*. Bild des Eierstockes auf folgendem Schnitt. Die feinwabige Struktur der Platoplasma ist hier wie auch auf fast allen übrigen Abbildungen soweit es gieng angedeutet.

Fig. 4. Schnitt durch den Dotterstock zur Zeit der Producierung von Dauereiern. Im Plasma sind neben Fettkugeln noch zahlreiche färbbare Körnchen (Dotterkörner ?) eingeschlossen.

Fig. 5. Ein sich bildendes Dauerei. Die grossen Fettkugeln unregelmässig zerstreut, die Dotterkörner hauptsächlich an der Eiperipherie angesammelt.

Fig. 6. Vorstadium der Ausstossung des Richtungskörpers beim parthen. weiblichen Ei.

Fig. 7 Schnitt durch ein reifes Dauerei mit Centroplasma und deutlicher

Strahlung. (Die Wabenstructur ist weggelassen). Äussere Hüllmembran ist noch nur an der der Gonade entgegengesetzten Seite entwickelt.

Fig. 8. Schnitt durch ein Dauerei im 16-Zellen-Stadium. Der Einfachkeit wegen wurde die sonst gut erkennbare Wabenstructur des Protoplasma nicht gezeichnet.

Fig. 9. Zwei Dauereier, ungefähr auf demselben Stadium, jedoch verschieden angeschnitten. Die Sonderung der inneren Zellenmasse in welcher die Zellgrenzen sich noch nachweisen lassen, ist noch nicht erfolgt. Auch ist nur eine einzige Eihülle vorhanden.

Fig. 10. Schnitt durch ein Dauerei auf vorgeschrittenem Entwicklungs-Stadium. Unter der äusseren wabigen Hülle hat sich noch eine zweite festere dicke und stark färbbare ausgebildet. Der Eiinhalt hat sich in zwei deutliche Schichten gesondert. Die Fettkugeln haben sich an der Grenze der beiden Schichten angesammelt. In der Aussenschicht findet sich an einer Stelle die Anlage der Genitalzellen.

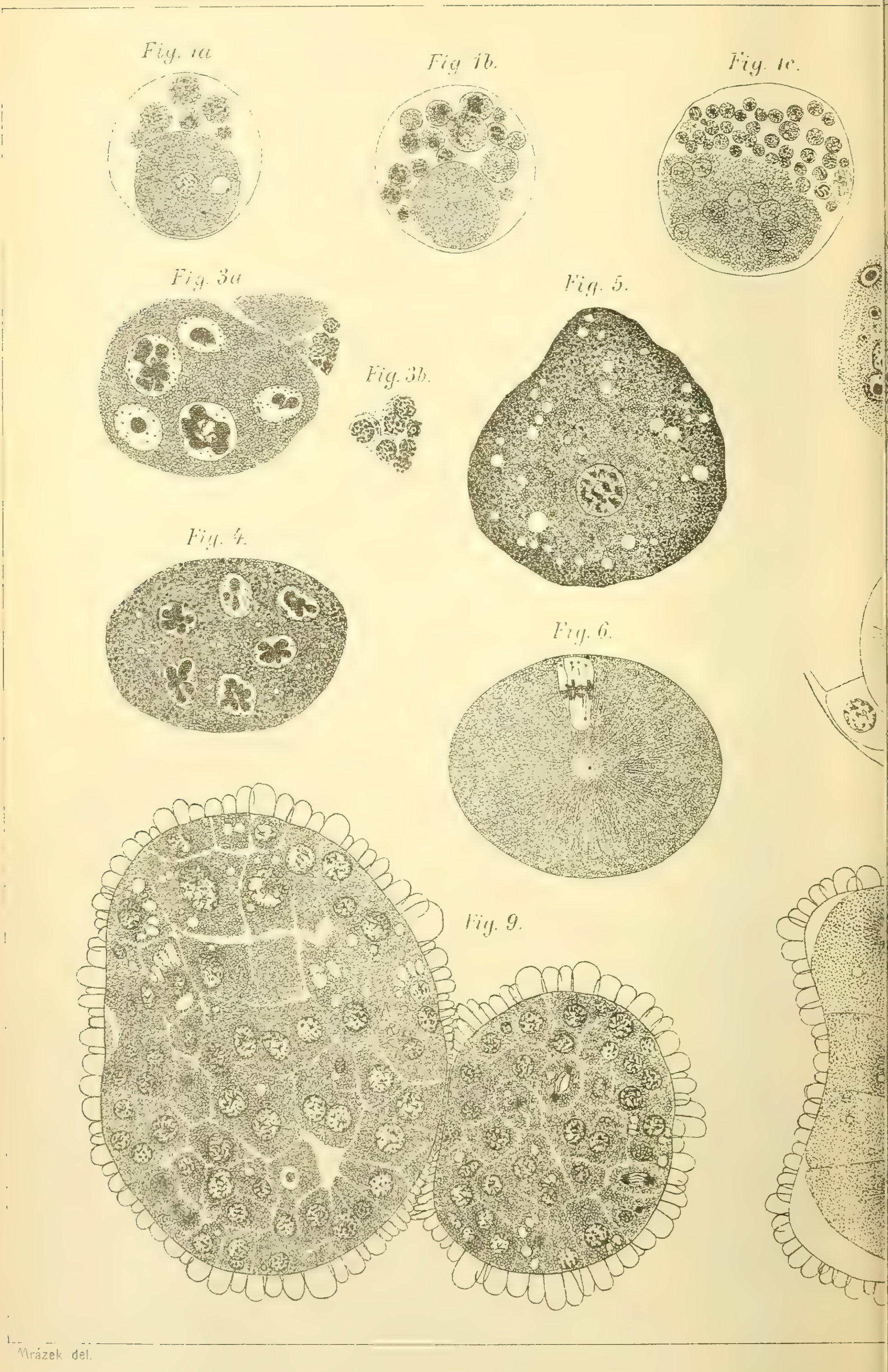
Fig. 11. Theil eines Schnittes durch ein parthenogenetisches Ei im vorgeschrittenem Furchungsstadium. Die Kerne zweier so eben getheilter Zellen hängen noch mit deutlichen Fasern zusammen.

Fig. 12. Zwei Kerntheilungsfiguren aus parthenogen. Ei. Die Centrosomen an den Polen getheilt. Die Chromosomen hängen durch relativ dicke hie und da geschwollene, sich färbende Fäden zusammen.

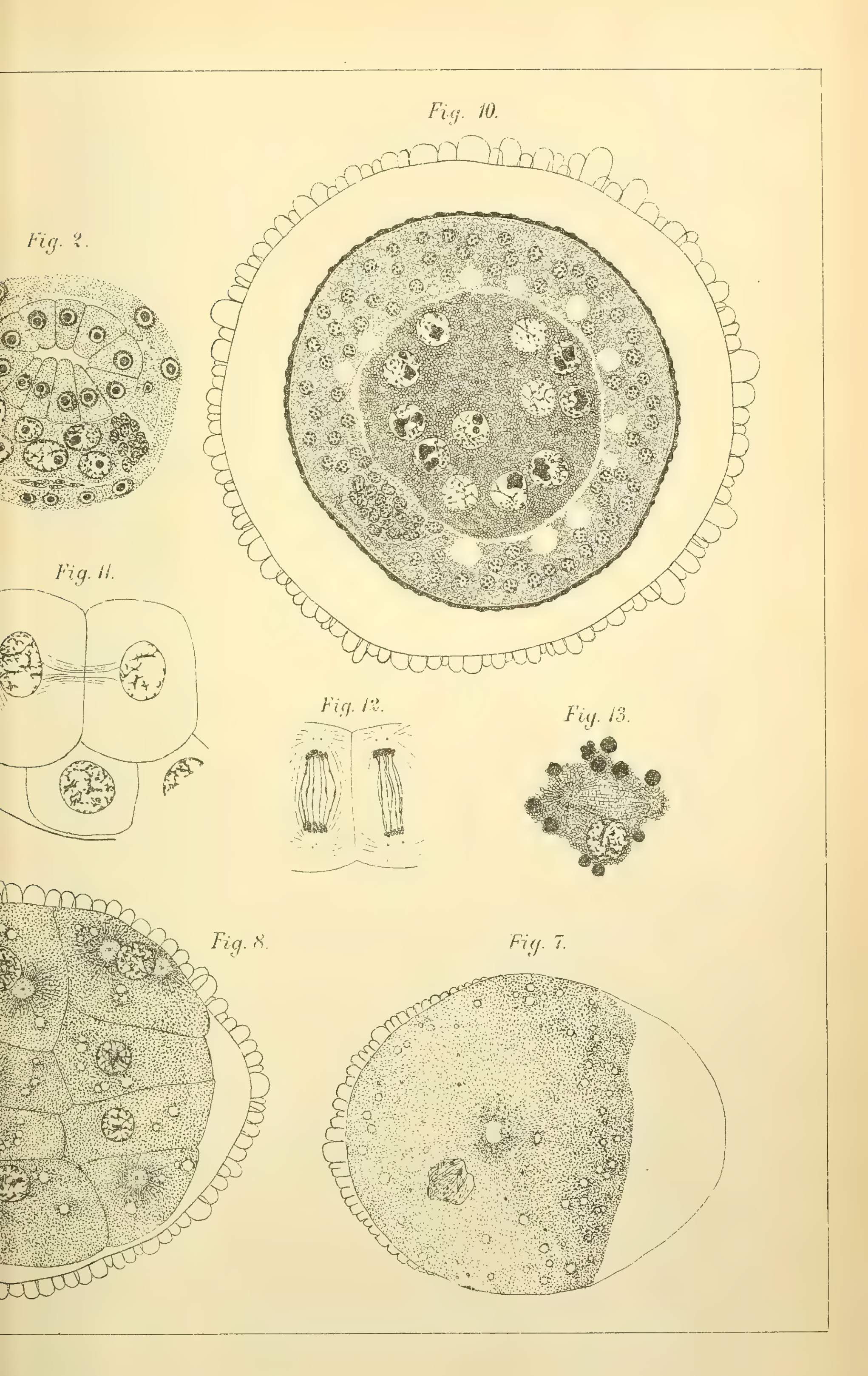
Fig. 13. Centralspindel aus einer Zelle des Dauereies (8 Zellen-Stadium) schräg durchschnitten und einen exquisit wabigen Bau zeigend. Schwarz: Fettkugeln.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag.



Mrázek del.



Lith. Farský v Praze

LIX.

Ueber die Structur der sog. Cuticula und die Bildung derselben aus den intercellularen Verbindungen in der Epidermis.

Von **F. K. Studnička** in Prag.

(Mit einer Tafel und einer Textfigur.)

(Vorgelegt den 26. November 1897.)

Wie bekannt, sind die Epidermiszellen der niedersten Wirbelthiere an ihrer freien Oberfläche mit einem festeren Saume, der sogenannten „Cuticula" bedeckt, die in der phylogenetischen Entwickelung an die Stelle der, bei Wirbelthieren jetzt nur im früheren embryonalen Leben der niederen Formen erhaltenen, flimmernden Wimperbedeckung getreten ist. Die Flimmerepithelien an der Oberfläche des Körpers, die sich wahrscheinlich noch aus jenen Zeiten datiren, wo sie der Bewegung des ganzen Körpers dienen mussten, sind bei den Wirbelthieren natürlich überflüssig geworden, und wurden durch die betreffende, jetzt nur zum Schutze der Epidermis dienende Vorrichtung ersetzt. Erst bei etwas höheren Wirbelthieren, wo auch diese „Cuticula" die Oberfläche des Körpers nur ungenügend schützen würde, da sie schon oft ausserhalb des Wassers leben, tritt bekanntlich die Verhornung ganzer Schichten von oberflächlichen Zellen an ihre Stelle.

Sonst finden wir eine „Cuticula" auch an der Oberfläche anderer Epithelien, wo sie ebenfalls oft nur einen Ersatz (oder Rest) ursprünglicherer Bildungen darstellt. Jene des Verdauungsapparates geben uns wieder ein schönes Beispiel dazu; auch hier finden wir nemlich in früheren Stadien phylogenetischer Entwickelung eine Flimmerbedeckung an ihrer Stelle.

In dieser Abhandlung wollen wir uns jedoch ausschliesslich mit den Verhältnissen in der Epidermis beschäftigen.

Von verschiedenen Forschern wurde die Cuticula verschieden aufgefasst[1]). Wenn wir von den Angaben älterer Forscher, die auch feine Schichten verhornter Zellen, wie wir solche z B. bei den Amphibien (Fig. 8 unserer Tafel) finden, zu der Cuticula rechneten, absehen, so müssen wir hauptsächlich zwei Deutungen der „Cuticula" unterscheiden. Die ältere, noch jetzt fast allgemein verbreitete Deutung bezeichnete als „Cuticula" jede die freie Fläche der Epithelzellen bedeckende Schichte, ohne Rücksicht auf ihre Structur. In der neueren Zeit wurde jedoch von Wolff (89. Pag. 572.) darauf hingewiesen, dass man in dem, was man bisher für Cuticula hielt, zwei verschiedenen Schichten unterscheiden müsse: eine äussere homogene Membran, die eigentliche Cuticula, und die unter derselben liegende, bisher allein bekannte dickere „Pseudocuticula", die durch ihre senkrechte Streifung eine complicirtere Structur zeigt.

Noch heute bezeichnet man oft diese beiden von Wolff unterschiedenen Schichten zusammen mit dem Namen „Cuticula", obzwar die Definitionen der Cuticula, die wir in den neuesten Arbeiten finden,[2]) wie wir sehen werden, sich höchstens an die äussere von ihnen beziehen lassen. Der grösste Theil dessen, was man so oft mit zu der Cuticula rechnet, darf diesen Namen überhaupt nicht tragen. Wir wollen uns mit diesem Theile, der senkrecht gestreiften, „Pseudocuticula" Wolffs (89.), oder „Plateau strié" Renauts (97.) hier näher beschäftigen.

Dabei werden wir diese Bildung mit dem Namen „***Deckplatte***" bezeichnen, und den Namen „Cuticula", wie das Wolff thut nur für die feine, an der Oberfläche dieser „Deckplatte" ausgeschiedene Membran behalten.

Die ganze Deckplatte ist, wie bereits gesagt wurde, senkrecht fein und dicht gestrichelt. Schon älteren Forschern war dies bekannt. Man hielt die feinen Linien, die hier zu sehen sind, entweder für

---

[1]) Die betreffende Litteratur wird in der Arbeit Wolff's (89), an die ich hier verweise, in extenso besprochen.

[2]) O. Hertwig (93. p. 139.): „Cuticulargebilde sind hautartige Absonderungen, mit welchen sich eine Zelle anstatt allseitig nur einseitig an ihrer nach aussen gekehrten Oberfläche bedeckt." F. E. Schultze (96. p. 32.): „Umschliesst die Membran (Zellmembran) den Zellkörper allseitig, so heisst sie Pellicula; liegt sie demselben an der freien Fläche einseitig an, so heisst sie Cuticula."

Poren, die die „Cuticula" durchbohren, oder für Grenzen von dicht liegenden und die Deckplatte zusammensetzenden Stäbchen[3]).

Schon von längerer Zeit, hauptsächlich von Pfitzner (80.), wurde darauf hingewiesen, dass die gestrichelte Deckplatte direct von einem ursprünglichen flimmernden Besatze der Zellen sich ableiten liesse.

Diese Annahme einer nahen Verwandtschaft beider dieser Bildungen hat ihre Bedeutung; sie stützt sich auf jene wichtige, schon Anfangs angeführte Thatsache, dass an jenen Stellen, wo wie an der Oberfläche der Epithelien eine Deckplatte finden, wirklich früher in der embryonalen Zeit ein Flimmerepithel zu finden war.[4])

Aehnlich könnten wir auf die Grenzen des Flimmerepithels und der Epidermis hinweisen, wie wir solche z. B. auch bei Petromyzon in der Ausmündung des Nasenganges finden. [Fig. 10 unserer Tafel.] Man sieht hier deutlich, dass sobald die Wimpern sich verlieren, die Deckplatte an ihre Stelle tritt.

Bei der Erklärung des gegenseitigen Verhältnisses beider Bildungen dachte man hauptsächlich an Verschmelzungen der einzelnen Cilien, deren Spuren noch in der feinen Streifung der Deckplatte sich erhalten haben sollten. (So Pfitzner und Renaut.) Gegen diese Auffassung würden jene Fälle zeugen, wo man beide Bildungen zugleich finden kann[5]) wie das z. B. bei den Larven der Anuren (Fig. 7. unserer Tafel) oder bei Urodelen (Salamandra, Wolff. 89. Tafel. XXVIII. Fig. 5, 6.[6]) der Fall ist. Wolff konnte in absterbenden Zellen die einzelnen Cilien bis in die Deckplate hinein deutlich verfolgen, (l. c. Pag. 573.) und wenn ich ihn richtig verstehe, so denkt er sich die

---

[3]) Renaut (97. Pag. 200.): „Le plateau lui-mème est parcouru par des battonets réfringents, verticaux, tous paralléles entre eux et offrant des caractéres optiques et histochimiques identiques à ceux des cils vibratiles des cellules ciliées."

[4]) Embryonen von Amphioxus, von Amphibien etc. haben an ihrer Oberfläche Wimperepithel, erwachsene Thiere ein Epithel mit gestreifte Cuticula; wie gesagt worden, sind die Verhältnisse in dem Verdauungskanale ähnlich. — In der Abhandlung B. Asshetons und S. Mayers findet man nähere Angaben über flimmernde Epithelien bei den Wirbelthieren und die sie betreffende Litteratur.

[5]) In den Flimmerzellen in dem auf Fig. 10) abgebildeten Uebergange ist das nicht der Fall. Die Oberfläche der Deckplatte liegt hier höher als die Oberfläche der benachbarten Flimmerzelle!

[6]) Wolff bezeichnet die dem „gestrichelten Saum" entsprechende Schichte dieser Zellen als homogen (Pag. 573.), doch sehe ich hier, allerdings an etwas verschiedenem Materiale, ziemlich deutlich jene Strichelung.

Streifung durch Spuren von Wurzeln der einzelnen später sich verlierenden Cilien bedingt.

Nur durch ein richtiges Erkennen der feineren Structur der Deckplatte wird man ihr Verhältniss zu der Flimmerbedeckung verstehen können; vielleicht kann die Beschreibung, die ich hier geben will, etwas zum Verständniss dieser Verhältnisse beitragen.

In erster Reihe wollen wir an die bisher wenig beachtete und doch äusserst wichtige Aehnlichkeit der Deckplatte der Epidermiszellen niederer Wirbelthiere zu den intercellularen Verbindungen hinweisen.

Die bekannten intercellularen Verbindungen wurden früher allgemein für einfache plasmatische, benachbarte Zellen direct verbindende, Brücken gehalten, die eine zwischen den Zellen sich vorfindende von Lymphe durchströmte Lücke durchlaufen. Es ist möglich, dass diese Deutung für manche Fälle richtig ist[7]); für andere wurde jedoch von F. E. Schulze (96.) mit Sicherheit nachgewiesen, dass die vermuthlichen Brücken eigentlich Wände, zwischen den benachbarten Zellkörpern liegender, mehr weniger grosser, mit einer Flüssigkeit gefüllter, Vacuolen sind[8]). Da wir unter dem Mikroskope fast immer nur optische Schnitte durch jene, ohnehin meistens sehr feine, Wände sehen, ist jene Täuschung sehr erklärlich. Man kann sich von dem richtigen Verhalten an jenen Stellen der Praeparate überzeugen, wo man jene Communikationen quer durchschnitten sieht. In der Epidermis von Triton findet man z. B. solche Stellen leicht.

In der Epidermis von Petromyzon wurden die Communikationen schon 1867 von F. E. Schulze gefunden, und die betreffenden Zellen wurden von ihm als Stachel und Riffzellen bezeichnet. Foettinger (76.), Pogojeff (89.), Kapelkin (97.) und andere Verfasser von Specialarbeiten über die Haut von Petromyzon, haben sie an wahrscheinlich weniger gut conservirtem Materiale entweder ganz übersehen, oder undeutlich gesehen. Erst in der neueren Zeit zeichnet sie deutlich Maurer (95, Taf. I., II.), und Renaut (97, Fig. 450, 459.)

An meinen Praeparaten, besonders denen, die mit der Perenyischen Flüssigkeit conservirt wurden,[9]) sehe ich sie deutlich schon

---

[7]) Beide Bildungen, diese wie die folgende, können sich vielleicht vertreten. Brückenartige Communication wie sie bei den Pflanzen etc. vorkommen, sind die primitiveren.

[8]) Auch im Chordagewebe habe ich solche Verhältnisse gefunden (97.)

[9]) Sonst habe ich Liq. Flemmingi, Liq. Mülleri, Picrin-Sublimat, Formol Sublimat, Chromsaure-Eisessig, Alkohol etc. zur Conservirung benützt.

bei der Benützung einer schwächeren Vergrösserung, sie sind sehr fein und ganz glatt. Nur in der Nähe der grossen Zähne oberhalb des Mundes (bei Petromyzon fluviatilis) sind sie in ihrer Mitte mit einem stärker sich färbenden Knoten[10]) versehen. Wir nehmen an, dass diese Verbindungen uns Wände von einer Schichte intercellularer Vacuolen, die die Form von langen Prismen haben, vorstellen. Soviel über den Bau der „Intercellularstructur", wie man mit Maurer die intercellularen Bildungen nennen kann.

Die Deckplatte der obersten Epidermiszellen besteht aus einer Schichte ganz ähnlicher Vacuolen, wie wir sie zwischen den Zellen fanden. Wenn wir uns ganz feine, parallel mit der Oberfläche der Deckplatte geführte, Schnitte durch dieselbe verfertigen, sehen wir die zierliche alveolare Structur derselben: Fig. 1. unserer Tafel. (Ammocoetes) Der Vergleich dieses Bildes mit einem Querschnitte durch die Deckplatte (Fig. 4. unserer Tafel) hilft uns die Structur derselben zu erklären. Die feinen Linien, die man auf dem letzteren sieht, sind keine Poren, aber auch keine Grenzen von stiftförmigen Bildungen, oder eine Grundsubstanz zwischen solchen, wie das einige Forscher annehmen. Es sind das feste Wände zwischen langen röhrenförmigen Höhlen, die die ganze Höhe der Deckplatte durchsetzen. Wie uns verschieden gefärbte Praeparate zeigen, sind diese Höhlen leer, die dunklere Farbe der Cuticula, die wir an gefärbten Praeparaten bemerken können, ist also nicht durch einen Inhalt dieser Höhlen zu erklären, sondern auf die chemische Constitution der Wände zurückzuführen. Die oberen Partien der Wände (Fig. 3, 4) sind dicker, und die Cuticula zeigt hier deshalb eine dunklere, mehr weniger breite Zone[11]).

Die Querschnitte zeigen uns in vielen Fällen deutlich, dass diese Höhlen oben geöffnet sind. (Fig. 4. Vergleiche auch unsere Textfigur: d) Da ich dieses Verhalten an vielen und verschieden conservirten Exemplaren finde, lässt sich nicht denken, dass da überall zufällig die von Wolff angegebene Cuticula bei der Conservation verloren gehen würde, und von einem Übersehen derselben kann da doch nicht die Rede sein. In einigen Fällen fand ich die

---

[10]) Einen solchen findet man auch anderswo und auch bei dem Menschen an den Verbindungen der Epidermiszellen. Ich finde einen solchen an denen der Chordazellen. (97.)

[11]) Oft sind die Wände nur oben angeschwollen (Fig. 4.), ein anderes Mal ist ihre ganze obere Partie dicker (Fig. 3.). Was sich dabei auf den Einfluss der Fixirungsmittel zurückführen lässt, kann ich nicht angeben.

Wolff'sche Cuticula wirklich, und zwar bei Ammocoeten (Fig. 3. unserer Tafel). Seltener bei Petromyzonten, hier hatte sie das Aussehen einer gleichmässig an der Oberfläche der Haut ausgeschiedenen verdichteten Schichte von Schleim; nach den Angaben Wolffs und Maurers (Taf. I, II.) sollte sie jedoch überall vorkommen [12]). Ich muss annehmen, dass in jenen vielen Fällen, wo ich an gut conservirtem Materiale keine Cuticula fand, sicher auch keine da war. Bei Amphioxus finde ich die Cuticula zum Beispiel überall (Fig. 6. unserer Tafel), auch an in Balsam eingeschlossenen Praeparaten, obzwar Wolff (89. Pag. 572.) ausdrücklich sagt, dass man sie deutlich nur ohne Benützung von Aufhellungsmitteln sehen kann. Wie wir sehen werden, fehlt auch an der neugebildeten Deckplatte der erwachsenen Petromyzonten eine Cuticula [Fig. 2.]

Die einzelnen harten Septa der Deckplatte sind unten durch keine gleichartige Wand verbunden; sie setzen sich direct an die obere Fläche der Zelle, die hier nur durch eine feine Schichte verdichteten Exoplasma gebildet wird.

Wie wir aus der gerade gegebenen Beschreibung ersehen können, ist die „Deckplatte“ eine ziemlich complicirt gebaute Bildung. Erst die ihr oben anliegende Membrane verdient den Namen Cuticula, Aus dem Vorhandensein von Deckplatten, die keine Cuticula an ihrer Oberfläche besitzen, kann man ersehen, dass dieselbe eine secundaere Ausscheidung der Deckplatte ist; dasselbe ersieht man aus dem, was in folgenden Zeilen mitgetheilt wird.

Die von uns hervorgehobene Ähnlichkeit der Deckplatte mit der Intercellularstructur ist nicht ohne jede Bedeutung; denn beide Bildungen haben wirklich eine gewisse Verwandtschaft. In gewissen Fällen sieht man, dass die von flimmernden Bedeckungen abzuleitende Deckplatte sich direct aus den intercellularen Verbindungen bilden kann. Deutlich kann man dies an der Epidermis erwachsener Petromyzonten sehen. Schon Maurer [13]) hat das bemerkt, doch legte er bei diesem Processe die grösste Wichtigkeit einer „starren Intercellularsubstanz“ bei und spricht deshalb nicht von directer Umbildung

[12]) Nach den Angaben Wolffs (89. Pag. 572 und 4) wird der gestrichelte Saum durch Kalilauge zum Quellen gebracht, während die eigentliche Cuticula dabei unversehrt bleibt.

[13]) Maurer (95. Pag. 44.) „Es scheint morphologisch von Bedeutung, dass ein anatomisches Substrat (zu der „Cuticula“) auch bei den in der Tiefe liegenden Zellen angedeutet ist etc.“

der Communicationen, wie wir das thun werden. Auch hält er die wirkliche Cuticula für etwas wichtigeres als wir.

Wie man sich an verschiedenen Stellen des Körpers von Petromyzon überzeugen kann [14]), werden bei erwachsenen Thieren die obersten Zellen der Epidermis, obzwar sie hier in der Regel nicht verhornen, [15]) weggeworfen, und wir sehen dann die Zellen der zweiten Reihe an ihre Stelle treten. Die ursprünglichen oberflächlichen Zellen hatten ihre Deckplatte noch aus der embryonalen Zeit, wo die Epidermiszellen nur eine einzige Schichte bildeten [Fig. 5. unserer Tafel; „Amphioxusstadium" der Epidermis des Ammocoetes]; die der zweiten Reihe müssen sich, wenn sie an der Oberfläche nicht nackt bleiben sollten nothwendig eine neue bilden. Da können wir constatiren, dass bei der Ablösung der obersten Zellen die ganze intercellulare Schichte an den unter ihnen liegenden Zellen haften bleibt, und jetzt zu einer Deckplatte sich umbildet. [Taf. Fig. 2.] Durch Verstärkung, theilweise auch durch Verlängerung der sich gleichzeitig chemisch umwandelnden intercellularen Communicationen erhält die frühere intercellulare Structur die Fähigkeit zum Schutze der obersten Zellen zu dienen. Eine wirkliche Intercellularsubstanz spielt bei diesem Processe keine Rolle. Eine Cuticula finde ich an der Oberfläche der neugebildeten Deckplatte natürlich nicht, und die ehemaligen intercellularen Vacuolen münden jetzt wahrscheinlich frei an die Oberfläche der Haut. Sollte sich da später doch eine Cuticula bilden, so müsste das nur eine secundaere Ausscheidung der Deckplatte sein. Ich schliesse daraus, dass, wie ich übrigens schon gesagt habe, auch jene Cuticula, die wir an der jungen Epidermis finden, von der Deckplatte secundär ausgeschieden wird. Sonst würde die Cuticula und Deckplatte in beiden Fällen nicht morphologisch gleichwerthig sein, was doch sicher der Fall ist.

Wenn uns die Structur der Deckplatte und ihre Verwandtschaft zu den intercellularen Communicationen bekannt ist so können wir einen Versuch machen, dieselbe von der ursprünglichen Flimmerbedeckung der Epidermis abzuleiten.

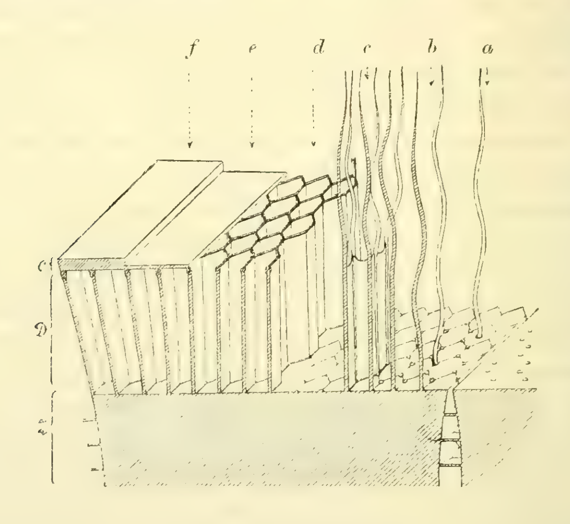
Auf jene Stadien, wo man die Deckplatte mit der Flimmerbedeckung zugleich findet, (Fig. 7. unserer Tafel) und an das früher

---

[14]) Als beste Stelle zum Studium dieser Verhältnisse empfehle ich die dorsale Seite des Saugnapfes; denn dort entbehrt die Haut fast ganz der Drüsen.

[15]) Die Verhornung findet in der Epidermis der Cyclostomen nur sehr selten statt. Ausser bei der Zahnbildung findet man sie auch am Rande der Schwanzflosse.

Angeführte Rücksicht nehmend, glaube ich, dass aus der ursprünglich einfachen Flimmerbedeckung (unsere Textfigur: b) die Deckplatte (d) auf die Weise entstanden ist, dass sich die einzelnen Cilien in ihrer unteren Partie durch feine Membranen verbunden haben [16]) (c.) So wäre schon die Deckplatte angedeutet; sobald nämlich die Cilien sich verkürzt und die Membranen verdickt haben, ist sie ganz ausgebildet (d) und kann jetzt durch ihre grössere Festigkeit zum Schutze der Zelle dienen. Die bisher offenen Höhlen der Deckplatte (Fig. 3, 4 der Tafel) verschliessen sich endlich durch eine ausgeschiedene homogene Lamelle, die eigentliche Cuticula, die später ganz erheblich dick werden kann. (e, f der Textfigur, Fig. 3 der Tafel) und oft die Epidermis continuirlich bedeckt. Die Cuticula kann sich wahrscheinlich



Schematische Darstellung der Structur der Deckplatte. Links die fertige Deckplatte mit einer Cuticula (e, f.), rechts flimmernde Cilien (b), in der Mitte hypothetische Uebergangsstadien (c.) d) — Deckplatte ohne Cuticula, Z—Zelle, D—Deckplatte, C—Cuticula.

auch schon früher, zur Zeit, als noch die Cilien existiren, bilden. Wolff (89, Taf. XXVII. Fig. 5, 6.) zeichnet sie z. B. an Flimmerzellen von embryonaler Salamandra.

[16]) Deshalb lassen sich vielleicht bei Amphibienembryonen an Flimmerzellen die einzelnen Cilien bis weit in die Deckplatte verfolgen, wie das Wolff an seinen Praeparaten gefunden hat.

Die zweite Möglichkeit, dass nemlich die Septa der Deckplatte unabhängig von den Cilien an der freien Oberfläche der Zellen entstehen sollten, (Textfigur: a zeigt das) ist, da dazu ein complicirterer Process nothwendig wäre, weniger wahrscheinlich. Dagegen dass die Cuticula nur eine einseitig ausgeschiedene Zellmembran, und die Deckplatte nur eine Differenciation des Plasmas der Zelle unter derselben vorstellen sollte, sprechen unter Anderem die Befunde bei der secundären Bildung der Deckplatte ganz entschieden.

Man kommt zu der Erkenntniss, dass wie die Septa in der Deckplatte, so auch die intercellularen Verbindungen der Epidermiszellen und endlich auch zum Theil die Cilien morphologisch gleichwerthige Gebilde sind.

Am Ende meiner Abhandlung will ich noch darauf hinweisen, dass auch bei den Evertebraten an der äusseren Seite der Hypodermiszellen, unterhalb der ausgeschiedenen Cuticula manchmal etwas, was mit einer Deckplatte verglichen werden kann, zu finden ist. Einen solchen sehr interessanten Fall hat Vejdovský von den Gordiiden (94.) beschrieben. Die Deckplatte oder, wie er sie hier nennt, die Subcuticula wird hier von dichten faserförmigen Fortsätzen der cylindrischen Zelle gebildet. Erst an der Oberfläche dieser Schichte liegt die homogene Cuticula, die die ganze Haut continuirlich überzieht. (l. c. Taf. XXIII. Fig. 22—31) In diesem Falle würden wir primitivere Verhältnisse als irgend anderswo finden; denn hier hätten sich die ursprünglichen faserförmigen Bestandtheile der Deckplatte noch nicht zu Leisten verbunden.

Litteratur:

Assheton R. (96.) Notes on the Ciliation of the Ectoderm of the Amphibian Embryo. Quart. Journ. Micr. Sc. Vol. XXXVIII.

Foettinger A. (76.) Recherches sur la structure de l'epiderme des Cyclostomes. Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 2me Serie, T. LXI.

Hertwig O. (93.) Die Zelle und Gewebe. Jena, G. Fischer.

Kapelkin. (97.) Der histologische Bau der Haut von Petromyzon. Bull. de la soc. des nat. de Moscou, Année 1896.

Maurer. (95.) Die Epidermis und ihre Abkömmlinge. Leipzig.

Mayer S. (97.) Zur Lehre vom Flimmerepithel insbesondere bei Amphibienlarven. Anatom. Anzeiger, XIV.

Pfitzner. (80.) Die Epidermis der Amphibien.
Morphol. Jahrbuch, Bd. 6.
Pogojeff. (89.) Ueber die Haut der Neunaugen.
Archiv f. mikr. Anatomie.
Renaut. J. (97.) Traité d'Histologie pratique. Tome second.
Paris.
Schulze F. E. (67.) Epithel und Drüsenzellen.
Archiv f. mikr. Anat. IV.
(68.) Ueber cuticulare Bildungen und Verhornung von Epithelzellen bei Wirbelthieren. Arch. f. mikr. Anat. V.
(96.) Ueber die Verbindung von Epidermiszellen unter einander. Sitzungsber. d. Akad. Berlin.
(96 b.) Zellmembran, Pellicula, Cuticula und Crusta.
Verhandl. d. Anat. Ges. auf der X. Vers. in Berlin.
Studnička F. K. (97.) Ueber das Vorhandensein von intercellularen Verbindungen im Chordagewebe. Zool. Anzeiger.
Vejdovský F. (94.) Organogenie der Gordiiden. (Zugleich ein Beitrag zur Kenntniss der Morphologie und Biologie der Zelle.)
Zeitschr. f. wiss. Zoolog. LVII.
Wolff G. (89.) Die Cuticula der Wirbelthierepidermis.
Jenaische Zeitschr. f. Med. u. Naturw. XXIII.

Erklärung der Abbildungen.

(Die Abbildungen wurden mit einer Abbe'schen Camera lucida und einem Mikroskope der Firma C. Reichert [Wien] verfertigt.)

Fig. 1. Ein parallel mit der Oberfläche geführter Schnitt durch die Deckplatte (gestreifter Cuticularsaum). Aus der Epidermis eines etwa 1 dm. langen Ammocoetes.

Mit Alkohol conservirt; mit Delafield'schem Haematoxylin und Eosin gefärbt.

Reichert; Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. 4. Tub. long.

Fig. 2. Aus der Epidermis der oberen Gegend des Kopfes von Petromyzon fluviatilis. Die oberste Schichte der Zellen (*) wird von den übrigen abgelöst und abgeworfen. Die intercellularen Verbindungen bilden an der oberen Seite der, an ihre Stelle tretenden, Zellen eine neue Deckplatte. (Die einzelnen Zellen der Epidermis zeigen eine ausgesprochene Polarität; der Kern, der in der unteren Partie der Zelle liegt, hat den Nucleolus

auch in seiner von der Oberfläche abgewendeten Partie. Oberhalb des Kernes ist eine Vacuole und das Plasma ist unterhalb des Kerns concentrirt. Man sieht hier einen dunkleren Körper (das Centrosoma?).

Mit der Perenyi'schen Flüssigkeit conservirt, mit Delafield-schen Haematoxylin, Picrinsäure und Säurefuchsin gefärbt.

Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. 3.

Fig. 3. Die Deckplatte aus der Epidermis eines grösseren Ammocoetes. Dieselbe ist von einer feinen Cuticula (c) bedeckt.

Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 6.

Fig. 4. Aus einem ähnlichen Praeparate wie Fig. 1. Querschnitt. Die Cuticula fehlt hier, die Leisten der Deckplatte sind oben verdickt. Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 6.

Fig. 5. Die Epidermis eines etwa 12 mm langen Embryo von Petromyzon Planeri. (Aus der oberen Partie des Kopfes.)

Mit Chromsäure-Eisessig conservirt; mit Picrocarmin gefärbt.

Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 6.

Fig. 6. Die Epidermis von Amphioxus lanceolatus. Aus der seitlichen Partie des Körpers. C—Cuticula.

Mit Liq. Flemmingi conservirt; mit Haemakalcium gefärbt.

Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. 4.

Fig. 7. Flimmernde Epidermiszelle eines Embryo von Bufo sp. Man sieht die Flimmerbedeckung und die Deckplatte zugleich. Chromsäure-Eisessig; Cochenilla.

Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 6.

Fig. 8. Aus der Schwanzflosse einer jungen Larve von Triton taeniatus. Flache Epidermiszellen mit der Deckplatte.

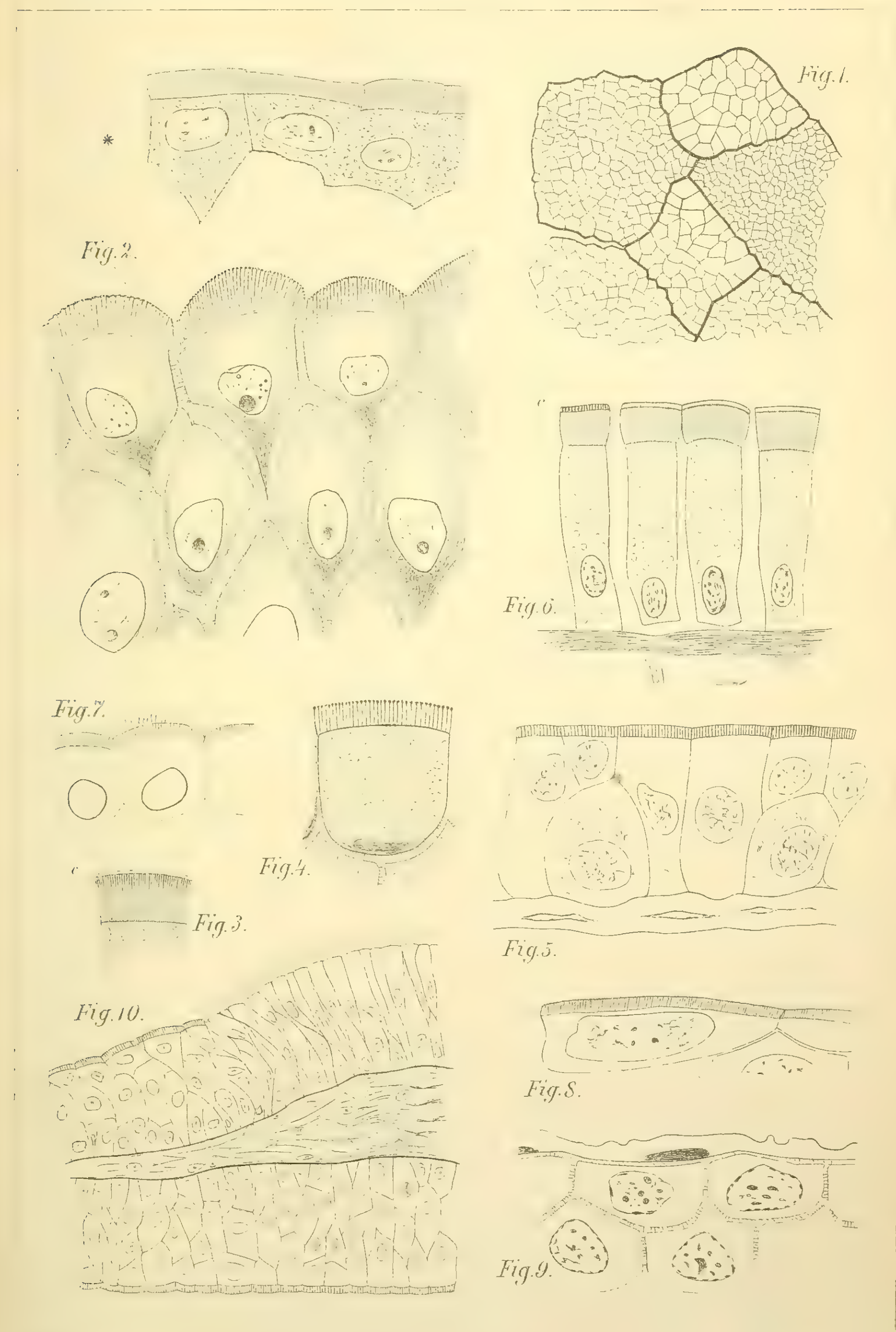
Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 6.

Fig. 9. Aus der Epidermis der Schwanzflosse eines erwachsenen Triton-taeniatus. Die äusserste Schichte der Epidermiszellen ist hier verhornt. Homog. Imm. $\frac{1}{18}$, Oc. komp. 6.

Fig. 10. Aus des Ausmündung des Nasenganges eines Ammocoetes (Petromyzon Planeri) Flimmerepithel grenzt hier an die Epidermis. Mit Chromsäure-Eisessig conservirt.

Obj. 8, Oc. 2.

Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag.



Lith. Farský, Prag.

LX.

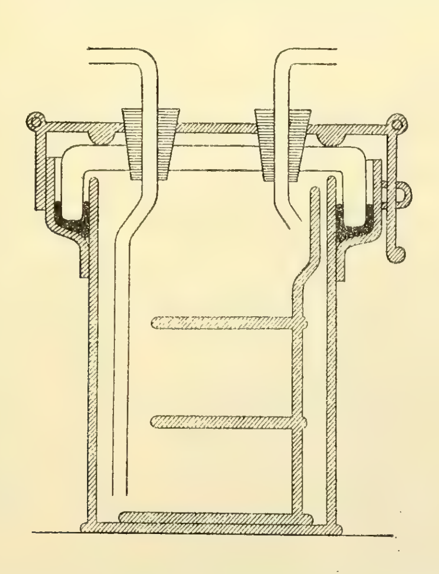
O stanovení methylovaných pentos. I.

Napsal **Emil Votoček** v Praze.

(*S 1 tabulkou a 1 obrazcem v textu.*)

(Předloženo dne 26. listopadu 1897).

V předešlé zprávě své o „Kondensaci methylfurolu s floroglucinem“ [1]) podal jsem důkaz, že reakce mezi oběma jmenovanými látkami probíhá tak stejnoměrně, že jest možno užiti jí ke kvanti-



tativnému určování methylfurolu, z methylpentos pocházejícího. Při nových pokusech v tom směru vykonaných nahradil jsem rourky asbestem

[1]) Věstník král. čes. spol. nauk 1897, XIII.

plněné, v nichž sedliny v proudu vodíka byly sušeny, filtry papírovými, kterážto modifikace celý výkon filtrace i sušení velice usnadnila.

Postupuji nyní se sedlinami floroglucidu následovně: Sedliny odssají se na filtrech papírových pomocí vodní vývěvy, k čemuž ovšem nutno používati papíru filtračního, jenž vzdoruje tlaku. Místo konusů platinových, obyčejně k takovému účelu doporučovaných, jež však často protrhnutí filtru spůsobují, použil jsem s úspěchem konusů, upravených z plátna, jak je navrhl p. K. Andrlík pro filtraci kyseliny slizké při stanovení raffinosy dle Creydtovy methody. Po promytí vloží se filtr na sklíčko hodinkové a vpraví do sušárny vodíkové, k tomu účelu zvlášť upravené. Tato skládá se (obr. 1.) z plechové nádoby válcovité, k níž pomocí pružného pera neprodyšně přiléhá víko skleněné, opatřené dvěma hrdly pro přivádění a odvádění vodíka. Hermetické uzavření docíleno vložkou kaučukovou mezi víko a nádobu samu. Vnitř nádoby umístěn jest stojánek s kruhy, na nichž jest možno více filtrů zároveň vysušovati. Sušárna ponořena jest v lázeň olejovou, na 110° vyhřatou. Rychlý proud suchého vodíka a zvláště veliký povrch, jejž sedlina s filtrem zaujímají, usnadňují vysušení neobyčejně a produkty kondensační, což důležito, zachovávají vždy svou světlou barvu, čemuž není vždy tak, provádí-li se sušení v rourkách s asbestem.

Následující tabulka podává výsledky kvantitativních pokusů, jež jsem popsaným spůsobem provedl:

Pokus	Methyl-furol	Floro-glucin	Poměr kompo-nentů	Doba působení	Volum tekutiny	Váha pro-duktu	Faktor
č. 39.	0·050	0·150	1 : 3	48 hod.	200 cm.^{3}	0·0900	1·800
40.	0·050	0·150	„	„	„	0·0900	1·800
41.	0·075	0·225	„	„	„	0·1397	1·862
42.	0·100	0·300	„	„	„	0·1875	1·875
43.	0·150	0·450	„	„	„	0·2864	1·909
44.	0·175	0·525	„	„	„	0·3354	1·916
45.	0·225	0·675	„	„	„	0·4299	1·910
46.	0·250	0·750	„	„	„	0·4863	1·945

Z uvedené řady pokusů vysvítá jasně, že faktor $\frac{\text{produkt}}{\text{aldehyd}}$ stoupá velmi pravidelně, což ještě lépe vynikne, naneseme-li jednak množství užitého aldehydu, jednak váhy kondensačních produktů do systému souřadnic. Ze slabě stoupající křivky takto konstruované lze vyhle-

dati zároveň nejsprávnější faktory, potřebné ke zpětnému přepočítávání methylfloroglucidu na methylfurol.

Kvantitativní destilace rhamnosy s kyselinou solnou.

Ku zjištění výtěžku methylfurolu, jež dává rhamnosa, nejpřístupnější to z methylpentos, přidržel jsem se methody Chalmot-Tollen. sovy z toho důvodu, bych kombinovati mohl stanovení methylpentos s určováním pentos obyčejných.

Známá kvanta čisté, krásně krystalované rhamnosy, jejíž

$$\alpha_{D\,5}^{22^0} = + 8,\ 15^0,$$

přelita v baňce $^1/_4$litrové 100 cm^3 12$^0/_0$ní kyseliny solné ($h = 1{\cdot}06$), načež destilováno v lázni kovu Rose-ova takovým způsobem, že každých 30 cm^3 destilátu nahraženo 30 cm^3 kyseliny téže koncentrace. Objem destilátu obnášíval as 400 cm^3, neboť další destilát s floroglucinem nikdy již nereagoval. Na to doplněno na 400 cm^3, po případě $^1/_2$ l, a pipetou oddělených 200 cm^3 sráženo práškovitým, čistým floroglucinem. Se získaným methylfurolfloroglucidem naloženo pak způsobem s hora uvedeným. Ukázalo se, že rhamnosa chová se při rozkladu kyselinou solnou analogicky s pentosami; závisí i zde množství vzniklého methyfurolu na koncentraci roztoku cukerného. Obecně klesá výtěžek methylfurolu stoupajícím množstvím použité rhamnosy. Toto klesání děje se velice pravidelně, i bylo možno výsledky pokusné znázorniti křivkou, kterouž v příloze podávám.

Užito rhamnosy	K srážení odděleno	Produkt	V celém destilátě nalezeno methylfurolu	Procentický výtěžek methylfurolu
0·6522	½ destilátu	0·2130	0·234 g	35·8
0·6865	⅖ „	0·1821	0·245 g	35·6
0·6865	⅖ „	0·1822	0·245 g	35·6
1·0115	½ „	0·2388	0·348 g	34·4
1·5000	½ „	0·4785	0·502 g	33·5
2·0029	½ „	0·5973	0·615 g	30·7
2·0029	⅜ „	0·4376	0·608 g	30·4

Přepočtou-li se výsledky tyto, získané rhamnosou, 1 mol. H_2O krystalové obsahující, na cukr bezvodý $C_6H_{12}O_5$, obdrží se čísla následující:

0·5877	*g* bezvodé	rhamnosy	poskytlo	39·8%		methylfurolu
0·6186	„	„	„	39·6%	}	„
0·6186	„	„	„	39·6%		„
0·9115	„	„	„	38·1%		„
1·3516	„	„	„	37·1%		„
1·8048	„	„	„	34·1%	}	„
1·8048	„	„	„	33·6%		„

Methoda zkoušena prakticky na čisté krystalované rhamnose: Příklad 1. 1·0000 *g* cukru zdestilováno popsaným spůsobem, destilát doplněn na $^1/_2$ *l* a oddělených 200 cm^3 sraženo 0·4 práškovitého floroglucinu. Nalezeno 0·2591 *g* methylfurolfloroglucidu, což odpovídá dle grafického znázornění 0·1365 *g* aldehydu ve 200 cm^3 čili 0·3412 *g* v celku. Z toho vypočítává se dle tabulky 0·9800 cukru.

Použito	1·0000 *g*	cukru	krystalovaného
Nalezeno	0·9800 *g*	„	„
Difference	0·0200 *g*	„	„

Příklad 2. Dále provedeno stanovení rhamnosy v odpadku při zpracování kůry dubu barvířského, t. zv. resina quercitri, materiálu to, jenž vedle mnoha methylfurolu jen stopy furolu při destilaci poskytuje. 5 *g* látky na vzduchu sušené zdestilováno a doplněno na 500 cm^3. 200 cm^3 sraženo floroglucinem a získáno 0·2642 *g* floroglucidu, což odpovídá v celém destilátu 0·3475 *g* methylfurolu čili 19·7% krystalované rhamnosy ve zkoumaném materialu. Praktický výtěžek rhamnosy obnáší dle Kruise a Raýmana[2]) 8—10% použité resiny.

Kvantitativního určování rhamnosy pomocí floroglucinu míním použíti ke studiu glykosidů. Celá řada látek těchto, v bylinstvu velice rozšířených, není dosud náležitě prostudována s ohledem na cukr, kterýž při hydrolyse odštěpují. Jelikož toto štěpení varem s kyselinami snadno nastává, bude možno z produktů destilace s 12%ní solnou rozhodnouti, není-li snad mnohý cukr, dosud za glykosu považovaný, vlastně rhamnosou, kteráž ráda glykosu v bylinstvu zastupuje. Mimo to bude prospěšno určovati rhamnosu i v oněch glykosidech, v nichž byla již dokázána, ježto některé z nich vedle rhamnosy zároveň i glykosu obsahují. Kvantitativné určení může sloužiti ke kontrole formulí glykosidů, dosud navržených.

---

[2]) Bull. soc. chim. 1887.

Co se týče ostatních methylpentos, fukosy a chinovosy, vykonám pokusy destilační, jakmile nabudu příslušného materiálu, nesnadno přístupného. Zvláště určování fukosy slibuje býti zajímavým, jestiť cukr tento v mořských řasách (zvláště rodu fucus) hojně rozšířen.

Stanovení methylpentos vedle pentos.

Methylpentosy nebývají v rostlinstvu nikdy samotny, nýbrž vedle nich nalézají se vždy pentosy obyčejné, o čemž jsem se také kvalitativním zkoušením různých materialií, dle literatury rhamnosu obsahujících, přesvědčiti mohl. Z toho důvodu musel jsem pomýšleti na methodu určování methylfurolu vedle furolu.

Ve své předešlé zprávě upozornil jsem na vlastnosti, jimiž se methylfloroglucid liší od furolderivatu, hlavně na snadnou rozpustnosť prvého v alkoholu i vodných roztocích žíravin, i doufal jsem děliti floroglucidy od sebe extrakcí alkoholickou. Od tohoto spůsobu bylo mi však, jak níže ukážu, zcela upustiti.

Na prvém místě bylo nutno sledovati kvantitativné poměry při srážení jednak samotného furolu, jednak směsí jeho s methylfurolem. K tomu cíli připraveny roztoky, obsahující 0·005 *g* aldehydu v 1 *cm*^{3} 12$^0/_0$ní kyseliny solné.

I. Srážení furolu:

Furol použitý připraven z prodejného nejčistšího pečlivou frakcionací a k úpravě roztoků vždy čerstvě předestilován. K odměřeným kvantům roztoku furolového ve 12$^0/_0$ HCl připuštěno 3 nás. množství čistého floroglucinu v téže kyselině a volum rychle doplněn na 200 *cm*^{3}. Welbel a Zeisel poukázali v citované již práci [3]) své na vznik nepatrného množství vedlejšího, v alkoholu rozpustného produktu při tvoření se furolfloroglucidu, pročež provedl jsem dvojí řadu pokusů a stanovil jsem váhové poměry jak produktu lihem čistěného, tak i floroglucidu pouze vodou do zmizení chlorovodíkové reakce promytého:

---

[3]) Monatshefte für Chemie 1895.

Řada první (čistěno alkoholem):

Pokus	Užito furolu	Furol : Flor.	Sušení	Získáno produktu	Faktor: $\frac{\text{Prod.}}{\text{ald.}}$
1.	0·05	1 : 3	v sušárně	0·0944	1·888
2.	0·05	„	vodíkové	0·0948	1·896
3.	0·10	„	„	0·1951	1·951
4.	0·10	„	„	0·1901	1·901
5.	0·20	„	„	0·3911	1·956
6.	0·20	„	„	0·3908	1·954

Řada druhá (bez čistění alkoholem).

Pokus	Furolu	Furol : Flor.	Sušení	Získáno produktu	Faktor: $\frac{\text{Prod.}}{\text{ald.}}$
7.	0·050	1 : 3	jako nahoře	0·0926	1·852
8.	0·075	„	„ „	0·1428	1·908
9.	0·10	„	„ „	0·1926	1·926
10.	0.15	„	„ „	0·2929	1·954
11.	0·20	„	„ „	0·3962	1·981
12.	0·25	„	„ „	0·5018	2·007

Jak patrno ze srovnání faktorů $\frac{\text{produkt}}{\text{aldehyd}}$, v obou tabulkách uvedených, získá se produktu pouze vodou promytého o něco více, avšak difference jsou vesměs nepatrny.

II. Srážení směsí furolu a methylfurolu. (Volum tekutiny 200 *cm*³).

Pokus	Užito		Součet aldehydů / floroglucin	Získáno produktu vodou vymytého
	g furolu	*g* methylfurolu		
1.	0·05	0·05	1 : 3	0·1800 *g*
2.	0·05	0·10	„	0·2756 *g*
3.	0·10	0·05	„	0·2776 *g*
4.	0·20	0·05	„	0·4755 *g*
5.	0·05	0·15	„	0·3647 *g*
6.	0·20	0·025	„	0·4354 *g*
7.	0·05	0·05	„	0·1821 *g*
8.	0·10	0·10	„	0·3743 *g*
9.	0·1287	0·0431	„	0·3155 *g*
10.	0·0501	0·0802	„	0·2406 *g*

Další pokusy vztahovaly se k dělení floroglucidů pomocí alkoholu.

Směsi furolu s methylfurolem sráženy floroglucinem za přítomnosti 12% HCl a sedliny po pečlivém promytí vodou (do zmizení

HCl-reakce) vyluhovány alkoholem za chladu. Při tom se ukázalo, že čísla získaná pro zbytek v alkoholu nerozpuštěný, tedy domnělý čistý furolfloroglucid, nejsou ve správném poměru k užitému furolu. Vůbec choval se produkt kondensační nikoli jako pouhá směs dvou látek, totiž furol- a methylfurol-floroglucidu, nýbrž měl vlastnosti značně odchylné. Kdežto na př. při zvláště upravené směsi hotových floroglucidů furolu a methylfurolu bylo lze methylderivat velice rychle alkoholem kvantitativně vyluhovati, načež alkohol další zůstával bezbarvým, při floroglucidu ze směsi sráženém alkohol stále něco látky rozpouštěl, ač velmi často obnovován. I barvou lišil se alkoholický roztok tento poněkud od roztoku methylfloroglucidu. Mimo to rozpouštěl se produkt i co nejlépe alkoholem čistěný částečně ve vodném KOH na roztok hnědočervený, téměř neprůhledný, kdežto při pokuse paralellním furolfloroglucid, dle Welbela-Zeisla čistěný, poskytoval s vodným KOH toliko světle žlutohnědé zabarvení. Ze všeho vysvítá, že při srážení směsí obou aldehydů floroglucinem netvoří se as jednoduchá směs 2 floroglucidů, nýbrž částečně i smíšený floroglucid dvou aldehydů, tedy látka, v níž zároveň furol i methylfurol s floroglucinem jest kondensován. Tento produkt jest předmětem studia i hodlám výsledky jeho jindy podati a vyšetřiti zároveň, jsou-li i jiné aldehydy schopny tvořiti tyto podivné, „smíšené“ floroglucidy.

Kdyby reakce ve směsích obou aldehydů probíhala s každým samostatně, musela by přirozeně váha produktu, získaného srážením, rovnati se součtu vah jednotlivých floroglucidů. V řadě hořejší však bylo množství získané sedliny vždy o něco skrovnější, nežli ono, jež by se dle řad pro furol i pro methylfurol muselo získati tenkráte, kdyby každý z aldehydů srážen byl odděleně a sedliny byly na témž filtru spojeny. — Že tato o něco nižší čísla rozhodně nejsou podmíněna chybami pozorovacími, tomu nasvědčuje faktum, že z 10 pokusů ani v jediném difference nebyla kladná, nýbrž vždy minus. Označí-li se onen theoretický součet floroglucidů číslem 100, shledá se, že získáno:

v pokuse 1.	97·5%	v pokuse 6.	98·4%
2.	97·7 „	7.	98·7 „
3.	98·3 „	8.	96·4 „
4.	97·8 „	9.	98·5 „
5.	96·2 „	10.	96·9 „

Průměrně tedy utvořilo se takové množství „smíšeného“ floroglucidu, jež odpovídá 97·64% směsi obou floroglucidů. Násobí-li se

tedy nalezené kvantum „smíšeného" floroglucidu korrekčním faktorem 1·024, udává výsledek ono množství floroglucidů, jež by se z dané směsi aldehydů utvořilo, kdy oba samostatně, od sebe neodvisle s floroglucinem v reakci vcházely.

Jak shora ukázáno, nelze alkoholické extrakce k dělení použiti, i bylo nutno jeden z aldehydů jinakým spůsobem ve směsech určovati, pročež uchýlil jsem se ke kolorimetrickému stanovení furolu, methylfurol pak vypočítán z difference.

Kolorimetrickou methodu pro určování furolu navrhl již de Chalmot[4]) a užil při ní tvoření se velmi intensivně zabarveného octanu furanilinu.

De Chalmot prováděl určování svá tím spůsobem, že zkoumaný roztok furolu, obsahující as 5% kyseliny octové a žádnou minerální kyselinu, smísil s rovným objemem 1%ního roztoku anilinu v 96% alkoholu, načež porovnával roztok s podobně upravenou směsí normálního roztoku furolu $\frac{1}{10.000}$. Z množství potřebných cm^3 zřeďovacího roztoku, ku docílení stejné barevné intensity, vypočítával hodnotu zkoumaného roztoku dle formulek:

$$H = \frac{a+n}{n} \cdot \frac{1}{10.000}$$

obsahoval-li neznámý roztok více furolu, než základní, a

$$H = \frac{n}{a+n} \cdot \frac{1}{10.000}$$

byl-li naopak normální roztok silnější zkoumaného.

Zde značí H hledanou hodnotu roztoku v 1 cm^3, a počet cm^3 zřeďovací směsi (stejné volumy 1%ního anilinového roztoku alkoholického a 5%ní kyseliny octové, n pak počet cm^3 roztoků furolových vzatých k určení.

Schiff[5]) ukázal, že xylidin dává s furolem mnohem intensivnější reakci, než anilin za vzniku furoxylidinu, pročež užil jsem ku svým pokusům tohoto aminu.

De Chalmot pokračoval s destilátem, furol ve 12% HCl obsahujícím, tak, že zdestiloval jej znovu s $NaHCO_3$ a Na-acetatem, na-

[4]) Amer. Chem. Journal. Vol. XV, Nr. 1.

[5]) Lieb. Ann. 201, 239.

čež obdržený druhý destilát as 5% $C_2H_4O_2$ obsahující podrobil zkoušce kolorimetrické. — Jelikož jsem shledal vážkovými pokusy srovnávacími, že při větších kvantech furolu v tekutině opětovaná destilace mívá v zápětí značné ztráty aldehydu, hleděl jsem vyšetřiti, zda by nebylo možno užiti ke kolorimetrii přímo prvého destilátu a shledal jsem, že tomu tak jest, pokračuje-li se takto:

Z destilátu (obyčejně do 500 cm^3 doplněného) odpipetuje se určitý objem (100 cm^3) do vysoké, hodinkovým sklem opatřené kádinky a zneutralisuje se ponenáhlu vypočteným kvantem pevného Na_2CO_3; aby veškerá volná kyselina solná bezpečně byla otupena, přikapuje se na to roztoku sody do mírně alkalické reakce. Po té přičiní se tolik ledové kyseliny octové, aby po zředění na určitý objem tekutina v sobě obsahovala právě 5% $C_2H_4O_2$. Výhodou jest, že i v těch případech, kde chlorovodíkový destilát jest růžově zbarven, při neutralisaci nastane odbarvení a roztok jen slabě nažloutlý dovoluje určování kolorimetrické, kdežto by původní odstín růžový způsoboval chyby ve prospěch furolu. Chlorid sodnatý neutralisací vzniklý není nikterak na závadu, ježto při dalším postupu nikdy se nevylučuje, nýbrž v roztoku zůstává.

K prvým svým pokusům používal jsem methody zřeďovací, nyní pak kolorimetru Krüssova, zařízeného na výtok silnějšího barevného roztoku, dovolujícího co možná přesné porovnávání intensity sloupců barevných. Roztoků užívám následujících:

Normálný roztok furolový $\frac{1}{10.000}$ v 5% kyselině octové. Roztok 1%ní xylidinu[6]) v 96%ním alkoholu.

Určitý objem základního roztoku furolového smísí se s rovným objemem roztoku xylidinového; podobná směs upraví se z roztoku zkoušeného a obě tekutiny umístí se do temného místa, ježto furoxylidin jest poněkud citliv na světlo. Po $^1/_2$hodinovém působení zkouší se v kolorimetru.

De Chalmot určoval furol kolorimetricky pouze za nepřítomnosti methylfurolu[7]). Nastala otázka, nevadí-li při určování furolu ve směsech žluté zbarvení, jež methylfurol s xylidinem poskytuje (methylfuroxylidin). Pokusy mnou v tom směru vykonané ukázaly, že žlutý odstín methylfuroxylidinu lze jednoduše eliminovat, koná-li se pozorování při světle plynovém za všemožného vymýtění světla denního

---

[6]) Naprosto není třeba určitého xylidinu, stačí k tomu čerstvě předestilovaný preparát technický; užíval jsem frakce přešlé mezi 208° až 212°.

[7]) Amer. Chem. Jour. l. c.

Tímto jednoduchým obratem docílí se toho, že i v těch případech, kdy — je-li velmi mnoho methylfurolu přítomno v zkoumaném roztoku — barevné roztoky liší se valně svým odstínem, obě pole v kolorimetru mají tutéž nuanci, což jak zřejmo je k porovnávání nezbytno.

Stůjtež zde výsledky určování kolorimetrických:

I. Určování pouhého furolu:

						Nalezeno užitého furolu:
1.	5 cm^3	zkoum.	roztoku	obsahovalo	0·00577	99%
				nalezeno	0·00575	
2.	5 cm^3	„	„	obsahovalo	0·00085	101·5%
				nalezeno	0·000837	
3.	1 cm^3	„	„	obsahoval	0·00115	96%
				nalezeno	0·00110	
4.	1 cm^3	„	„	„	0·00112	97·3%
5.	2 cm^3	„	„	obsahovaly	0·00230	95·7%
				nalezeno	0·00220	
6.	25 cm^3	„	„	obsahovalo	0·05575	97·8%
				nalezeno	0·05454	

II. Stanovení furolu ve směsech furolu + methylfurolu:

							Nalezeno furolu:
1.	5 cm^3	zkoum.	roztoku	obsahovalo	0·00295	methylf.	94·5%
					0·0055	furolu	
				nalezeno	0·0052	„	
2.	10 cm^3	„	„	obsahovalo	0·0041	methylf.	90·9%
					0·0033	furolu	
				nalezeno	0·0030	„	
3.	20 cm^3	„	„	obsahovalo	0·0059	methylf.	90·9%
					0·01115	furolu	
				nalezeno	0·01013	„	
4.	20 cm^3	téhož	„	obsahovalo	0·01115	„	104·8%
				nalezeno	0·01169	„	
5.	20 cm^3	zkoum.	„	obsahovalo	0·00826	methylf.	97·2%
					0·00669	furolu	
				nalezeno	0·0065	„	
6.	20 cm^3	„	„	obsahovalo	0·01121	methylf.	109%
					0·001105	furolu	
				nalezeno	0·001207	„	

Nalezeno furolu:

7. 20 cm^3 „ „ obsahovalo {0·02746 methylf. 92·3%
{0·00223 furolu
nalezeno 0·002057 „

Při posledních dvou pokusech jest poměr furolu: methylfurolu 1 : 10·5 a 1 : 12·6, tedy methylfurolu značný přebytek.

Maximálné úchylky od theorie jsou, jak z tabulky lze seznati ± as 10%, avšak chyby tyto se značně zmenší, vykoná-li se pozorování několik a použije-li se pouze průměrného čísla k dalšímu výpočtu. Různé části rostlin a produkty jich (vyjímám zde gummi třešňové, neobyčejně bohaté na pentosan), poskytují nejvýše as 15% furolu, tedy i tenkráte, dosáhne-li chyba pozorovací skutečně 10% hodnoty použité, liší se % furolu z materialu nějakého získaná maximálně as o $1^1/_2$% od pravé hodnoty. Velikou většinou však obsahují pentosanů mnohem méně, a výsledek určování kolorimetrického jest pak správnější, obecně tím správnější, čím chudší je zkoumaná látka na pentosany.

Prospěšně lze kolorimetrické zkoušky použiti k předběžnému stanovení floroglucinu, potřebného ke srážení furolu při stanovení pentos, neboť dle Welbla a Zeisela není lhostejno pro kvantitativný průběh reakce, je li floroglucin u značném přebytku, čili nic.

V následujícím podávám několik příkladů určování furolu vedle methylfurolu, jak jsem je provedl s některými materialy, rhamnosu obsahujícími:

Bobule řešetláku barvířského (graines d'Avignon):

5 g práškovitého materiálu zdestilováno vypsaným spůsobem s 12%ní HCl. Destilát zředěn na 500 cm^3. 200 cm^3, sražených floroglucinem, poskytlo 0·4208 produktu „smíšeného", což, násobeno korrekčním faktorem 1·024 = 0·4308 g floroglucidů. Dále nalezeno kolorimetricky jakožto střed 4 pokusů 0·2603 g furolu v celém destilátě.

Vypočtená směs obou floroglucidů	0·4308
Nalezenému furolu příslušný furolfloroglucid . .	0·1926
Vypočteno methylfurolfloroglucidu	0·2382 g.

0·2382 g = 0·126 g methylfurolu ve 200 cm^3. Z toho se vypočítává, že materiál zkoumaný poskytuje 5·2% furolu a 6·2% methylfurolu. I když připustí se maximálná chyba určování kolorimetrického,

liší se nalezené hodnoty procentické toliko o asi ± 0·5% u furolu a o ± 0·6% u methylfurolu.

Kůra dubu barvířského (Quercus citrina):

V destilátě 5 *g* quercitronu nalezeno podobným spůsobem 0·231 *g* furolu a 0·233 *g* methylfurolu čili 4·6% furolu a 4·7% methylfurolu.

Mořena barvířská (Rubia tinctorum):

Z 5 *g* kořene mořenového nalezeno 0·0613 *g* furolu a 0·055 *g* methylfurolu, což odpovídá 1·6% furolu a 1·1% methylfurolu.

Příliš malá množství methylfurolu vedle značných kvant furolu methodou mnou navrženou ještě nelze určovati; tato závada však by odpadla, jakmile by se podařilo najíti citlivou [8]) barevnou reakci, kteráž by dovolovala dokazovati methylfurolu i za přítomnosti furolu ve zřed. roztocích.

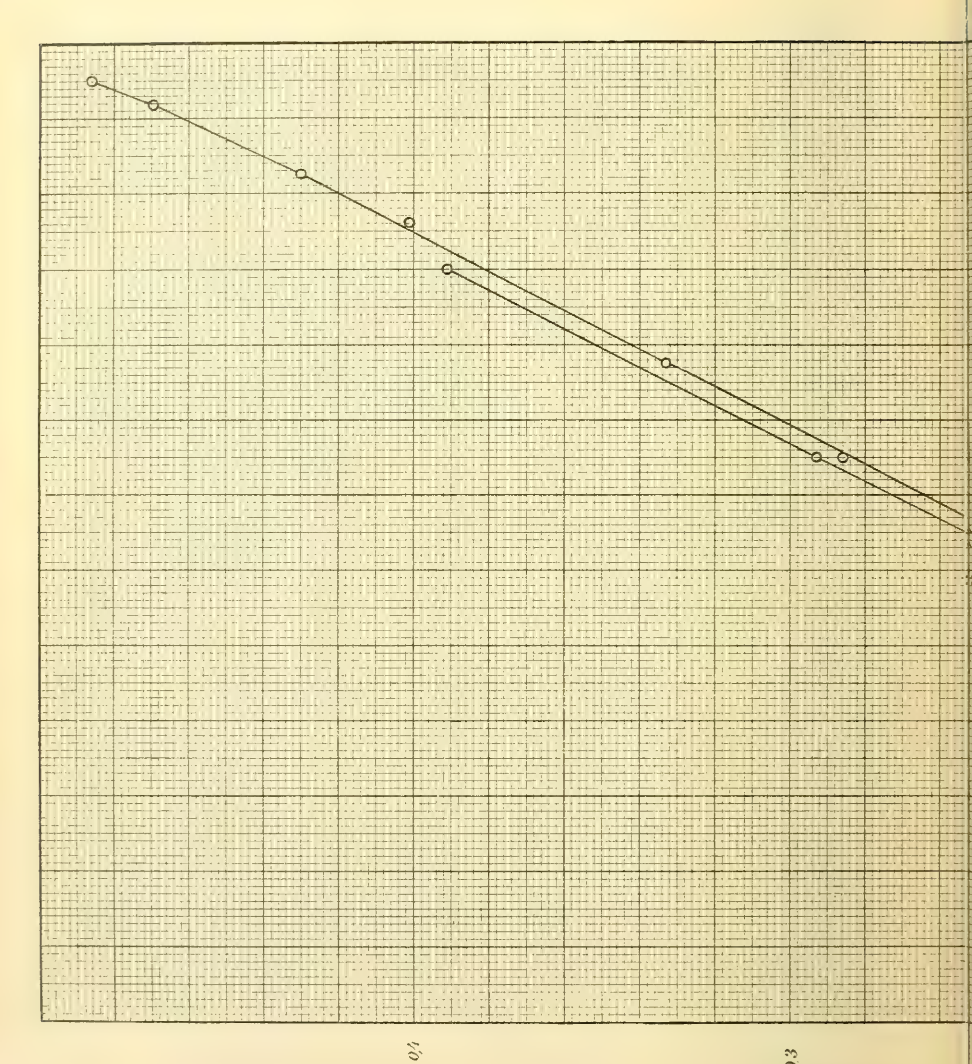
Příště hodlám podati zprávu o analytických výsledcích, docílených při destilaci s 12%ní solnou čistých cukrů, arabinosy, xylosy s rhamnosou, jakož i analysy jiných, rhamnosu obsahujících materialů z rostlinstva.

---

[8]) Maquenne-ova reakce (zelenání alkoholem + H_2SO_4), jakmile furol je přítomen, se neobjevuje, reakce pak Chalmotova (viz citovaný již Amer. Chem. Journ.) není citlivou a jak sám autor doznává, vyžaduje velkých zkušeností.

Chemické laboratorium c. k. české vysoké školy technické v Praze.

Tiskem dra Edv. Grégra. — Nákladem Král. České Společnosti Náuk v Praze 1897.

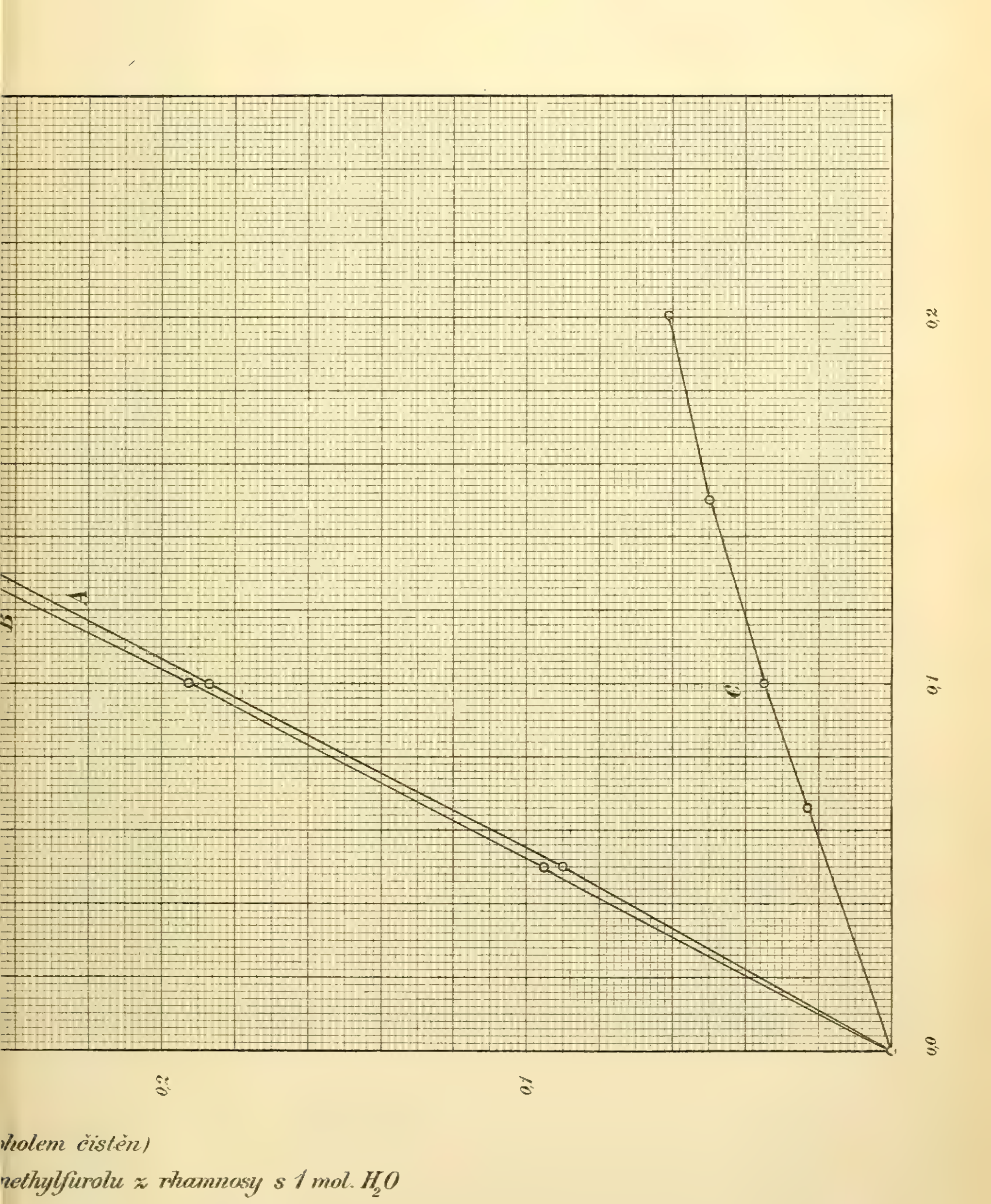


A = *křivka pro methylfurol*

B = „ „ *furol (produkt*

C = *křivka znázorňující výtěžk*

1 mm sítě = 2 mg u křivky



…holem čistěn)

…methylfurolu z rhamnosy s 1 mol. H_2O

…a B a = 2 cg u křivky C.

Lith. Farský v Praze.

LXI.

Chování se některých sirníků kovových ku síranu železitému.

Napsal assistent **Jos. Hanuš** v Praze.

(Předloženo dne 26. listopadu 1897.)

Působení síranu železitého v nerozpustné sirníky těžkých kovů děje se dle toho, jaký sirník se této akci podrobí, dvojím směrem: buď jest to pouhá přeměna sirníku v kyslíkatou sloučeninu stejného stupně aneb převedení sirníku nižšího řádu v kysličník stupně vyššího. Měrou reakce této jest pak vyredukovaná sůl železnatá, chameleonem stanovitelná, a lze tedy dle množství této soli souditi, do jaké míry sirník se oxyduje, čili jak reakce probíhá, a v případu úplné oxydace lze methody té použíti i ku kvantitativnímu stanovení příslušného kovu.

Mohr (Titrirmethode) uvádí již stanovení tímto způsobem sirníků kadmia a zinku a doporučuje reakce této použíti i pro určování cínu a mědi.

V této práci přihlížel jsem ku dalším sirníkům zvláště za účelem využitkování pochodu tohoto ku odměrnému stanovení některých kovů. V pozorování byly vzaty sirníky kovů: olova, rtuti, vizmutu a arsenu, jakož i mědi, byť by již methoda tato pro sirník mědi byla navržena.

Může se pak působení síranu železitého v sirníky olova, rtuti a mědi všeobecně vyjádřiti rovnicí:

$$M^{II}S + Fe_2(SO_4)_3 = M^{II}SO_4 + 2\,FeSO_4 + S \qquad (1)$$

pro sirník vizmutový:

$$Bi_2S_3 + 3\,Fe_2(SO_4)_3 = Bi_2(SO_4)_3 + 6\,FeSO_4 + 3\,S \qquad (2)$$

pro sirník arsenový (analogický dle sirníku antimonového):

$$As_2S_3 + 5\,Fe_2(SO_4)_3 + 8\,H_2O = 2\,H_3AsO_4 + 10\,FeSO_4 + 5\,H_2SO_4 + S_3 \quad (3)$$

Z rovnice (1) vysvítá, že 1 mol. $M^{II}S$ resp. $M^{II}O$ jest poměrná 2 mol. $FeSO_4$ čili 2 atomům Fe; z rovnic (2) a (3) odpovídá 6 atomům resp. 10 at. Fe jedna mol. Bi_2S_3 neb Bi_2O_3 resp. 1 mol. As_2S_3 neb As_2O_3 a nalezne se tudíž snadno ze spotřebovaného množství chameleonu, jehož titr vyjádřen v gr. Fe, množství oxydovaného sirníku neb tomuto odpovídajícího kysličníku; neb odpovídá-li 1 cc chameleonu A gr Fe jest

dle rovnice (1) 1 cc chameleonu poměrný $\frac{A.M^{II}O}{2\,Fe} = g\ M^{II}O$

dle rovnice (2) 1 „ „ „ $\frac{A.Bi_2O_3}{6\,Fe} = g\ Bi_2O_3$

dle rovnice (3) 1 „ „ „ $\frac{A.As_2O_3}{10\,Fe} = g\ As_2O_3$.

Sirník olovnatý.

Nechá-li se sirník olovnatý po delší dobu za chladu ve styku s vodným roztokem síranu železitého, lze pozorovati, že původní černá barva sirníku mění se v bělošedou, roztok nabývá barvy jasnější a redukuje určité množství chameleonu. Sleduje-li se reakce tato v jistých intervalech dle množství spotřebovaného chameleonu, dospěje se ku stadiu, kdy toto množství více nestoupá; doba tato nastává po 2 hodinném styku. Vyloučená šedobílá látka jest nerozpustný síran olovnatý. Reakce tato za horka probíhá rychleji a jest dle níže uvedených pokusů během 20 minut ukončena.

Ku přesnějšímu studiu pochodu tohoto připraveny roztoky:

a) 4 gr. čistého dusičnanu olovnatého rozpuštěno a doplněno v 500 cc; 25 cc tohoto roztoku obsahovalo 0·2 gr. $Pb(NO_3)_2$ čili 0·13466 gr. PbO;

b) roztok chameleonu, získaný rozpuštěním 1 g. $KMnO_4$ v litru; 1 cc odpovídal 0·001693 g. Fe.

Pokus 1. 25 cc roztoku *a* sraženo sírovodíkem; sirník sfiltrován, promyt, vložen i s filtrem do kádinky a vařen po $^1/_4$ hodiny s pře-

bytečným množstvím (2 g) síranu železitého. Zachován tu úplně postup vytknutý v práci mé „Stanovení antimonu odměrnou analysou (XL, Věstn. král. čes. spol. nauk). Poněvadž po vykonané oxydaci okyselený, zředěný a ochlazený roztok byl šedé barvy, a silně vyloučeným síranem olovnatým zkalený, že těžko se dal při titraci rozeznati přechod v růžové zabarvení, spláchnut roztok po okyselení konc. kyselinou sírovou (10 cc) ihned do baňky, jímající 200 cc, načež ochlazeno na 17·5°, doplněno a roztok sfiltrován suchým filtrem do suché kádinky; z filtrátu odměřeno 100 cc ku titraci. Takto připravený filtrát jest úplně čirý, poněkud nazelenalý, velice vhodný ku titraci.

Na 100 cc spotřebováno 20·0 cc chameleonu, tudíž na 200 cc . . . 40 cc;

$$1 \text{ cc chameleonu odpovídá tedy } \frac{0{\cdot}13466}{40} = 0{\cdot}003366 \text{ gr. PbO.}$$

Pokus 2. Postup týž. Spotřebováno celkem na 200 cc 39·9 cc chameleonu;

$$\text{odpovídá tedy 1 cc chameleonu } \frac{0.13466}{39{\cdot}9} = 0{\cdot}003375 \text{ gr. PbO}$$

Dle rovnice (1) nahoře uvedené vypočtený faktor pro

1 cc chameleonu jest 0·003367 g PbO

Probíhá tudíž reakce kvantitativně ve smyslu rovnice:

$$PbS + Fe_2(SO_4)_3 = PbSO_4 + 2\,FeSO_4 + S$$

Na základě těchto pokusů stanoveno v různých případech množství kysličníka olovnatého, jakož i zkoušeno, jakého množství síranu železitého má se ku oxydaci použíti a nalezeno:

Použitím většího množství sirníku olovnatého ku oxydaci, zachová-li se postup výše uvedený, naleznou se výsledky nižší; doba varu jest příliš krátka, aby všechen sirník se zoxydoval. Pro malá množství (až do 0,3 g. PbO) 15—20 minutová doba varu stačí, při větším množství není často oxydace ani po 30 minutovém vaření ukončena; delší doba varu pak jest již na úkor správnosti výsledku.

Theoreticky vypočtené množství síranu železitého jest ku oxy-

daci nedostatečné; působí tu síran železitý svým quantem; množství 3—4 násobné theoretického převádí úplně sirník v síran olovnatý.

Zda všechen sirník zoxydován v síran olovnatý, sezná se dle změny barvy černé v šedobílou.

Užívati odporučovalo by se methody této pro malá množství sirníku olovnatého za zachování tohoto postupu: Promytý sirník olovnatý vařen i s filtrem po $^1/_4$ hod. se 4násobným množstvím síranu železitého, k poněkud vychladlé tekutině přidáno 15 cc konc. kyseliny sírové, spláchnuto do 200 cc, ochlazeno na 17°, po doplnění sfiltrováno do suché kádinky; 100 cc filtrátu titrováno chameleonem do růžového zabarvení.

Methodou touto nalezena následující čísla:

PbO odváženo *g*	PbO nalezeno *g*	Rozdíl *g*	Nalezeno v % PbO
0·1332	0.1336	+ 0·0004	100·30
0·1332	0·1329	— 0·0003	99·81
0·1332	0·1334	+ 0·0002	100·12
0·2674	0·2673	— 0·0001	99·91
0·2978	0·2978	± 0·0000	100·00
0·3777	0·3769	— 0·0008	99·77
0·3916	0·3921	+ 0·0005	100·10
0‘4142	0·4124	— 0·0018	99·57
0·4921	0·4898	— 0·0023	99·41
0·3594	0 3586	— 0·0008	99·78

Sirník měďnatý a mědičnatý.

V Mohr's Titrirmethode uvádí se, že mohou se kovy ve směsi modré, zelené a bílé skalice určiti tímto způsobem: ze silně okyseleného kyselinou solnou roztoku vyloučí se měď jakožto sirník, zinek z filtrátu rovněž za přidání octanu a kyseliny octové ve způsobě sirníku, kdežto železo se přímo titruje chameleonem; vyloučené sirníky

mědi a zinku oxydují se chloridem železitým v chlorovodíkovém prostředí a stanoví se měď a zinek titrací vyredukovaného chloridu železnatého.

Stanovil jsem v různých případech způsobem tímto měď s tou toliko odchylkou, že jsem používal místo chloridu síranu železitého, a dospěl jsem k výsledkům, neodpovídajícím přesně theorii. Postup zachovával jsem týž jako při olovu, spotřebované množství chameleonu násobeno činitelem vypočteným dle rovnice (1), rovněž i množství síranu železitého bylo dle theorie vypočteno, jelikož se ale osvědčilo nedostatečným, bráno bylo 3—4 násobné a ni tu výsledky theorii neodpovídaly. Doba varu sebe delší rovněž neměla žádného vlivu. Na úkor správnosti byl ve všech případech černý, zrnitý zbytek, neoxydující se delším varem ani větším přídavkem sole železité, aniž se rozpouštějící přídavkem kyseliny sírové; zbytek tento patrně jest oxysulfid mědi, jenž vzdoruje další oxydaci a zaviňuje ony nižší výsledky. Nalezeno průměrně 98% mědi. Tvoření se této látky neeliminuje se ani použitím chloridu železitého, ač tu lze přece maximalně ze 100 částí mědi nalézti 99%. Používání methody této se tudíž neodporučuje.

Oxydace sirníku mědičnatého síranem železitým naráží na tytéž obtíže a i zde přichází ku platnosti onen zbytek dále se neoxydující. Mimo to roztoky ku titraci připravené jsou modrozelené a dosti obtížně lze v nich postihnouti přechod v růžové zabarvení.

Sirník rtuťnatý.

Sirník rtuťnatý velice těžko síranem železitým se oxyduje a nelze tudíž způsobem tímto rtuť volumetricky stanoviti. Sirník tento nepřevede se v roztok ani jednohodinným vařením, ať ve vodném neb kyselém roztoku; sfiltruje-li se však roztok tento, odbarvuje se přece po jistou dobu přidávaný chameleon a množství toto násobeno faktorem dle rovnice (1) vypočteným odpovídá as $^1/_3$ látky do práce vzaté. Tvoří se i tu různé oxydační stupně sirníku, dále se neoxydující. Totéž platí i o *sirníku arsenovém.*

Nelze pak oxydaci urychliti aneb aby ve smyslu rovnice (1) neb (3) probíhala sebe větším množstvím síranu železitého.

Sirník vizmutový.

Pro oxydaci tohoto sirníku platí rovnice (2).

Ku potvrzení správnosti této rovnice pracováno s roztoky:

a) Kysličník vizmutový rozpuštěn v kyselině dusičné a roztok zředěn v 500 cc; 25 cc tohoto roztoku dle kvantitativního rozboru obsahovalo 0·1794 g. Bi_2O_3.

b) Roztok chameleonu jak při olovu; 1 cc odpovídal 0·001693 g. Fe čili 0·002335 g. Bi_2O_3 (dle rovnice (2) vypočteno).

I. Dle postupu vytčeného při sirníku olovnatém spotřebováno na 25 cc roztoku *a* po oxydaci 77·2 cc chameleonu odpovídajících 77·2 × 0·002335 = 0·1802 g. Bi_2O_3.

II. Tímtéž postupem spotřebováno na 25 cc roztoku *b* 77·10 cc, chameleonu poměrných 77·10 × 0·002335 = 0·1800 g Bi_2O_3.

Sirník vizmutový se velice snadno tímto způsobem oxyduje; během varu mizí černý sirník a mění se na konec v čistě bílou sedlinu síranu, přídavkem konc. kyseliny sírové se rozpouštějící. Roztok ku titraci připravený jest jasný, nazelenalý a ku titrování zvláště způsobilý. Dle výsledků ku konci uvedených hodí se methoda tato výborně ku odměrnému stanovení vizmutu dle tohoto postupu: Promytý sirník vaří se po 15 minut se čtyrnásobným množstvím síranu železitého, vyloučený síran se po dostatečném ochlazení rozpustí přídavkem 10 cc konc. H_2SO_4, spláchne do baňky o 200 cc, ochladí, doplní, sfiltruje a odměří 100 cc ku titraci chameleonem.

Bi_2O_3 odvážené *g*	Bi_2O_3 nalezeno *g*	Rozdíl *g*	Nalezeno Bi_2O_3 v %
0·1199	0·1199	± 0	100·00
0·1199	0·1205	+ 0·0006	100·50
0·2399	0·2406	+ 0·0007	100·29
0·3597	0·3605	+ 0·0008	100·22
0·3884	0·3891	+ 0·0007	100·18

Ve své práci o stanovení antimonu uvádím, že se má titrovati přímo v kádince, v níž se sirník oxydoval. Přesvědčil jsem se však, že i zde velice platně se osvědčuje, spláchnouti předem roztok do odměrné baňky, a teprvé po ochlazení a sfiltrování titrovati. Roztok jest pak velice jasný, kalící se poněkud přidáváním chameleonu (jako vůbec roztoky antimonu zředěním), v němž však konec titrace jest

velice přesný. Dlužno však dbáti toho, aby před spláchnutím do baňky 200 cc *všechna* vyloučená sedlina kyselinou sírovou byla úplně rozpuštěna (stačí 20 cc).

K vůli snadnějšímu a správnějšímu provedení jest výhodno bráti jen tolik látky, jež by odpovídalo as 0·3—0·4 g Sb_2O_3 a oxydovati přebytečným síranem železitým. Sirník, delší dobu na vzduchu se nalézající, se ku stanovení touto methodou nehodí.

Pozorujeme-li vliv síranu železitého v sirníky As, Sb a Bi, shledáme, že působení jeho roste se stoupající atomovou váhou; Bi mající nejvyšší atomovou váhu nejsnadněji se oxyduje, antimon jeví již náchylnost při nedostatečném množství síranu železitého ku tvoření oxysulfidů (antimonové růmělky, dle čehož snadno lze rozeznati úplnou oxydaci od nedostatečné), kdežto arsen oxydaci nejvíce vzdoruje. Rovněž tak i sirník olova mnohem snadněji se oxyduje sirníku mědi, který taktéž jest náchylný ku tvoření oxysulfidu. Výjimku činí sirník rtuti rovnající se v tomto ohledu sirníku arsenu.

Chemické laboratorium c. k. české vys. školy technické v Praze.



Nákladem Královské České Společnosti Náuk — Tiskem dra. Ed. Grégra v Praze 1897.

LXII.

Dodatky ku seznamu českých Trichopter za rok 1894 až 1897.

Podává prof. **Frant. Klapálek** v Třeboni.

(Předloženo dne 26. listopadu 1897.)

Ač vyšel roku minulého nový seznam českých, do té doby známých Trichopter, přece pokračuji ve vydávání dodatků ku předběžnému seznamu z toho důvodu, že seznam loni vyšlý neobsahuje žádných údajů, týkajících se rozšíření místního a časového. Mimo to byly naše vědomosti od té doby o nové čtyři české druhy obohaceny, totiž *Phryganea obsoleta, Stenophylax alpestris, Stenophylax dubius* a *Chaetopteryx major.* Od dodatků posledních vyšlých počátkem r. 1894. byly ovšem poznatky naše rozšířeny daleko podstatněji a sice nalezeny od té doby nové druhy: *Stenophylax concentricus*, *Ithytrichia lamellaris, Orthotrichia Tetensii*, *Oxyethira falcata* a *Oxyethira tristella* a mimo to opět sbírán *Grammotaulius nitidus* od časů Kolenatiho u nás nenalezený. Tím dostoupil počet českých druhů značného čísla 190.

Konám milou povinnost vzdávaje upřímný dík za příspěvky, kterých se mi dostalo od p. Dra Ot. Nickerla (z Breitenbachu) p. Jana Sekery (z Eisensteina a D. Beřkovic) a p. Dra V. Vávry (od Černého Jezera).

A. Phryganeidae.

Neuronia, Leach.

ruficrus Scop. V okolí Třeboně velmi hojna; tak u Zlaté stoky 2. VII., na Hrádečku 31. V. a 7. VII., u Nové Hliny 29. V., 5., 12., 19. a 24. VI., 1. a 3. VII., na Nových Řekách 6. a 19. VI.

reticulata, L. V okolí Třeboně dosti hojně; na stružkách lučních při Zlaté stoce. 1., 4., 19. a 22. V., při lesních strouhách na Hrádečku 22. V., u Nové Hliny 3. IV.; u Veselí při stružce podél železniční trati 28. IV.; u Erdweisu v silničním příkopě 27. V.

Phryganea, L.

grandis, L. Třeboň na kůře stromů podél Zlaté stoky 14. VI., v Prátru 29. VII. na zdi u sádek 16. VI., 20., 24., 31. VII., 2., 8., 9. VIII., u Nové Hliny 27. VI.

striata, L. Třeboň, u Zlaté stoky 12. a 16. VI., sádky 30. V. 97, u Sv. Víta 12. VI., Nová Hlina 6. VI., Rybníky za Oborou 27. VI.

varia, F. Třeboň, sádky 8. VII., 3., 16. VIII., N. Řeky 19. VI., u Sv. Víta 19. a 20. VII. N. Hlina 12., 22. VI., 3., 15., 19., IX.

obsoleta. (Hag) Mc Lach. Třeboň, u Sv. Víta 9., 19. a 20. VII. Nová Hlina 3. IX. Soběslav (Duda!).

minor, Curt. Třeboň, v Prátru 29. VII.

Agrypnia, Curt.

Pagetana, Curt. Třeboň, u Sv. Víta 19. V.

B. Limnophilidae.

Grammotaulius, Kol.

nitidus, Müller. Rybník u Libíše (Praha) 13. V.

atomarius, F. Rybník u Libíše (Praha) 13. V., Lagerberg u N. Hradů 7. VI.

Glyphotaelius, St.

pellucidus, Retz. Rybník u Libíše (Praha) 9. a 13. V. (velmi hojně). Třeboň u Zlaté stoky 24. V., u Sv. Víta 24. a 26. V., N. Hlina 31. V. a 24. VI. (vesměs jen jednotlivě).

Limnophilus, Leach.

rhombicus, L. Třeboň, u Nové Hliny 29. V., 31. V., 11., 12., 16., VI., 3. VII. (vždy jen spoře, na Hrádečku 7. X, u Sv. Víta 22. VI.; silniční příkop u Erdweisu 27. V.

subcentralis, Br. Neratovice 30. V.; Třeboň, u Petra u Pavla 29. VIII., Nové Řeky 22. a 30. IX., 19. X., 2. XI., Zlatá stoka 30. V., sádky 21. IX., 19. X. Opatovský rybník 5. X., Rybník Svět. 19. X., Nová Hlina 5. VI.; Lagerberg u N. Hradů 7. IX. Veselí 21. IX.

flavicornis, F. Třeboň, v Prátru 30. V., N. Hlina 11., 12., 16., VI., 3. VII., Lagerberg u N. Hradů 7. IX.; Veselí 21. IX.

decipiens, Kol. Neratovice 30. V., 10. VI., Třeboň, Rybník Svět 19. IX., N. Hlina 12. a 16. VI., Veselí 21. IX., 10. X.

stigma, Curt. U Třeboně velmi hojný ve dvou generacích; lesy u Petra a Pavla 29. VIII. N. Hlina 5., 12., 22. VI. 5., 15., 22. IX., u Sv. Víta 17. IX., Zlatá Stoka 30. V., 19. a 21. IX. Nové Řeky 30. IX.; Veselí, Nežárka 10. a 21. IX.

lunatus, Curt. V okolí Třeboně velmi hojně ve dvou generacích; N. Řeky 2. XI., Nová Hlina 3. VII., 20. VIII., 5., 15., 16., 21., IX., 23. X., Nežárka u Veselí 21. IX., Lagerberg u N. Hradů 7. IX.

politus, Mc Lach. Třeboň, rybníky u Sv. Víta 17. IX., Rybník Svět 19. IX., N. Hlina 16. a 21. IX.

ignavus, Mc Lach. Třeboň 13. VII. u borkovny.

nigriceps, Zett. Třeboň, rybník na Hrádečku 7. X., Nové Řeky 2. XI., Nová Hlina 21., 22. IX., 2. X., Nežárka u Veselí 10. X., rybník před Weissenbachem u N. Hradů 19. IX.

centralis, Curt. Lagerberg u N. Hradů 27. V. a 2. VI., Erdweis 7. VI.

vittatus, F. U Třeboně velmi hojný; lesy u Vídeňské silnice 29. VIII., N. Hlina 26. VI., 16. IX., rybník Svět 19. IX., Hrádeček 22. IX. N. Řeky 22., 30. IX., 19. X.; Lagerberg u N. Hradů 7. a 27. IX. Nežárka u Veselí 21. IX., 10. X.

affinis, Curt. Třeboň, u Sv. Víta 24. a 26. V., N. Hlina 3. IX., Lagerberg u N. Hradů 27. V. a 2. VI. Nežárka u Veselí 21. IX.

auricula, Curt. Silniční příkop u Erdweisu.

bipunctatus, Curt. Třeboň 31. V. (u Nové Hliny.)

griseus, L. V okolí Třeboně velmi rozšířený ač nikdy ve velikém množství. Žije při nejrůznějších vodách ve dvou generacích, z nichž prvá počíná v prvé polovině května (nejrannější datum 8. V.) a jest hojná přes červen, ač jednotlivé kusy tu i tam v létě se vyskytají; druhá počíná v druhé polovině září a trvá až do listopadu (2. XI.) Veselí 10. X. Erdweis 7. VI. Lagerberg u N. Hradů 7. VI., 7. IX.; Závisť 20. V., Říčany 17. VI.

extricatus, Mc Lach. Třeboň, na zdi u sádek 17. V., 27. VII., 21. VIII., 12. IX., na Nové cestě 31. VII. na Hrádečku 10. VIII. u Sv. Víta 26. V.; silniční příkop u Erdweisu 27. V. a 7. VI. Na této poslední lokalitě sbírány byly neobyčejně malé exempláře.

sparsus, Curt. Třeboň v Prátru 4. VI. u Sv. Víta 24., 26. V., 11. VI., 5. IX. N. Hlina 29. VIII. N. Řeky 19. X., Erdweis 7. IX., Lagerberg u N. Hradů 27. V., 2. a 7. VI., 7., 19., 27. IX. Na této poslední lokalitě velmi hojný.

fuscicornis, Ramb. Třeboň velmi hojný podél stoky a na zdi sádek 8., 11., 15., 17., 18., 27. V., 21. a 24. VIII., u Sv. Víta 24. a 26. V., N. Hlina 15. a 16. VIII., N. Řeky 19. VI. a 2. XI.

Anabolia, St.

laevis, Zett. U Třeboně velmi hojný 15. IX., 2. X., u Veselí velmi hojný na Nežárce 10. a 21. IX.

Stenophylax, Kol.

alpestris, Kol. Jediný ♂ chycen 27. V. 97. na Lagerbergu u N. Hradů.

picicornis, Pict. Třeboň, u Nové Hliny 27. V., na Lagerbergu 2. a 7. VI.

dubius, St. jediný ♂ chycen na plotě u příkopského mlýna u Třeboně. 17. IX.

rotundipennis, Br. Třeboň při Zlaté stoce 28. VIII., 15., 17. a 20. IX.

concentricus, Zett. Třeboň 27. V. jeden ♂ na zdi u sádek.

Halesus, St.

tesselatus, Ramb. Třeboň, velmi hojný na Stoce 15., 17., 20., 30. IX., 3., 16., 19. X., Nové Řeky 22. IX. a 2. XI.; u Veselí na Nežárce 21. IX. a 10. X.

Peltostomis, Kol.

sudetica, Kol. Na Lagerbergu u N. Hradů 7. VI., 7. a 27. IX.

Chaetopteryx, St.

villosa, F. Na Lagerbergu u N. Hradů 7., 19. a 27. IX.
major, Mc Lach. Na Lagerbergu u N. Hradů 7. IX. (velmi hojně) 19. IX. (jeden kus), 27. IX. (jeden kus) a 27. X. (jeden kus).

C. Sericostomatidae.

Sericostoma, Latr.

pedemontanum, Mc Lach. Breitenbach 1 VIII. (Nick.!)

Notidobia, St.

ciliaris, L. Neratovice 13. V., Závisť 20. V., Třeboň, Zlatá Stoka, 24. V., Erdweis, silniční příkop 7. VI.

Goëra, Leach.

pilosa, F. Labe u Neratovic 10. VI., Třeboň, Zlatá Stoka u Prátru 24. VII. 10. VIII., Dolní Beřkovice 15. V. a 1. VI.

Silo, Curt.

pallipes, F. Závisť 20. V.

Brachycentrus, Curt.

subnubilus, Curt. Třeboň, Zlatá Stoka 2., 6., 8. V. velmi hojně: Nežárka u Veselí 28. IV. rovněž velmi hojně.

D. Leptoceridae.

Beraea, St.

pullata, Curt. Neratovice 2. VII. Lagerberg u N. Hradů 27. V., 2. a 7. VI.

Beraeodes, Eat.

minuta, L. Třeboň, Zlatá Stoka 25. V. (velmi hojně).

Molanna, Curt.

angustata, Curt. Třeboň, rybník Svět od 20. VII. až do 17. VIII.

dosti hojně, jednotlivě pak až do 2. IX.; v Nové Hlině 16. VI., 1. VII. a 17. IX.

Molannodes, Mc Lach.

Zelleri, Mc Lach. Třeboň, Nová Hlina 29. VI., 1. a 19. VII. hoj ně Zlatá Stoka 7. VII. (hojně.)

Leptocerus, Leach.

nigronervosus, Retz. D. Beřkovice 27. V. (J. Sek.!)
fulvus, Ramb. Třeboň, rybník v lese u Sv. Víta 12. VI.
senilis, Burm. Třeboň, rybník u mlýna u Sv. Víta 10. VI.
annulicornis, St. D. Beřkovice 10. VI., (J. Sek.!) Nežárka u Veselí 4. a 17. VI.
cinereus, Curt. Neratovice 30. V., Chuchle 7. a 9. VII. D. Beřkovice 12. VI. (J. Sek.!), Třeboň Zlatá Stoka 25. VI., Prátr 2. a 26. VII., za zdi u sádek 21. VII. a 2. VIII., Veselí Nežárka 17. VI.
albifrons, L. D. Beřkovice 12. VI. (Sek.!)
dissimilis, St. Třeboň, Zlatá Stoka 21. VII. a 16. VIII., Nové Řeky 19. VI. Veselí 17. VI., D. Beřkovice 1. a 10. VI. (Sek!)

Mystacides, Latr.

azurea, L. Třeboň, Zlatá Stoka 4., 7., 21. VII. a 3. IX., Nežárka u Veselí 10. IX.
longicornis, L. D. Beřkovice 1. VI. (Sek.!), Třeboň na zdi u sádek 14. VI., 2. a 26. VII., 15. a 16. VIII., rybník u Sv. Víta 11. VI.

Homilia, Mc Lach.

leucophaea, Ramb. Vltava u Chuchle 9. VII.

Triaenodes, Mc Lach.

bicolor, Curt. Třeboň, rybník u Sv. Víta 11. a 14. VI., Nové Řeky 19. VI., Nová Hlina 1. VII. a 19. VIII.
conspersa, Ramb. Třeboň, Zlatá Stoka 25. VI. a 5. VII., Sádky 21. VII. 15. VIII., Nové Řeky 19. VI. Staré Řeky u Holického 24. VII., Nežárka u Veselí 17. VI. a 10. IX.

Oecetis, Mc Lach.

ochracea, Curt. Neratovice 30. V. Třeboň, sádky 23. VI., 20. VII., 3., 16., 27., VIII. a 3. IX., v Prátru 5. VI. a 1. VIII., u Sv. Víta 11. a 14. VI. N. Hlina 14. a 16. VI.
furva, Ramb. Třeboň, sádky 20., 31. VII. a 2. VIII.
lacustris, Pict. Třeboň, sádky 15. a 17. VIII., Zlatá Stoka 2. VII., N. Hlina 1. VII., Nežárka u Veselí 17. VI.
notata, Ramb. Třeboň, sádky 20. VII.
testacea, Curt. Třeboň, Prátr 24. a 26. VII.

Setodes, Ramb.

punctata, F. Chuchle 9. VII.

E. Hydropsychidae.

Hydropsyche, Pict.

pellucidula, Curt. Třeboň, Zlatá Stoka 29.—31. V., 18. VIII. Nežárka u Veselí 17. VI., D. Beřkovice 10. V. (Sek!)
angustipennis, Curt. Třeboň, Zlatá Stoka 30. V., 15. a 18. VIII. 17. IX.
guttata, Pict. D. Beřkovice 10., 15. a 27. V., 10. VI. (Sek!)
lepida, Pict. D. Beřkovice 12. VI. (Sek.!)

Neureclipsis, Mc Lach.

bimaculata, L. Třeboň, na Zlaté Stoce a sádkách od června téměř celý rok velmi hojná. D. Beřkovice 1. a 10. V. (Sek!)

Plectrocnemia, St.

conspersa, Curt. Závisť 20. V.
geniculata, Mc Lach. Breitenbach v prvé polovině srpna (Nick!)

Polycentropus, Curt.

flavomaculatus, Pict. Třeboň, Nové Řeky 19. VI., Nežárka u Veselí 10. IX., D. Beřkovice 10. V. (Sek!)
multiguttatus, Curt. Třeboň Zlatá Stoka 30. V., N. Hlina 25. V.

Holocentropus, Mc Lach.

dubius, Ramb. Třeboň, rybník u Sv. Víta 8. a 12. VI.
stagnalis, Albarda. Třeboň, rybník u Sv. Víta 19. V.

Cyrnus, St.

trimaculatus, Curt. Třeboň, Zlatá Stoka 25. V. a 17. VIII., Nežárka u Veselí 10. IX.
crenaticornis, Kol. Chuchle 7. VII., Třeboň, Zlatá Stoka 17. VIII.

Ecnomus, Mc Lach.

tenellus, Ramb. Třeboň, sádky 15. a 17. VIII.

Lype, Mc Lach.

phaeopa, St. Třeboň, Zlatá Stoka 25. V. a 17. VIII. velmi hojně, u Sv. Víta 8. VI.

Psychomyia, Latr.

pusilla, F. Veselí, Nežárka 10. a 21. IX., D. Beřkovice 10. V. a 10. VI. (Sek!)

Chimarrha, Leach.

marginata, L. Veselí, Nežárka 4. VI. a 10. IX. (dosti hojně).

F. **Rhyacophilidae.**

Rhyacophila, Pict.

nubila, Zett. Třeboň, Zlatá Stoka 19. VIII., Nové Řeky 22. IX., 19. X. a 2. XI. Nežárka u Veselí 17. VI., 10. a 21. IX., 10. X.
septentrionis, Mc Lach. Lagerberg u Nov. Hradů 2. VI.

Glossosoma, Curt.

Boltoni, Curt. Eisenstein 21. VII. (Sek!)

Agapetus, Curt.

fuscipes, Curt. Závisť 20. V.
laniger, Pict. Chuchle 9. VII.

G. Hydroptilidae.

Agraylea, Curt.

multipunctata, Curt. Vltava u Chuchle 7. a 9. VII.

Hydroptila, Dalman.

sparsa, Curt. Vltava u Chuchle 7. a 9. VII., Třeboň, Zlatá Stoka 29. V., 25. VI. 4., 16., 18. VIII., Stoka na Hrádečku 10. VIII., N. Hlina 19. VIII., Prátr 20. VIII.

Ithytrichia, Eaton.

lamellaris, Eaton. Labe u Neratovic 10. VI., Zlatá Stoka u Třeboně 26., 29. V., 16. a 18. VIII. Nežárka u Veselí 21. IX.

Orthotrichia, Eaton.

Tetensii, Kolbe. Rybník u Libíše u Prahy 30. V. a 27. VII., Třeboň sádky 17. a 20. VIII.

Oxyethira, Eaton.

costalis, Curt. Praha, tůň podle Vltavy u Zlíchova 7. V., Vltava u Chuchle 9. VII., Třeboň, sádky, 15., 20., 28. VIII., rybník u Prátru 30. V., 24. VII., Nová Hlina 25. V.

falcata, Mort. Třeboň, luční stoka u Nové Hliny 15., 16., 22. IX.

tristella, Klp. Třeboň, Zlatá Stoka velmi hojně 25.—30. V., 4.—16. VIII., Prátr 24. VII., Stoka lesní u Holického 19. VIII. a 22. IX., Hrádeček 10. VIII.



Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra Ed. Grégra v Praze 1897

LXIII.

Beiträge zur Kenntnis der tertiären Binnenconchylienfauna Böhmens. I.

Von **Dr. J. F. Babor** in Prag.

(Mit 5 Abbildungen im Text.)

(Vorgelegt den 26. November 1897.)

Nach Klika's Bearbeitung der böhmischen tertiaeren Binnenconchylienfauna*) sind im böhmischen Landesmuseum zu Prag neue Vorräthe von Tuchořitz erworben worden, welche in grösserem Masse, als man erwarten möchte, Neuigkeiten enthalten, welche an und für sich für die systematische Palaeontologie interessant genug, auch zur genaueren Bestimmung von stratigraphischen Verhältnissen einmal von Bedeutung sein dürften. Die Bearbeitung dieser kostbaren Materialien wurde mir in sehr zuvorkommender Weise vom Hrn. Prof. Dr. Ant. Frič anvertraut, wofür ich dem genannten Herrn auch an dieser Stelle meinen wärmsten Dank abzustatten mich verpflichtet fühle. In der vorliegenden Mittheilung bringe ich etwa die Hälfte von neuerkannten Thatsachen zur Veröffentlichung, welche nämlich bereits eine definitive Publicierung zulassen und erfordern, und hoffe etwa in einem Jahre einen zweiten Aufsatz gleichen Umfanges fertigstellen zu können. Dass ich nicht bloss neue Formen berücksichtige, sondern auch Beiträge zur Erkenntnis der Individualvariabilität anführe, wird meiner Erwartung nach von Fachgenossen gebilligt werden.

---

*) G. Klika: „Die tertiaeren Land- und Süsswasserconchylien des nordwestlichen Böhmen.“ Archiv der naturwissenschaftlichen Landesdurchforschung von Böhmen. VII. Bd. N. 4. Prag. 1891.

1. Neue Varietäten von bekannten Arten.

Oleacina producta Reuss. var. emphysematica n.

Diagn. different. *Differt a typo testa latiore, anfractibus uno pluribus (6½) omnino inflatis lentius accrescentibus.*

Hab. Tuchořitz.

Gehäuse fast walzenförmig, mit stumpfem Wirbel, bauchig; die Umgänge wachsen verhältnismässig langsamer an als bei der typischen Form, was auch damit im Zusammenhange steht, dass sie bei gleicher Länge des Gehäuses um einen ganzen vermehrt sind (6½ gegen 5½); die Breite ist, auch mit den breitesten normalen Stücken verglichen, deutlich grösser (6½ *mm*).

Ein gutes Exemplar (Coll. Ihl.) von Tuchořitz.*)

Ich habe diese Form, da sie nur in einem einzigen Exemplar vorliegt und dem ganzen Habitus nach doch der *producta* Reuss nahesteht, nur als Varietät bezeichnet, obzwar sie mehr Umgänge besitzt, welche auffallend gleichmässig wachsen, so dass sie den Eindruck einer selbständigen Art machen kann. Die typische *producta* Rss. variiert zwar einigermassen, bleibt aber immer ziemlich schlank und konisch — pfriemenförmig; im übrigen stimmen sie mit einander gut überein.

Hyalina denudata Reuss. var. sculpta n.

Diagn. different. *Differt a typo statura minore et sculptura praegnanti: anfractus superne costis transversalibus obliquis crebris arcuatis, sed non in media parte retrorsis, vehementibus cum tenuibus alternantibus, non bifidis ornati; inferne costae similes satis validae basim petentes striis teneris longitudinalibus (= spiralibus) densis, sed non confertis interruptae.*

Diam. maior 8½ mm, minor 7 mm, altit. 4 mm.

Hab. Tuchořitz.

Gehäuse kleiner als bei der typischen Form, stimmt in der Form mit derselben überein, weicht aber in den Sculpturverhältnissen von derselben folgendermassen ab: an der Oberseite sind die Umgänge mit zahlreichen, starken und dichten etwas schiefgestellten Querrippen versehen, welche zwar bogig, aber nicht in der Mitte gedreht sind und was ihre Mächtigkeit betrifft, so wechseln immer je

*) Im Gymnasium zu Saaz befindet sich ein congruentes tadelloses Exemplar (Bruder'sche Sammlung), das mir erst später bekannt geworden ist.

eine gröbere mit je einer feineren ab; in der Nähe der Nath werden sie nicht gabelig, sondern bleiben auch einfach; an der Unterseite sind auch ganz starke geradlinig radiär gegen den Nabel convergierende Rippen, welche von zahlreichen feinen Längs- (= Spiral-) linien unterbrochen werden, so dass eine Gitterung entsteht. Das Periostracum eines einzigen guten Stückes (neben einigen Bruchstücken), ist vollständig erhalten und es felht ihm auch der bekannte Glanz der Hyalinen nicht.

Der grössere Durchmesser 8½ *mm*, der kleinere 7 *mm*, die Höhe 4 *mm*. Fundort Tuchořitz (Jhl., 1896.).

Diese Abart scheint mir von Wichtigkeit zu sein, da ihre auffallende Sculptur so lebhaft an die Untergattung *Retinella* Shuttleworth, z. B. die *mingrelica* Mouss., erinnert, dass ich darin einen Hinweis darauf vermuthen muss, unsere neue Varietät zeige uns Anfänge der Retinellaabstammung von den tertiaeren Euhyalinien.

Helix (Caracolina Ehrenberg) phacodes Thomae var. grossa n.

Diagn. different: *Testa turbinata, typica maior, ad basim applanata; spira prominens; differt igitur a typo forma et magnitudine.*

Diam. maior 12 mm, minor 10 mm, altit. 6 mm.

Hab. Tuchořitz.

Gehäuse kreiselförmig, grösser als bei der typischen Form, an der Unterseite abgeflacht und auch an der Oberseite nicht sehr gewölbt; Gewinde hoch, konisch. Länge 12 *mm*, Breite 10 *mm* Höhe 6 *mm*.

Von der seltenen Art *phacodes* besitzt das Museum eine verhältnismässig sehr grosse Anzahl von grösstentheils prachtvoll erhaltenen Exemplaren, so das man die Weite ihrer individuellen Variabilität richtig zu beurtheilen vermag und darnach kann ich auch behaupten, dass diese neue vorläufig mit einem einzigen Stücke vertretene Varietät ihren Rang verdient, denn nicht nur die Grösse, sondern, was natürlich viel mehr wiegt, die Form dieser Abart ist eine ganz charakteristische, besonders fällt der Unterschied in der nicht gewölbten Unterseite auf.

Helix devexa Reuss. f. applanata n.

Diagn. different. *Differt a typo spira plana, apice breviter mammillato.*

Hab. Tuchořitz.

Diese Form, welche in einigen schönen untereinander übereinstimmenden Stücken vorliegt, ist durch ihre flache Form gut gekennzeichnet; in übrigen Charakteren gleicht sie der typischen; Wirbel klein, warzenartig vorspringend.

Helix devexa Reuss. var. prominens n.

Diagn. different. *Differt a typo statura minore, spira conica, umbilico non obtecto, anfractibus (4½) magis convexis, sutura profundiore.*

Diam. maior 10 mm, minor 8 mm, altit. 6 mm.

Hab. Tuchořitz.

Diese Abart ist durch ihre kleinere Gestalt, nicht zugedeckten Nabel und besonders ihre konische mehr erhöhte Form des Gewindes gekennzeichnet; die Umgänge sind nur 4½ (gegen 5 beim Typus), mehr gewölbt und stufenartig, von einer mehr tiefen Naht getrennt. Der grössere Durchm. 10 *mm*, der kleinere 8 *mm*, die Höhe 6 *mm*.

2. Neue Arten

Helix (Carthusiana Kobelt) oxyspira sp. n. (Fig. 1.)

Diagn. *Testa solida, depresse globosa, spira conica alta, apice obtusulo, umbilico angusto, profundo, antice partim obtecto, anfractibus 6½ convexis, sutura profunda disiunctis, modice accrescentibus, ultimo ad aperturam brevissime descendente; apertura late semilunata, obliqua,*

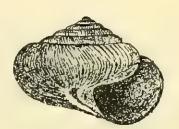


Fig. 1. *Helix* (Carthusiana) *oxyspira* sp. n. vergrössert.

peristoma acutum, simplex (unicum exemplar in Tuchořitz inventum non est perfecte adultum, peristoma individuorum adultorum huius novae speciei verisimiliter patulum, sublabiatum), *continuum, ad columellam dilatatum et reflexum, umbilicum partim obtegens et intus (= in umbilico) incrassatum in margine basali vix sinuatum, in margine externo (= dextro) leviter applanatum; nucleus (= anfractus embryonalis) laevis, nitidus, anfractus superiores nitiduli, transverse costati, inferiores valde costati, sub sutura plicati, ultimus inferne*

costis similibus versus umbilicum strictis signatus; sub lente praeter costulas minores praeteritis interpositas sculptura nulla; regio umbilicalis glabra vallo arcuato non valido aperturam petente ornata.

Diam. maior 13½ mm, minor 12 mm, alt. 9 mm.

Hab. Tuchořitz.

Gehäuse ziemlich fest, gedrückt kugelig, Gewinde flach konisch mit erhöhtem abgestumpftem Wirbel, mit einem engen zuletzt sich etwas erweiternden und vorne theilweise verdeckten Nabel; Umgänge 6½ gewölbt, mit einer tiefen und stark bezeichneten Naht von einander getrennt, wachsen langsam an, der letzte leicht erweitert, zur Mündung sehr kurz und wenig herabsteigend. Mündung schief, breit mondförmig, Mundsaum einfach, scharf, aber nicht verdünnt, zusammenhängend, lippenlos; der Spindelrand erweitert und zurückgebogen, an der Innenfläche (innerhalb der Nabelhöhle) callös verdickt, vorne über den Nabel etwas umgeschlagen; der Unterrand nahe an der Spindel ein wenig seicht ausgebucktet, der Aussenrand oben rechts etwas abgeflacht (nur an der Mündung). Das einzige in Tuchořitz gefundene Exemplar (coll. Ihl) ist aller Wahrscheinlichkeit nach noch nicht definitiv erwachsen, was an dem noch nicht fertigen unverdickten und noch nicht umgeschlagenen Mundsaume zur erkennen ist; diese neue Art hat vielleicht im vollentwickelten Zustande einen wenig erweiterten und innen schwach gelippten Mundsaum. Der Kern (Embryonalwindung) glatt, glänzend, die oberen Umgänge matt glänzend, quergerippt, die unteren sehr stark quergerippt, an der Naht beinahe gefaltet, der letzte auch unten mit ähnlichen radiär und geradlinig zum Nabel convergierenden Rippen bezeichnet, welche ringsum den Nabel ein ringförmiges glattes Feld frei lassen, das mit einem nicht mächtigen halbkreisförmigen niedrigen gegen die Mündung gerichteten Walle geschmückt ist. Bei stärkerer Loupenvergrösserung kann man zwischen den gröberen noch feinere Querrippen unterscheiden, jedoch niemals (auch nicht unter dem Mikroskope) Haarpapillen oder Schüppchen oder überhaupt andere Sculptur, welche mit Behaarung und Sonstigem im Zusammenhang stünde, desgleichen keine Grübchen.

Der grössere Durchmesser 13½ *mm*, der kleine 12 *mm*, die Höhe 9 *mm*.

Die specifischen Merkmale dieser neuen Art sind mehr als genügend um sie von den übrigen beschriebenen tertiären Formen zu unterscheiden, auch mit keiner recenten Form lässt sie sich verbinden, jedoch die Section zu finden, in welche sie gehört, ist ziemlich schwierig. Der Untergattung *Fruticicola* Ald. muss sie entschieden

zugeschrieben werden und die morphologischen Charaktere stimmen ziemlich gut mit denen der Section Carthusiana Kob. (Theba Gray) überein, nur die Sculptur ist eine insofern verschiedene, als wir jede Papillenbildung und dergleichen vermissen; ebensowenig passt die eigenthümliche Conformierung der Nabelgegend (der innere Wall) und die verhältnismässig grosse Dicke der Schale. Trotzdem aber habe ich die neue Art wenigstens vorläufig als eine Carthusiana aufgeführt und halte die recente algerische *Hel. rusicadensis* Letourn. für die konchyliologisch nächst verwandte Species, denn ihre Schalenform ist ausserordentlich ähnlich und die letztere hat nur sehr spärliche Haarpapillen (welche der oxyspira n. sp. vollständig fehlen), die sonst bei den meisten Carthusianaarten sehr zahlreich vorhanden zu sein pflegen. An dieser Stelle muss ich aber gleich bemerken, dass die *rusicadensis* anatomisch*) keine Carthusiana ist, sondern eine *Monacha* Htmn., was schliesslich auch konchyliologisch keine Unmöglichkeit wäre, wenigstens kann sie für ein Mittelding zwischen den beiden Sectionen gelten, wie wir solche noch mehr kennen, z. B. *Hel. devexa* Reuss, von welcher Sandberger sagt:



Fig. 2. *Helix* (Trachia) *Ihliana* sp. n., fast nat. Gr.

„Helix devexa hat die Form der Carthusiana und ist namentlich der Hel. gregaria Ziegl. aus Sicilien äusserlich sehr ähnlich, ihre Sculptur aber ist die einer Monacha. Sie vermittelt daher zwischen diesen beiden jetzt getrennten Gruppen.“ (Vorwelt, p. 429.) Auch die Individualvariabilität der *devexa* in der Schalenform ist in dieser Hinsicht ziemlich interessant, es sei mir erlaubt an dieser Stelle nochmals an die höhere Varietät, welche vorne als *prominens* n. beschrieben worden ist, zu erinnern. — Unter den fossilen ist vielleicht die untermiocänische *Hel. goniostoma* Sandb. ihre nächste verwandte.

Helix (Trachia Albers) Ihliana sp. n. (Fig. 2.)

*) Aus der Literatur kenne ich keine Mittheilung über den anatomischen Bau der *rusicadensis*, ich habe aber selbst ein Stück dieser seltenen Art, welches ich lebendig vom Hn. C. Ancey in Dra-el-mizan (Algerien) als werthvolles Geschenk erhalten habe, anatomisch geprüft und fand die zwei für *Monacha* charakteristischen Paare kleiner Pfeilsäcke und keinen unpaaren grossen und langen Penis-

Diagn. *Testa solidula, suborbiculato-depressa, spira haud elevata, umbilico non lato, sed profundo et pervio, anfractibus 4½ convexis, satura profunda subcanaliculata disiunctis, modice accrescentibus, ultimo praevalente, obtuse subangulato, ad aperturam leviter descendente et valde constricto; apertura late semilunaris, parum obliqua, peristoma expansum, non incrassatum, marginibus callo tenui iunctis, columellari paululum dilatato et reflexo, umbilicum partim obtegente, vix sinuato. Anfractus I. et. II. nitidus, irregulariter costatus, ceteri costulis densis transversalibus parum obliquis instructi; sub lente sulcis longitudinalibus (= spiralibus) subtilissimis parallelis confertis ornati et creberrimis parvulis oblongis foveolis in seriebus radialibus positis consiti.*

Diam. maior 15·5 mm, minor 12·5 mm, alt. 8 mm.

Hab. Tuchořitz.

Gehäuse ziemlich stark, doch nicht dickschalig, niedergedrückt kugelig mit kaum erhöhtem Gewinde und stumpfer Spitze, mit einem ziemlich schmalen, aber tiefen und durchgängigen Nabel, der vorne ein wenig zugedeckt ist. Umgänge 4½, gewölbt und fast bauchig, etwas niedergedrückt, wachsen allmählig an mit Ausnahme des letzten, der den vorletzten zweimal an Breite und fast zweimal an Höhe übertrifft; der letzte leicht stumpf kielig, an der Mündung schon fast kiellos, gegen die Mündung oben kurz und nicht steil herabsteigend und vor der Mündung in ganzem Umfange sehr stark eingeschnürt; die Naht ist beinahe rinnenartig vertieft und kaum merklich gezackt. Mündung breit und gerundet mondförmig, etwas schief, weit und einseitig gequetscht trichterartig; Mundsaum erweitert, nicht verdickt, seine Ränder mit einem glänzenden sehr feinen Callus überzogen und verbunden; der Spindelrand ist gegen den Nabel mässig erweitert und umgebogen; den Unterrand lässt in horizontaler Ansicht nahe am Spindelrand eine kleine schwache Ausbuchtung erkennen; eine einigermassen ähnliche noch minder sichtbare Krümmung auf dem Oberrande. Sehr bezeichnend ist besonders auch die Sculptur der Schalenoberfläche: die ersten zwei Umgänge sind glänzend, ziemlich weit und stark (unregelmässig) gerippt; die übrigen matt glänzend, auf der Oberseite mit dichten feinen den Anwachsstreifen entsprechenden leicht gebogenen Querrippchen geschmückt, welche gegen den Kiel, wo sie etwas um- und eingebogen werden, ein wenig divergieren;

---

anhang, der für *Carthusiana* angegeben wird (von Moqin Taudon, A. Schmidt, Hesse und Schuberth).

auf der Unterseite liegen ihre Fortsetzungen in etwas grösseren Abständen von einander und convergieren grösstentheils fast geradlinig gegen den Nabel. Zwischen denselben nimmt man bei stärkerer Vergrösserung fast über der ganzen Schale sehr dicht vorhandene seichte länglich- eiförmige Grübchen wahr, welche in geradlinigen radialen Reihen angeordnet sind, die sich mit dem Verlaufe der Querrippen unter einem sehr spitzen Winkel kreuzen; dementsprechend befindet sich zwischen diesen Grübchen ein zartes Netzgefüge von sehr feinen kammartigen scharfen und dünnen Leistchen, welche zwischen sich die erwähnten Grübchen ohne jede Spur von Haarpapillen einschliessen; est ist überhaupt wahrscheinlich, dass die Art lebend haarlos war und ebenso aussah wie jetzt im fossilen Zustande; vielleicht war sie hornfarben, denn das einzige gefundene und prachtvoll erhaltene Stück hat eine die ganze Oberfläche gleichmässig einnehmende lichtbraungelbliche Farbe mit fettem Glanz, wogegen die übrigen ähnlichen Formen (H. Zippei, homalospira u. s. w.) kreideweis gefunden werden, auch wenn das Periostracum erhalten wird. Der längere Durchmesser



Fig. 3. *Férussacia insignis* sp. n. vergrössert.

misst 15.5 *mm*, der kürzere 12·5 *mm*, die Höhe 8 *mm*. Tuchořitz (Ihl 1896.), 1 Ex.

Ich glaube nicht gefehlt zu haben, wenn ich diese neue Species der Untergattung *Trachia* Alb. zurechne und halte etwa die recenten *H. penangensis* Stol. und *Helferi* Bens. von Indien für ihre nächsten Verwandten, zwischen denen sie morphologisch inmitten stehen dürfte. Unter den mir bekannten tertiaeren Arten sieht sie der untermiocaenen *H. lepidotricha* A. Braun vom Mainzer Becken am ähnlichsten, jedoch ist von dieser, welche ich für eine echte *Chloritis* Beck von der Nähe der *quieta* Pfr. halte, durch die Grösse und Form des Gehäuses, so wie durch ihre praegnante mit der der *lepidotricha* nicht identische Sculptur genügend verschieden.

Die Art habe ich zu Ehren des Hn. Oberlehrer K. Ihl in Tuchořitz, der sie gefunden hat, benannt.

Férussacia insignis sp. n. Fig. 3.

Diagn. *Testa magna* (*in correlatione cum aliis huius generis speciebus*), *cylindraceo-turrita*, *apice obtuso*, *plane imperforata nitida*, *anractus 8 convexiusculi, modice acerescentes sutura profunda tenui disiuncti, ultimus* $\frac{2}{5}$ *omnis altitudinis aequans*, *I. et II. glaber, ceteri costulis transversis parum obliquis subtilissimis densissimis ornati, periostracum pellucidum laeve, omnino granulationibus maxime exiguis* (*sub forti lente aut microscopio minimis*) *consitum, quae nitorem adipis efficiunt*, *luteo- corneum; apertura piriformis, non obliqua, marginibus tenuibus*, *externo acri, callo valde tenui coniunctis, columellari fortiter arcuato*, *columella prominenter inflexa (? plicata), inferne truncatula*; *basis in pariete dorsali paululum et brevissime vallata* (= *tergum columellae*). *Altit. 13 mm., latit.* $3\frac{1}{2}$ *mm.*

Hab. Tuchořic.

Gehäuse von ziemlich ansehnlicher Grösse (wenigstens im Verhältnis zu anderen, selbst fossilen Arten der Cionellagruppe), länglich gethürmt — cylindrisch, mit stumpfem Wirbel, ohne jede Spur von etwaigem Nabel, glatt, glänzend (im Leben höchst wahrscheinlich durchsichtig); Umgänge 8, etwas gewölbt, verhältnissmässig langsam anwachsend, werden von einer schmalen, aber tiefen, markanten Naht von einander getrennt, welche geradlinig verläuft, und je mehr nach unten, desto steiler ansteigt; der letzte gleicht etwa $\frac{2}{5}$ der Gesammtlänge des Gehäuses; der erste und zweite ganz glatt, die übrigen mit sehr feinen und dichten einigermassen schiefen Querstreifen, welche den gleichmässig glänzenden Eindruck der Schale nur in höchst geringem Masse beeinträchtigen; überhaupt ist das gesammte Periostracum homogen gelblichhornfarbig und von einem eigenthümlichen Fettglanz, der von äusserst winziger Körnelung, welche die ganze Oberfläche einnimmt, herrührt und der Schale den bekannten optischen Habitus der Cionellen verleiht; diese Granulation ist natürlich nur unter sehr mächtiger Vergrösserung zu sehen; besonders wichtig sind die Gestaltungen der Mündung: sie ist birnförmig, oben etwas spitz, nicht schief; die Ränder sind ziemlich dünn, der äussere geradezu scharf, und hängen mittelst eines sehr zarten Callus zusammen; der Spindelrand*) ist in sehr charakteristischer Weise stark eingebogen und die eigentliche Spindel hat einen mächtigen lamellen — oder zahnartigen Vorsprung, der mich veranlasst diese

*) In unserem Falle darf man entschieden von einem Spindelrand sprechen, obzwar bei den Achatiniden, an diesen kleinen Cionellaähnlichen Formen, derselbe oft von der frei hervortretenden Spindel selbst ersetzt wird.

neue Art der Gattung Férussacia Risso s. str. und nicht der Cionella Jeffreys einzuverleiben, allerdings muss hier gleich hervorgehoben werden, dass die Mündung des einzigen vorhandenen sonst makellos erhaltenen Exemplars leider innen mit Gestein dermassen vollgefüllt ist, dass man dieses Gebilde nicht weiter in die Tiefe verfolgen kann, wodurch doch ein praecises Urtheil nicht unerheblich erschwert wird; die Truncatur der Spindel deutlich, auch auf der basalen Rückenseite des Gehäuses in Form von einer kleinen länglichen Verdickung wahrnehmbar. Höhe der Schale 13 *mm*, Breite 4½ *mm*.

Fundort Tuchořitz (Ihl, 1896.).

Die Gestalt des Gehäuses sieht vielleicht mehr einer echten Cionella ähnlich (keine merklichere Praevalenz der letzten zwei Windungen) aber die Verhältnisse der Mündung, inwieweit sie sich durch vorsichtige Praeparation entblössen liessen, sprechen vielmehr für die



Fig. 4. *Clausilia* (Cossmannia subs. n.) *Slavíki* sp. n. vergrössert.

Gattung Férussacia und zwar ist wahrscheinlich diese neue Art, welche keine nähere Beziehungen zu fossilen Formen besitzt in der Gruppe Pseudazeca Pfr. unterzubringen, die heutzutage in Algerien ihr Dasein fristet.

Clausilia (Cossmannia subsct. n.) Slavíki sp. n. Fig. 4.

Diagn. *Testa mediocris, cylindraceo — fusiformis, apice obtuso; loco umbilici area triquetra, confertim striolata declive ad latus dextrum oblique ascendens formans; anfractus 10 convexiusculi, sutura profunda crenulata disiuncti, costis pervalidis distantibus acutis, irregulariter undulatis versus apicem aliquantum evanescentibus, armati; penultimus antice in parte dextra costis inflexis attenuatis signatus; ultimus contortus, solutus, postice carina magna, grosse et distanter costata, et basi plicato — gibba, antice in latere sinistro vallo simili (quod corpori strangulato anfractus ultimi correspondent) instructus; apertura obliqua, trigonum lateribus arcuatis (dextro et sinistro con-*

vexis, supero concavo) format; peristoma simplex, solutum reflexum, superne valde sinuatum, inferne dilucide canaliculatum, in angulo dextro superne in alam latam non incrassatam oblique ascendentem protractum; lamina superior insignis, subverticalis, inferior profunde visibilis, obliqua, superiori convergens; plica columellaris demum horizontalis, parva; in margine columellari denticulus pliculiformis minimus aut deficiens; callus labialis plicam tenuem longam formans, lunella intus conspicua, perfecta, callosa, hamate inflexa.

Altit. 10 mm, lat. 2½ mm.

Hab. Tuchořitz.

Diagn. different. subsectionis ***Cossmanniae*** novae: *Differt a* ***Laminifera*** Boettg. *typica apertura trigona, dextrorsum alata, canaliculata igiturque cervice anfractus ultimi carinata;* species altera adhuc descripta: *Clausilia Bernayi* Cossmann.

Gehäuse von mittlerer Grösse von kurz und dick spindelförmiger Gestalt, mit stumpfer Spitze; an der Stelle über der Mündung, wo sich bei manchen Clausiliengruppen der Nabel befindet (Umbonalplatte), ist eine dreieckige Fläche entwickelt, welche links (oberhalb des Interlamellares) am tiefsten ausgehöhlt ist und von da nach oben und rechts mässig gewölbt emporsteigt um sich oben unter die eingebogene Grenzfläche des vorletzten Umganges einzusenken; rechts geht sie sattelartig gebogen in die gerippte Seitenwand des letzten gelösten Umganges über. Umgänge 10, wenig gewölbt, wenigstens die mittleren beinahe Flach, durch eine tiefe gezackte Naht getrennt, welche zwischen oberen Umgängen fast horizontal, zwischen unteren etwas schief von links nach rechts herabsteigend und immer leicht concav verläuft; die Schale ist sehr stark gerippt: auf den obersten Windungen sind die Rippen fast geradlnig, ziemlich weit von einander entfernt und nicht besonders emportretend, an den übrigen Umgängen dagegen bemerkt man ganz auffallende unregelmässig wellenförmig gekrümmte sehr hohe und scharfe weit abstehende Rippen, welche nicht gegabelt sind und an der Vorderfläche des vorletzten Umganges in seiner rechten Hälfte, nach unten einwärts bogig gekrümmt, zur Nabelgegend convergieren; der Nackenkiel, sowie ähnliche Wulst, welche vorne den stark zusammengeschnürten Körper des letzten Umganges vor der Mündung (über dem Sinus gelegen) darstellt, grob bogig gerippt; die Umbilicalplatte mit feinen dichten langen (i. e. horizontal orientierten) Längsrippchen besetzt. Der letzte Umgang eingedreht, gelöst, hinten mit auffälligem Kiele verschaffen, der nach unten etwas eingekrümmt vorspringt; Mündung schief bogig — drei-

eckig, welche Form nur dann deutlich hervortritt, wenn man die Mündung in der Ebene, welche durch ihre Ränder gelegen wird, möglichst horizontal zur Anschauung einstellt; die beiden Seitenränder sind nach aussen convex, der obere concav; Mundsaum einfach, nicht verdickt, erweitert und zurückgebogen, links deutlich ausgebuchtet rechts in einen ansehnlichen flügelartigen Fortsatz ausgezogen, der schief emporsteigt und leicht ausgehöhlt ist, jedoch keine callöse Verstärkung erleidet; an der Basis läuft der Nackenkamm als eine vollständig ausgebildete Rinne aus, von der zu beiden Seiten die aufsteigenden Mundsaumschenkel innen ein wenig gelippt sind; die Oberlamelle mächtig, gerade absteigend die Unterlamelle kann man in der Tiefe als niedrigere schiefe Falte erblicken, welche zur Oberlamelle im schwachen Bogen convergiert; das Interlamellare glatt, der Sinus gross; die Spindellamelle gering, an der Mündung (ziemlich tief gelegen) fast horizontal; am Spindelrand beobachtet man mitunter ein winziges Zähnchen; links in der Tiefe eine längliche schmale callöse Verdickung längs des Mundrandes, Gammenfalten sind keine wahrnehmbar; die Mondfalte kann mann in der Tiefe sehen, sie präsentiert sich als dicke oben stark hackenförmig gebogenene Schwiele.

Höhe der Schale 10 *mm*, Breite $2\frac{1}{2}$ *mm*.

Ein tadellos erhaltenes Exemplar und etwa drei Bruchstücke von Tuchořitz (Ihl).

Die beschriebene neue Art vermag ich in keiner von den bestehenden Untergattungen oder Sectionen ohne Bemerkung zu unterbringen; am meisten entspricht sie, wie man aus der absichtlich so gehaltenen Beschreibung erkennen muss, der Gruppe *Laminifera* Boettg., welche auch in der tuchořitzer Fauna und zwar durch die schöne und wichtige *Cl. mira* Slavík vertreten ist, jedoch nicht ohne unter den sonst ziemlich einförmigen Arten dieser Section eine ganz isolierte Lage einzunehmen. Die Form der Mündung ist von der der typischen bisjetzt bekannten Laminiferen abweichend, doch lässt sie sich vielleich von ihnen ableiten, oder wenigstens auf gemeinsamen Ursprung zurückführen, nur die deutliche Rinne an der Mündungsbasis mit dem entsprechenden mächtigen kammartigen Nackenkiele macht sie von den übrigen bedeutend verschieden; da aber sonst im Wesentlichen auch eine wichtige Übereinstimmung nicht in Abrede gestellt werden kann — ich erinnere an die durchau scharakteristischen Verhältnisse der Nabelconformation —, so habe ich mich entschlossen für diese Art eine neue Subsection zu statuiren, welche ich etwa

folgendermassen präcisieren möchte: die Untergruppe ist von der gewöhnlichen *Laminifera* Bettg. durch ihre dreieckige Mündungsform mit flügelartiger Erweiterung rechts und rinnenförmiger Ausstülpung unten und den Nackenkiel unterschieden. Im übrigen, ausser dem gesagten auch im Typus der Lamellenausbildung, congruent, das Clausilium der neuen Art, welche als solche in der Subsection besonders durch die auffallenden Rippen ausgezeichnet ist, ist leider unbekannt geblieben. — Die *Cl. Slavíki* sp. n. halte ich aber nicht für alleinstehend in der neuen Untergruppe, denn die eocänische *Cl. Bernayi* Cossmann von Valmondois im pariser Becken scheint mir mit der meinigen an nächsten verwandt zu sein, so dass ich es nicht anstehe und dieselbe in die von mir da eingeführte Untergruppe inbeziehe; nach dem Beschreiber der *Bernayi* will ich auch die Subsection *Cossmannia* *) nennen. Es ist nicht nothwendig die Ähnlichkeit der beiden da näher darzuthun, ich verweise einfach auf die Beschreibung und Abbildung Cossmann's, mit der Bemerkung nur, dass ich natür-



Fig. 5. *Clausilia* (Serrulina) *Klikai* sp. n. vergr.

lich diese seine Art nicht und ebensowenig auch die *Cl. Houdasi* Cossm. für eine *Agathylla* H. et. A. Adams erklären kann; die letztere, vielleicht mit der *Cl. Edmondi* Boissy, stellt vielmehr eine fast typische Laminifera vor oder wenigstens sind die beiden französischen Arten Bindeglieder zwischen den Cossmanniarten und der typischen Laminifera, welche übrigens auch unter den früher bekannten Species ziemlich geschlossene Formenkreise aufweist (*Pyrenaica* Boettg. und *Laminifera* s. str.)

Unter den lebenden Clausilien hat meine *Slavíki* begreiflicher Weise keine nähere verwandte als die pyrenäische *Pauli* Mab.

---

*) A. M. Cossmann: „Catalogue illustré des Coquilles fossiles de l'éocène des environs de Paris. Gastropodes." Annales de la société Malacologique de Belgique. Tome XXIV. (4.ème série tome IV) 1889. p. 365. pl. XII. fig. 41, 42.

Die Art habe ich nach Herrn Prof. Dr. A. Slavík benannt, dem wir eine frühere treffliche Monographie der böhmischen tertiären Binnenconchylien verdanken. *).

Clausilia (***Serrulina Mousson***) ***Klikai n. sp.*** (Fig 5.)

Diagn. *Testa cylindrica, teres, non ventrosa, apice obtuso, basi anguste, sed profunde rimata; anfractus 14 adaequales, fere plani, sutura profunda disiuncti, superiores laeves, inferiores costulati, penultimus aperturam versus costis firmis distantibus convergentibus ornatus, circa* $\frac{1}{6}$ *omnis altitudinis aequans; cervix costata intumescens, apertura haud obliqua, ovalis, superne et inferne canaliculata, marginibus continuis, solutis, acutis, paullum reflexis; lamina superior brevis, subverticalis, arcuata, dextrorsum concava; sequuntur in margine interno* (= *dextro*) *duae minores duaeque maiores plicae breves costiformes in medio incrassatae**); subtus in margine externo inconspicua plicula laminae superiori opposita est.*

Longit. 13 mm, latit. $1\frac{1}{2}$ *mm,*

Hab. Tuchořitz.

Gehäuse sehr schlank, cylindrisch, drehrund, nicht bauchig, die Spitze verjüngt sich nur sehr allmählig und ist auch stumpf; der Nabelritz ist ganz eng, aber ziemlich tiefgehend, die 14 Umgänge sind (mit nicht sehr auffallender Ausnahme des vorletzten) sehr gleichmässig breit und wachsen ganz langsam an; sie sind flach und werden von einer tiefen schmalen schräg verlaufenden Naht getrennt; die obersten sind glatt, die mittleren werden von dichten, schmalen, aber ziemlich scharfen Rippen geschmückt, der vorletzte starkgerippt; der letzte, mit groben weitstehenden Rippen versehen, welche fast horizontal gegen die Mündung zu convergieren, macht annähernd $\frac{1}{6}$ der Gesammtlänge des Gehäuses aus; ***) Nacken rund gekielt etwas aufgetrieben und starkgerippt; die Mündung ist sehr wenig schief, eiförmig gerundet, oben schmal und tief, unten seicht aber deutlich rinnenartig ausgezogen, die Mundränder sind gelöst, etwas vorstehend leicht zusammenhängend, dünn und scharf, etwas ausgebreitet; oben eine der Oberlamelle entsprechende mässige bogige, ziemlich kurze

*) A. Slavík: „Neuer Beitrag zur Kenntnis der tertiaeren Süsswasserkalkschichten von Tuchořitz.“ Archiv für die naturwissenschaftliche Landesdurchforschung von Böhmen. I. Bd. 1869.

**) Homologia harum plicarum incerta.

***) Die Länge des Gewindes der beistehenden Abbildung musste etwas kleiner ausfallen, als in der Wirklichkeit, da die Skizze nach dem in der Mündungsebene eingestellten Objecte entworfen worden ist.

und beinahe senkrechte Falte, welche gegen rechts hohl ist; am rechten (= Innenrande) zwei feinere und zwei stärkere Falten, welche eine Form von mittelgrossen in der Mitte leicht verstärkten Rippchen aufweisen; ihre Homologisierung mit enstprechenden Gebilden den übrigen Clausilien mag ich vorderhand dahingestellt bleiben lassen; gegenüber der Oberlamelle befindet sich ein ganz winziges Fältchen im Bereiche des Aussenrandes.

Höhe 13 *mm*, Breite $1\frac{1}{2}$ *mm*. Fundort Tuchořitz (ältere Vorräthe von Ihl). Die Art habe ich zum Andenken an den Verfasser der classischen Monographie der tertiaeren Binnenconchylien vom Saazer Becken, *G. Klika*, benannt.

Diese schöne Serrulina ist ziemlich alleinstehend unter ihren Gattungsgenossen, vielleicht der tertiaeren *Cl. Clessini* Boett. am nächsten, von den recenten mit ihrer interessanten Faltenreduction noch weiter entfernt; genauerer Anschluss wird auch durch Unkenntnis der Gaumenfalten und des Clausilium unsicher gemacht.

3. Beispiele von Polymorphismus einiger Arten.

1. *Oleacina Sandbergeri* Thomae. Ein einziges sehr gut erhaltenes Stück dieser für die tuchořitzer Fauna neuen Art, welches der *neglecta* Klika (cf. *Klika,* l. c. p. 22.) gegenüber die richtigen specifischen Charactere ganz deutlich aufweist, zeigt eine interessante und nach meiner bisherigen Erfahrung gar seltene ungewöhnliche Eigenthümlichkeit, weche darin besteht, das der untere Spindelrand des Mundsaumes von der Schale gelöst und auffallend abgehoben ist, in der Weise, wie es z. B. etwa mitunter bei den Achatiniden und regelmässig bei Bulimen der Fall zu sein pflegt, was aber bei Glandinen durchaus nicht vorkommt, wenigstens ist mir keine Form unter ihnen bekannt, die durch ähnliche Eigenschaft als *specifisches* Merkmal gekennzeichnet wäre, wodurch nicht gesagt werden mag, dass dieses morphologische Verhältnis der Nabelformation ab und zu als individuelle Ausnahme nicht vorhanden sein könnte. Jedenfalls halte ich den Befund für interessant genug um ihn mittheilen zu dürfen, denn wenn ich auch nicht geneigt bin daraus weitgehendere generalisierende Schlüsse zu ziehen, will ich doch auch eventuelle phylogenische Bedeutung der Erscheinung nicht verschweigen, denn die Anatomie möchte dem auch das Wort reden, dass die Glandinen von Achatinen oder Bulimusartigen Heliciden abzuleiten sind.

2. Bei vollständig entwickelten Exemplaren der *Patula densestriata* Klika, die später (nach Klika's Bearbeitung) für Museumssammlungen gewonnen wurden (von 8 *mm* im Durchmesser), kann man im Inneren der Mündung eigenthümliche zahnartige stummelförmige Vorsprünge wahrnehmen, welche sowohl für die Bestimmung der Untergattung des Genus Patula, welcher diese Art gehören soll, als auch für die Ermittelung der Verwandtschaftsverhältnisse und gegenseitiger systematischen Abhängigkeit der gezahnten Patulagruppen von den zahnlosen einiges Interesse erweckt; bei dem bekannten progressiven Gepräge bestimmter Variierungsrichtungen mancher Molluskenspecies (wenigstens in einigen systematischen Kategorien nachweisbar) kann jedenfalls derartige Bildung neuer specifisch werdenden Eigenschaften, besonders wenn sie, wie in dem da mitgetheilten Falle, überreife wohlerwachsene Exemplare betreffen, für descendenztheoretische Betrachtungen immer von Bedeutung sein. Bei der bisherigen Spärlichkeit und Zerstreutheit solcher Beobachtungen wäre es vorläufig mehr als gewagt mit positiven Behauptungen die Frage gleich schon behandeln zu wollen, jedoch wünsche ich durch meine Anmerkungen wenigstens die Aufmerksamkeit der Fachgenossen und besonders Sammler und Sammlungsanordner auf dergleichen Vorkommisse lenken, denn je mehr solche Einzelbeobachtungen vorliegen, desto näher befinden wir uns ja dem wissenschaftlichen Ziele der sonst manchmal undankbaren Studien der Systematik.

Die erwähnte Bezahnung hat gar keine Ähnlichkeit mit der *Endodonta* S. Pat., sondern nähert sich in ihrer Art und Weise ausserordentlich den „lamellatae“ unter den *Rhytidaarten*; wenn wir unsere Patula densestriata etwa zweimal vergrössern, so bekommen wir ein Bild, welches an die neucaledonische *Rhytida Beraudi* Gassies lebhaft erinnert, denn die erwähnten Zähne sind keine längsverlaufenden dünnen Lamellen, sondern stellen einzelne konische Stümpfe dar, gerade wie bei der aufgeführten *Rhytida* (u. ä.). Ob wir im vorliegenden Falle mit einem Convergenzparallelismus, wie er in der Conchyliologie sehr oft vorkommt, oder mit einer Erscheinung von irgend welchem genetischen Werthe zu thun haben, vermag ich nicht zu entscheiden; diese Frage erheischt anatomische Untersuchungen. Was bisjetzt von der Anatomie der Rhytidaartigen Formen bekannt ist (cf. z. B. F. Woodward: „On the Anatomy of *Natalina caffra* Fér etc.“ Proc. Malacol. Soc. London. I. 6. 1895.) und was ich aus eigener Erfahrung darüber mittheilen könnte, bestätigt die Annahme, dass die fleischfressenden Rhytiden et consortes von indifferenten Patulagruppen sich herausentwickelt

haben, jedoch darüber kann ich mich vorläufig und auf diesem Orte nicht breit machen.

3. In der letzten Sendung des Hn. K. Ihl befindet sich (Tuchořitz) ein vollständig erhaltenes Exemplar der seltenen *Helix wärzensis* Klika, welches mit den Stücken von Wärzen gut übereinstimmt, nur um ein Merkliches kleiner ist und den letzten Umgang vor der Mündung stark eingeschnürt hat, womit auch die etwas grössere Weite des Nabels zusammenhängt.

4. *Helix Zippei* Reuss. Von dieser Art wurden ausser den normalen noch einige Stücke gesammelt, welche in der Gehäuseform und Sculptur vom Typus einigermassen abweichend sich gestalten, jedoch vorderhand zur praecisen systematischen Beurtheilung wenig geeignet erscheinen, da sie einerseits nicht zahlreich genug sind, andererseits einer ziemlich variablen Art angehören. Demnoch sei da kurz und bündig erwähnt, dass sich der Polymorphismus in folgenden Grenzen bewegt: Erstens wurden kleinere Stücke von mehr gedrungener Gestalt und annähernd kugeliger Form gefunden*), zweitens einige vom typischen Habitus aber mit Monacha — artiger Schalensculptur, und drittens ein einziges Exemplar mit einem auffälligen Kiele, der aber wahrscheinlich auf reparierter Schalenbeschädigung beruht.

5. Von einer nicht näher bestimmbaren *Planorbisart* liegen einige Stücke vor, die sehr schön hochgethürmt sind, wie es hie und da auch anderswo vorkommt.

4. Für die böhmischen Localitäten neue Arten.

Von den Süsswasserschichten der nordwestböhmischen Tertiareablagerungen sind inzwischen folgende neue Formen festgestellt worden die von anderswoher schon früher bekannt sind (nämlich vom Mainzer Becken und von der Schweiz):

Oleacina Sandbergeri Thom. Tuchořitz.
Oleacina subsulcosa Thom. Stolzenhahn.
Cionella splendens A. Braun Tuchořitz.
Helix (Coryda) rugulosa v. Mart. Tuchořitz.
Dto. var. subsulcosa Thom. Stolzenhahn.

---

*) A. E. Reuss und von Meyer: „Beschreibung der fossilen Ostracoden und Mollusken der tertiaeren Süsswasserschichten des nördlichen Böhmens." Palaeontographica II. 1852. bilden schon solche Form ab.

Dto. var. colorata A. Braun. Tuchořitz.
Helix (Dialeuca) girondica Noulet. Tuchořitz.
Helix (Pentataenia) silvestrina v. Zieten. Tuchořitz.
Buliminus Matheyi Maillard. Waltsch.
Vertigo (Alaea) diversidens Sandb. Tuchořitz.
Limnaeus longiscatus Brongn. Tuchořitz.
Limnaeus fragilis Grateloup. Kolosruk.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Grégr in Prag. 1897.

LXIV.

Aufzeichnungen über das böhmisch-sächsische Erdbeben im October u. November 1897.

Von **Franz Schröckenstein** in Prag.

(Vorgelegt den 26. November 1897.)

In der Zeit vom 23. Oktober 1897 bis 6. November wurde das Gebiet von Bleistadt, Graslitz und Asch in Böhmen, sowie das angrenzende sächsische Terrain von Klingenthal, Falkenstein, Elster, Plauen von zahlreichen Boden-Zuckungen heimgesucht, welche zwar keine Niveau-Anderungen der Erdoberfläche, auch keine wesentlichen Beschädigungen von Bauten, weder merkbare Risse im Erdboden, noch Änderungen im Stande der Grundwässer, noch endlich irgend ein Austreten von Gasen aus dem Boden im Gefolge hatten, somit in Betreff von Wirkungen oder Gefahr kein Interesse erregten, aber doch in mancher anderen Beziehung verzeichnet zu werden verdienen.

Am 7. November trat dieses Beben aus dem Rahmen obiger Grenzen und erstreckte sich auch auf die Gegend von Eger und Carlsbad.

Vorerst sollen die Zuckungen des erst bezeichneten Terrains den Gegenstand unserer Aufzeichnungen bilden und diese vor allem die Thatsache registriren, dass diese Zuckungen des Bodens sich speciell auf den krystallinischen Schiefern zeigten, welche im Süden von den Graniten von Liebenstein und Wildstein (bei Franzensbad), im Osten durch jene von Heinrichsgrün, Frühbuss begrenzt werden und an denen die Vibrationen des Bodens abstiessen, so, dass die ganz gleichen Schiefergesteine jenseits dieser Granite, also die bei Eger, Sandau und Königsberg im Süden, sowie bei Platten, Gottesgab oder Joachimsthal im Osten der vorbezeichneten Granite (von circa 15 Kilometer Breite) keine Erschütterung zeigten.

Vorbezeichnete Granit-Grenzen waren sonach die Ausdehnungs-Grenzen des Schütter-Gebietes gegen S. und O., im W. und N. dagegen hatte ein allmähliges Erlöschen der Intensität der Erschütterung statt. Der Kernpunkt derselben lag excentrisch, nahe der SO.-Ecke der bewegten Fläche, als deren Grenzlinien die von Bleistadt nach Falkenstein, von da nach Plauen, weiter über Elster nach Asch und von da nach Bleistadt-Heinrichsgrün gelten können.

Die *angeblich* ausserhalb dieser Linien bemerkten Vibrationen in Eger und Carlsbad vom 25. und 29. October sind nicht erwiesen.

Die Geschichte der in Rede stehenden Boden-Zuckungen ist im Wesentlichen nachstehende:

Dieselben *begannen am 23. October 1897*, wurden zwar in Graslitz von einigen Leuten bemerkt, aber nicht erkannt, sie setzten *am 24. Oktober* fort in derselben Art und Wirkung; erst am Morgen des *25. Oktober* um 3^h erfolgte ein vielfach wahrgenommenes und nun auch erkanntes Beben, dem von $4^h 45'$ bis 6^h Früh 15 stärkere Stösse folgten, welche Thüren und Fenster rüttelten und auf den Berghöhen als Schüsse mit donnerähnlichem Nachhall hörbar waren.

Dieses Beben wurde auch im Bade Elster in 13 Stössen beobachtet.

Kurz vor 5^h Nachmittag wurde sowohl in Graslitz, als auch in Rothau, Bleistadt, Schönbach die Erschütterung, von unterirdischem Rollen begleitet, bemerkt.

Um $8^h 45'$ Abends erfolgte ein starker Stoss, der Thüren öffnete, Lampen pendelnd und Fenster und Geschirre klirrend machte; diesem folgten 30 Nachschwankungen in Graslitz, *gleichzeitig* er wurde aber auch in Asch empfunden, wo um $9^h 45'$ Abends ein einziger Stoss, begleitet von donnerartigem Rollen, folgte.

An diesem Tage betrug die erschütterte Fläche an 225 klm^2 (bei 25 klm Länge O-W, 9 klm Breite S-W).

Am 26. Oktober hielt die Bewegung im gleichen Umfange an. Um $4^h 15'$ und 5^h früh traten in Graslitz zusammen 8 Stösse auf, die auch in Rothau und Asch bemerkt wurden. In Bleistadt wurde sogar ein (allerdings sehr altes) Holzhaus beschädigt. Im allgemeinen wurden Bilder zum Schwanken gebracht, Gläser verrückt, etc. Nun folgten auch Nachrichten über Ausdehnung der Beben in Sachsen bis über Unter-Sachsenberg hinaus. Auch bei Heinrichsgrün wurden um $9^h 30'$ Abends zwei Erschütterungen beobachtet, deren zweite 12 Secunden währte und von Rollen begleitet war. Von im

Bette Liegenden wurde eine wellenartige Bewegung N-S verspürt, also parallel der nahen Granit-Grenze.

An diesem Tage war das Schüttergebiet 25 klm O-W lang und 20 klm N-S breit, somit = 500 klm^2, mithin doppelt so gross, als am Vortage.

Am 27. Oktober zitterte das Terrain von Rothau über Graslitz, Klingenthal bis Falkenstein und Plauen, sonach auf 35 klm Länge in N-S und 10—20 klm Breite. Die Fläche war also gegen gestern ziemlich gleich gross, aber in mehr gegen Nord gestreckter Richtung, die Zahl und Energie der Zuckungen verschwächt.

Am 28. Oktober waren dieselben den Tag über fast beruhigt und die Area mit dem Vortage gleich; die Bevölkerung glaubte bereits das Ende des Bebens gekommen, als Nachmittags plötzlich sich 30 Zuckungen einstellten, denen um 9^h Abends ein starker Stoss folgte, in dessen Folge auch Lampen erloschen; um 11^h trat noch ein ähnlich starker Stoss ein.

Am 29. Oktober trat für dieses Terrain ein erregter Tag ein. In Graslitz ereigneten sich um 1^h 45′ früh, um 2^h, 3^h 45′ und 4^h 30′ heftige Stösse, denen bis 1^h Mittags noch 8 leichtere folgten; alle hatten ihre Hauptgewalt in den nahen Orten Stein und Eilenburg, also am Contacte der krystallinischen Schiefer mit Basalt.

(Bezüglich der Zeit der beiden ersten Frühstösse sind die Angaben nicht übereinstimmend, nachdem Einige behaupten, dieselben hätten um 1^h und 2^h 30′ stattgefunden.)

Um 7^h Abends traten neue Zuckungen ein und in Graslitz dauerte das Stossen und Rollen ununterbrochen fort, darunter waren abermals 8 stärkere Stösse.

Auch Bleistadt verspürte um 7^h 45′ Abends ein Beben. In Rothau erfolgte zu *gleicher* Zeit ein Stoss, der die Gebäude stark erschütterte, und dem mehrere schwache mit unterirdischem Donner folgten.

In Asch wurde um 7^h 45′ Abends ein Stoss mit der deutlichen Richtung *gegen* Graslitz beobachtet; auch im Plauen'schen wurden an diesem Abend Zuckungen verspürt.

Die Schütterfläche betrug 850 klm^2 (38 klm Länge N-S, 20—25 klm Breite O-W), dieser Tag war der 7. seit Beginn des Bebens und der Fläche nach der grösste bis zum 7. November.

Am 30. Oktober will man in Graslitz am Morgen von 3^h 30 — 6 Uhr 80, nach Anderen sogar 150 kleine Stösse gezählt haben, während in Asch um 3^h 30′ und 5^h 15′ Früh zwei Stösse auftraten, von denen der erste der stärkere und von Dröhnen begleitet war.

In Gralitz nahmen die Stösse an Kraft etwas zu, aber es fehlte das *begleitende* Rollen, d. h. das Rollen folgte dem Stosse nach, während es früher vorherging und mit dem Stosse auch endete.

Im Plauenschen verspürte man das Bodenzittern noch am Vormittage.

Das Schüttergebiet dieses Tages betrug 680 klm^2 (30·5 klm Länge N-S, 20—25 klm Breite O-W), somit um 150 klm^2 weniger, als am Vortage.

Am 31. Oktober und 1. November trat Ruhe ein, wenn auch von einzelnen Personen in Graslitz, Rothau und Asch Vibrationen bemerkt worden sein wollen.

In der Nacht zum *2. November* Früh 3^h bis 5^h kamen aber in Graslitz wieder zwei Erdstösse vor, darauf folgte *am 3. November* abermals Ruhe, aber *der 4. November* zeigte Früh 7^h 30′ und 10^h 45′ leichte Stösse, denen um 4^h Nachmittags, 7^h 40′ und 10^h Abends andere folgten, jedoch ohne Rollen und von minimer Bedeutung.

Der 5. November war ruhig.

Am 6. November trat in Graslitz vielfaches Getöse ohne Stösse während des Tages auf, Abends um 5^h 45′ erfolgte ein schwacher und um 8^h 40′ ein stärkerer Stoss. Die Erschütterung war nur in der nächsten Umgebung von Graslitz auf höchstens 30 klm^2 Ausdehnung beobachtet.

Am 7. November um 5^h Morgens erfolgte die *grösste bisher wahrgenommene Erschütterung* mit starkem Getöse, welche nicht nur im sächsischen Voigtlande (Falkenstein, Plauen), sondern nunmehr ausserhalb und südlich der in Böhmen bisher eingehaltenen Granit-Barierre und zwar in Eger und Carlsbad unzweifelhaft wahrgenommen wurde. Schütterfläche an 1200 klm^2.

Der Erschütterung folgte um 7^h 30′ Früh ein schwacher und um 4^h 15′ Abends wieder ein heftiger Stoss mit Getöse in Graslitz und Falkenstein.

Mit diesem Beben erscheint deren Reihe momentan abgeschlossen, denn am 7. November Nachts, sowie am 8. und 9. war sowohl im alten als im neu erweiterten Schüttergebiete. volle Ruhe zu verzeichnen

Die Beben haben also durch zwei Tage kaum merklich begonnen am 3. Tage verbreiteten sie sich auf 225 klm^2, am 4. auf 500, am 7. auf 850 klm^2, verminderten sich am 8. Tage auf 680 m^2, blieben dann bis zum 15. Tage ruhig oder höchstens auf den Ausgangspunkt beschränkt, um am 16. Tage die Grenzen auf 1200 klm^2 auszudehnen und plötzlich sich zu beruhigen.

Um die Besorgnisse der Bevölkerung zu zerstreuen, citirte der Graslitzer Volksverein in einem Mauer-Anschlage Anfangs November Falbs' Aussprüche:

a) bei Erdbeben ist der 1. oder 2. Stoss der stärkste; *b*) bei länger anhaltenden Erdbeben ist wohl am 7. Tage ein starker Stoss möglich, nie aber sei selber gefährlicher, als der Anfangs-Stoss.

Der Verlauf des Graslitzer Bebens hat diesen Regeln nicht, ganz entsprochen. Nun holte das Bürgermeisteramt nochmals Falb's Ansicht ein und erhielt nachstehendes Telegramm:

„Erdstösse dürften noch lange anhalten, doch keine Gefahr, wenn auch Stösse, wie der letzte (7. November) um den 16. und 24. l M. wiederkehren sollten. Falb."

In Carlsbad erregte das Zittern vom 7. November grosse Aufregung bei der Stadtvertretung, wiewohl die Wasser-Beobachtungen absolut keine Besorgniss bezüglich einer Quellen-Beeinflussung zuliessen. Die Einvernahme vieler Personen, welche das Beben bemerkten oder bemerkt haben wollten, ergab Weniges von Interesse, meist nur subjective Anschauungen. Selbst eine Magnetnadel-Abweichung wollte beobachtet worden sein.

Eigenthümliche Erscheinungen an diesen Beben und Zuckungen waren nachstehende:

a) Die Graslitzer Beben bestanden zumeist in einer bedeutenden Zahl gering heftiger Zuckungen, so z. B. am Morgen des 30. Oktober, wo eine solche fast in je $1^1/_2$ Minuten der früheren folgte, während Rothau, Asch etc. wenige aber energischere Stösse erhielten;

b) Nur die Beben des 25. Oktober und 7. November Früh und vom 25. und 29. Oktober Abends erstreckten sich über das ganze Schüttergebiet des Tages, alle andern waren localer Natur.

c) Die Oberflächen-Erregung zeigt einen zu ihrer Area stark excentrischen Hauptpunkt: Graslitz bis Unter-Sachsenberg.

d) Die Tage höchster Erregung waren der 3. 4.—7. 8.—15. 16.
„ „ der Ruhe . . . . 5.—9. 10.—12. 14. 17.
„ „ der grössten Energie . . . . 7.—16. Tag.

Alle diese Beobachtungen gestatten uns keinen motivirten Schluss auf die Ursache dieses Bebens. Die Beschränkung der Erscheinung auf die zwischen Graniten eingeschlossenen Glimmer- und Thonschiefer hätte zu der Vermuthung geführt, dass durch eine kleine Änderung ihrer durchschnittlichen Temperatur oder Nässe eine Expansions- oder Contractions- Bewegung dieser Schichten veranlasst sei, die sich aber in Folge ihrer Geringfügigkeit selbst oder in Folge der ohne-

hin schon vorhandenen ausserordentlichen Zerklüftung der Gesteinsschichten nicht durch das Auftreten neuer Spalten bemerkbar machen kann. Der Umstand, dass das Beben sich am 7. November innerhalb der südl. Granitbarierre zeigte, steht dieser Erklärung der Ursache des Bebens plötzlich einiger Massen entgegen, ohne diese selbst irgendwie besser aufzuhellen.

Nachtrag.

Vom 7. bis 11. November herrschte Ruhe. An diesem Tage fühlte Falkenstein in Sachsen mehrere heftigere Stösse.

Am 15. bemerkte man Nachmittags in Schönbach um 4^h 50′ und in Graslitz um 7^h 45′ und 11^h 45′ Abends ein Beben.

Am 16. fühlte Schönbach um 1^h 35′ Früh zwei Stösse nach einander, dann um 4^h 23′ einen, um 5^h 45′ Morgens verzeichneten Schönbach *und* Graslitz einen starken Stoss, dem binnen Kurzem ein zweiter nachfolgte; beide schienen vertikal zu sein; ihnen folgte um 7 Uhr ein schwaches Beben nach. Beide letztere Erschütterungen (5^h 45′ und 7^h) fühlten auch Brambach, Schönberg, Klingenthal, Unter-Sachsenberg, Adorf, Längenfels, Falkenstein und Reichenbach.

Aber auch im Südwesten bei Franzensbad, Liebstein und Sandau fühlte man um beiläufig 2^h und 4^h Früh Stösse, denen um $^1/_2 7^h$ ein wellenförmiges und um 7^h 45′ ein kurzes Beben folgte. Sie alle brachten Fenster zum Klirren und einige Uhren zum Stehen; ihre Richtung wurde im Gegensatze zu den früheren Erscheinungen SO—NW angegeben.

Am *17. November* nahmen die Beben in Schönberg, Brambach und selbst in Asch an Heftigkeit des Schaukelns zu und waren von erhöhtem unterirdischen Getöse begleitet, daher viele Einwohner aus den Häusern flüchteten.

In Elbogen, also *im* Granitstocke selbst, erfolgte um 7^h Früh eine und um 7^h 30′ eine zweite Erschütterung; ebenso bemerkte Falkenau um 6^h 30′ Früh einen 2—3 Secunden anhaltenden Stoss mit unterirdischem Geräusch, dem um 7^h 30′ ein wellenförmiges Beben ohne Lärm folgte, aber sich durch Klirren des Geschirres und Pendeln der Lampen bemerkbar machte.

Auch Carlsbad merkte am 17. zwei Stösse um $6^1/_1{}^h$ und $7^1/_4$ Uhr ohne jede Gefährdung oder Schädigung. Ölsnitz verzeichnete zu gleicher Zeit zwei von unterirdischem Rollen begleitete Stösse, von denen

der letztere der heftigere war; auf dieselben folgte ein schwacher Stoss.

Markneukirchen hatte schon am 16. um 4^h und 6^h Früh schwache Stösse bemerkt, aber am 17. fühlte es den Stoss um $6^1/_4{}^h$.

Schönberg verspürte schon am 15. Abends um 5^h 15′ eine schwache Erschütterung, derselben folgten im Laufe der Nacht zum 16. viele solche nach, darunter um 1^h 45′ und 5^h 40′ Morgens zwei stärkere Stösse. Von hier wurde das Verkehren der Bebens-Richtung seit Wochenfrist bestimmt gemeldet, sonach gehen die Erd-Zuckungen seit der Überschreitung ihrer alten Grenzen bis zum 7. November, nunmehr seit diesem Tage vom südlichen Granitwall selbst aus und stossen an dem Granite von Neudeck-Eibenstock ab.

Das Schütter-Gebiet ist nunmehr am 7.—16. November auf 1150 klm^2 erweitert und der Haupt-Energie-Punkt hat sich von dem seinerzeitigen Ausgangspunkte Graslitz mehr nördlich in das sächsische Voigtland verschoben.

Für Böhmen trat vom 17. November absolute Ruhe ein, Falkenstein im Voigtlande verspürte am 23. um 4^h Nachmittag noch ein längeres Zittern, begleitet von unterirdischem Rollen, womit die ganze Bewegung zum Stillstand gelangte, so nach wir dieselbe nachstehend recapituliren können:

Die *Dauer* derselben war 26 Tage, darunter am 7., 16. und 25. Tage mit grösserer Heftigkeit.

Die *Ausdehnung* war innerhalb einer 15 tägigen ersten Periode innerhalb der Glimmer- und Thonschiefer von Asch-Graslitz-Falkenstein-Ölsnitz-Elster circa 800 klm^2, dagegen in der 11-tägigen zweiten Periode von Eger-Carlsbad-Graslitz-Falkenstein-Ölsnitz-Eger an 1150 klm^2.

Die *Bewegung* wurde gegen Osten stets von der Granit-Mauer Neudeck-Eibenstock aufgehalten, anfangs auch von den Graniten von Franzensbad-Elbogen-Carlsbad, später aber wurde diese Linie über das Falkenauer Becken übersprungen und auf die Parallel-Linie Sandau-Schlaggenwald-Engelhaus ausgedehnt.

In Folge des Abprallens der Bewegung im Osten war die Linie Rothan-Graslitz-Falkenstein auch der *Rückprall*-Bewegung ausgesetzt, somit von verhältnissmässig zahlreicheren Erschütterungen heimgesucht. In der zweiten Periode, in der sich das Gebiet mehr gegen Süd erweiterte, pflanzte sich auch der Rückprall weiter fort.

Gleichzeitige, sonach allgemeine Erschütterungen fanden sich nur in der zweiten Periode deutlich, sonst differirte die Zeit in den ein-

zelnen Localitäten sehr, wenn auch bemerkt werden muss, dass im Allgemeinen die Haupt-Zeit für die Beben von 5—7^h Früh, 4—5^h Nachmittag und 7^h 45′—10^h Abends war.

Geologische Folgen am Boden oder an Brunnen und Quellen erfolgten durch diese Beben nirgends, auch keine eigentlichen Schäden an Superaedificaten.



Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Gregr in Prag.

LXV.

Ueber verknorpelte Fasern im Bindegewebe einiger Thiere.

Von F. K. Studnička in Prag.

(Vorgelegt den 10. December 1897.)

In meiner Abhandlung über die Histologie und Histogenese des Knorpels der Cyclostomen*) habe ich das Vorkommen verschiedener, sich wie die eine Knorpelart dieser Thiere mit Haematoxylin blau färbender Fasern im Bindegewebe erwähnt. Ich habe dortselbst darauf aufmerksam gemacht, dass sie in einer gewissen Beziehung zu der Knorpelbildung, oder dem Knorpel überhaupt zu sein scheinen. Einige von diesen Fasern konnte ich direct als verknorpelte faserförmige Fortsätze von ebenfalls sich bildenden Knorpelzellen bezeichnen (Taf. XXX., Fig. 15., XXXI., Fig. 6.**); das war jedoch nur äusserst selten der Fall, gewöhnlich war kein directer Zusammenhang solcher Fasern mit einer bestimmten Zelle nachzuweisen. Ihrem sonstigen Verhalten nach könnte man die meisten von ihnen, wie dortselbst angedeutet wurde, zu den elastischen Fasern rechnen. Ich fand solche Fasern hauptsächlich an der Peripherie (in den Perichondrien) der sog. „blau sich färbenden" ***) Knorpel des Petromyzon (Taf. XXXI., Fig. 5.), so wie fast aller Knorpel der Myxine; sehr oft schienen sie aus der Grundsubstanz des Knorpels auszugehen. Bei dem Ammocoetes habe ich solche Fasern nicht gesehen. Ein anderes mal fand ich solche Fasern weiter von dem Knorpel in verschiedenen Fascien, oder in dem sog. Vorknorpel des Petromyzon und der Myxine (Taf. XXXI.,

*) Archiv f. mikroskop. Anatomie Bd. XXXXVII. Pag. 626. sqq.

**) Die Angaben der Abbildungen beziehen sich auf die Tafeln der oben citirten Abhandlung.

***) „grauen" Knorpel nach Schaffers Benennung.

Fig. 10., 11.). Einen reichen Fundort von verschiedenen blau sich färbenden Fasern liefern die meisten Uebergangstadien von den grosszelligen Bindegewebearten zu dem Knorpel. (Pag. 632.) Endlich ist es mir auch gelungen einen wirklichen, blau sich färbende Fasern besitzenden Netzknorpel bei dem Petromyzon zu finden. (Pag. 628., Taf. XXX., Fig. 17.)

Ueber die Bedeutung dieser blau mit Haematoxylin sich färbenden Fasern habe ich in jener Abhandlung keine näheren Berichte gegeben. Erst an dieser Stelle will ich mich mit jenen Fasern, die sicher eine grössere Aufmerksamkeit verdienen, von neuem beschäftigen.

Wie die erwähnten nahen Beziehungen zu dem Knorpel, besonders ihr Vorkommen am Rande desselben bei dessen Bildung, oder wenigstens in Geweben, die Knorpel zu bilden fähig sind, beweisen, wie weiter ihre Färbbarkeit mit denselben Stoffen, die auch die Knorpelsubstanz zu färben pflegen, davon zeugt, könnte man jene Fasern für knorpelig halten. In dieser Abhandlung werden wir sie jedoch als verknorpelte Fasern bezeichnen, da es in den meisten Fällen sicher ist, dass es sich da nur um chemisch veränderte elastische oder Bindegewebefasern, vielleicht auch um Fortsätze von Zellen handelt, die die für Knorpel charakteristische Färbbarkeit angenommen haben.

Wir sprachen bisher von mit Haemalaun oder Haematoxylin blau sich färbenden Fasern, die in einem gewissen Verhältnisse zu dem, mit denselben Farbstoffen färbbaren Knorpel sind.*) Es gibt jedoch auch gelbe Fasern, die man bei Petromyzon am Rande der „gelben" Knorpel finden kann; gewöhnlich sind sie im Zusammenhang mit der Grundsubstanz desselben. Sie stehen dazu in demselben Verhältnisse, wie die anderen zu den blau sich färbenden Knorpeln. Die ersteren sind in dem übrigen Bindegewebe natürlich leichter aufzufinden, denn die blaue Färbung von Elementen des Bindegewebes ist immer etwas auffallenderes, die Existenz der letzteren ist immer nur schwierig nachzuweisen. Wir werden uns mit diesen hier nicht weiter beschäftigen.

Wir können hier zwar keine Nachrichten von den feineren chemischen Veränderungen der blau sich färbenden Faser, die ihre Färbbarkeit bedingen, geben, doch werden vielleicht wenigstens unsere

*) Der Rand der „gelben" Knorpel der Myxine färbt sich, wie ich in meiner Abhandlung angegeben habe, stark mit Haematoxylin. Man findet hier (Pag. 620.) in der Umgebung deshalb auch blau sich färbende Fasern.

Angaben über ihre räumliche Vertheilung, und über ihre verschiedene Arten derselben nicht ohne Werth sein.

Die Verknorpelung der verschiedenen Fasern, die wir im Bindegewebe der Cyclostomen beobachten können, und die sich durch die Färbbarkeit mit Haemalaun oder Haematoxylin erkennen lässt, ist nicht anders, als durch die Wirkung der, wenn auch weiter von ihnen liegenden Knorpelzellen zu erklären. Wir müssen annehmen, dass die Knorpelzellen „neben der rein productiven auch eine assimilatorische Fähigkeit" besitzen, wie sich unlängst Schaffer*) geäussert hat. Durch diese letztere Fähigkeit können bei der Knorpelbildung die zwischen den Chondroblasten sich befindenden Massen der *Bindegewebefasern* zur Knorpelgrundsubstanz umgewandelt werden, wie das übrigens schon älteren Forschern bekannt war,**) durch dieselbe können jedoch auch, wie hier besonders betont werden muss, von ihnen etwas weiter liegende Fasern des Bindegewebes chemisch umgewandelt werden. Dass in den wirklichen Faserknorpeln die Grundsubstanz nur zum Knorpel assimilirtes Bindegewebe vorstellt, ist bekannt. (Vergl. z. B. Renaut, Traité d' Histologie, T. I. 1893 p. 354.)

Die Umwandlung des Bindegewebes zur Grundsubstanz des Knorpels lässt sich bei der postembryonalen Knorpelbildung besonders an dem festen und dem lockeren Bindegewebe beobachten.***) Ich habe dieselbe jetzt sowohl bei der Bildung verschiedener Knorpel der Myxine wie des gelben Knorpels des Petromyzon gesehen. Meine Fig. 2. Taf. XXX. zeigt diesen Process an dem letzteren; das Bindegewebe ist in der an derselben Figur dargestellten Partie noch wenig verändert und färbt sich noch stark mit Eosin, auch ist die fibrilläre Structur derselben hier ziemlich gut erhalten; nicht so ist es in den Knorpeln der Myxine.†) Hier färbt sich das zur Grundsubstanz gewordene Bindegewebe (an den Übergangsstellen) mit Haematoxylin. Von der Umwandlung des Bindegewebes in eine knorpelige Grundsubstanz kann man sich anderswo, und zwar in den Chordascheiden

*) Archiv f. mikr. Anatomie. Bd. XXXXX. 1897.

**) Die Grundsubstanz des Knorpels entsteht durch Ausscheidung der Knorpelkapsel und durch Assimilation des Bindegewebes.

***) Schaffer Archiv f. mikr. Anat. Bd. XXXXX. Pag. 187. sagt, dass dabei auch die elastischen Fasern eine besondere Rolle spielen; sie sollen die Kittsubstanz des künftigen Knorpels bilden, ich selbst hatte nicht die Gelegenheit das zu beobachten.

†) Besonders in dem „blau sich färbenden.

einiger Thiere noch leichter überzeugen. In die bindegewebige Chordascheide vieler Thiere dringen bekanntlich von aussen Knorpelzellen hinein, sodass sie zu einem Faserknorpel umgewandelt wird. In vielen Fällen kann man da beobachten, dass diese Zellen an ihrer Oberfläche nicht nur eine Knorpelkapsel ausscheiden, sondern auch auf das Bindegewebe in ihrer unmittelbaren Umgebung assimilatorisch wirken, was man an der starken Färbbarkeit desselben mit Haemalaun und Haematoxylin erkennen kann. Besonders deutlich habe ich diese Verhältnisse in der caudalen Chorda von Ceratodus Forsteri, und von Chimaera monstrosa beobachten können. Bei der letzteren, und zwar in dem peitschenförmigen Schwanzende derselben, lassen sich die Chordascheiden in ihrem ganzen Durchmesser mit den genannten Farben stark färben und bilden dann mit den Bogen der knorpeligen Wirbelsäule ein einheitliches Ganzes. Einzelne Partien des Faserknorpels der Scheide sind hier durch vollständige Assimilation in einen hyalinen Knorpel umgewandelt.*) Mit jenen Farben, die sonst das Bindegewebe anzunehmen pflegt, lassen sich die verknorpelten Chordascheiden in diesem Falle *nicht* färben.

Andere Faserknorpeln, so z. B. der bei Renaut (l. c.) erwähnte entstehen durch Umwandeln von gewöhnlichen Bindegewebezellen (Sehnen) zu Knorpelzellen und durch assimilatorische Wirkung auf die Fasern in der Umgebung. Sonst sind die Processe hier, wie dort, fast dieselben.

Nicht nur zwischen den Zellen des Knorpels, sondern auch an der Oberfläche der Knorpelmassen, jedoch nicht in zu weiter Entfernung, können Bindegewebefasern verknorpeln, oder wird in ihnen die knorpelige Masse in der Form kleiner Körnchen ausgeschieden. Die Oberfläche der Knorpel der Cyclostomen sieht, wie ich das in meiner Arbeit erwähnt habe, oft wie zerfasert oder mit kleinen Höckerchen bedeckt aus. Schaffer, dem diese Vorgänge bereits bekannt sind, bemerkt**) über die von mir beschriebenen Bilder ganz richtig, dass diese Erscheinungen durch theilweise Verknorpelung der Bindegewebefaser zu erklären ist. Oft sieht man längere Fasern, oder ganze Bündel von etwas längeren, blau sich färbenden Fasern, die aus der Grundsubstanz des Knorpels (Taf. XXXI., Fig. 5. Knorpel der Myxine, gelbe Knorpel der Petromyzonten). Sie haben den Ha-

---

*) Diese Erscheinung erwähnt Kölliker in seiner Histologie. Bd. I. 1889. p. 110.

**) Archiv f. mikr. Anat. XXXXX. Pag. 187.

bitus von Bindegewebefasern, und stellen uns einzelne Bindegewebefasern vor, die auf eine etwas längere Strecke als gewöhnlich verknorpelt sind. Da sich auch gewöhnliches Bindegewebe (z. B. das des Corion) hie und da etwas stärker mit Haematoxylin färben lässt, muss man die von uns erwähnten Fälle der Verknorpelung von solchen immer gut unterscheiden.

Die Bindegewebefasern verknorpeln in der Regel nur in der Unmittelbaren Nähe des Knorpels, die *elastischen* Fasern können auch, wenn sie sich weit von diesem befinden, durch seinen Einfluss so verändert werden, dass sie sich mit den oben genannten Farben sehr stark färben lassen. Die grösste Zahl der bei Petromyzon und Myxine zu findenden blau sich färbenden Fasern sind wirklich „verknorpelte" elastische Fasern. Da diese Bennennung jedoch etwas wiedersinnig wäre, werden wir lieber nur von blau sich färbenden elastischen Fasern reden. Sie haben alle Eigenschaften gewöhnlicher elastischer Fasern, sie sind glänzend, haben scharfe Contouren, verlaufen wellenförmig in dem übrigen Bindegewebe, theilen sich vielfach, ihre Dicke kann sehr variiren, oft sind sie auch abgeplattet, sind dauerhafter als andere Fasern. Mit Unna-Taenzers Orcein färben sie sich, doch mit dieser Farbe färben sich auch, was betont werden muss, die Kapseln des „blau sich färbenden" Knorpels. (In dem Knorpel der Schwanzflosse beobachtet!)

Solche elastische Fasern findet man bei den Cyclostomen in erster Reihe in den Perichondrien der blau sich färbenden Knorpel.*) Ich fand sie bei dem Petromyzon in denen der Schwanzflosse, aber auch des Kiemenskeletes. Man sieht sie zum Beispiel dort, wo der Knorpel dieses letzteren mit dem grosszelligen Bindegewebe durch Uebergänge verbunden ist, deutlich und in grosser Menge zwischen den Zellen verlaufen. (Taf. XXX., Fig. 14.) Oft sieht man solche Fasern auch weiter von dem Knorpel, so in dem zwischen den einzelnen Balken des Kiemengerüstes von Petromyzon sich ausspannenden Bindegewebe. Hierher muss man auch jene Uebergangsstadien des blau sich färbenden Knorpels zu dem festen, blaue Fasern enthaltenden Bindegewebe rechnen, die das Aussehen eines Netzknorpels haben. Solche habe ich bei Petromyzon an zwei Stellen im Kopfskelette gefunden. (Meine Arbeit: Pag. 628.) Einzelne Partien aus diesem Uebergange

*) Stark gefärbte Praeparate sind da notwendig! An mit Orcein gefärbten Praeparaten kann man sich überzeugen, dass es ausser diesen blau sich färbenden noch eine Masse von gewöhnlichen elastischen Fasern gibt. Jene die z. B. in der Schwanzflosse weiter von dem Knorpel sich befinden färben sich nicht blau.

stellen meine Figuren 16.—18., Taf. XXX. dar. Bei der Myxine sind die „blau sich färbenden“ Fasern an passend gefärbten Praeparaten eine sehr gewöhnliche Erscheinung. Nicht nur in den Perichondrien der blau sich färbenden, und der bekanntlich an ihrer Oberfläche ähnlich sich färbenden „gelben“ Knorpeln, sondern fast überall im Bindegewebe des Kopfskelettes kann ich sie finden. Manche Fascien des letzteren sind von ihnen überfüllt; sie fehlen sicher in der Submucosa der Mundhöhle*) und des Pharynx, in der Haut, und in dem Bindegewebe der Muskel.

In dem grosszelligen, knorpelähnlichen Gewebe, das ich mit dem Namen Vorknorpel bezeichnete, findet man sowohl bei Petromyzon, wie bei der Myxine, zahlreiche starke (oft abgeplattete) reich sich verästelnde elastische, blau sich färbende Fasern, die hier oft grosse Netze bilden. Man sieht sie in dem Vorknorpel der Zunge des Petromyzon und in dem der vorderen Partie des Kopfes von Myxine. (Taf. XXXI., Fig. 10., 11.)

Da sowohl in diesem letzteren Falle wie auch in vielen der früheren oft keine wirkliche Knorpelzellen in der Nähe der Fasern zu finden sind, auf deren Wirkung dann ihre Veränderung zurückzuführen wäre, kann man auf den Gedanken kommen, den gewöhnlichen Zellen jener Gewebe, die alle ohnehin chondrogen sind,**) die Fähigkeit zuzuschreiben, den Fasern vielleicht (bei der Myxine?) schon bei ihrer Entstehung, jene Eigenschaften ertheilen zu können. Die Chondroblasten wirken vielleicht auf die elastische Fasern, ohne sich selbst durch Ausscheidung einer Knorpelkapsel zu Knorpelzellen umbilden zu müssen. Dadurch, dass es bei den Cyclostomen so viele knorpelbildende Gewebe gibt, können wir uns auch das häufige Vorkommen jener Fasern erklären.

Mit Haemalaun und Haematoxylin stark blau sich färbende elastische Fasern sind auch bei anderen Thieren, so bei der Chimaera, bei Acipenser sturio, Polyodon folium etc. zu finden (z. B. in dem dorsalen Ligamente der Wirbelsäule). Es genügt hier nur darauf aufmerksam zu machen. Blau färbt sich übrigens in vielen Fällen die Elastica externa der Chordascheiden, und zwar entweder ganz, oder nur dort, wo sie mit dem Knorpel der Wirbelbogen in Berührung steht (!).

Leichter ist die Entstehung jener blau sich färbenden Fasern dort zu erklären, wo man sie in directer Verbindung mit Zellen findet.

---

*) Hier kann man ungefärbt bleibende elastische Fasern entdecken.

**) Festes, wie auch das lockere Bindegewebe, und die primitivere Formen des Vorknorpels, können sich bekanntlich direct zum Knorpel umwandeln.

Ich zeichne auf der Taf. XXX., Fig. 15., Taf. XXXI., Fig. 6. solche „geschwänzte Knorpelzellen". Man sieht aus diesen Abbildungen, die treu nach der Natur gezeichnet sind, dass es sich da um Verknorpelung faserförmiger Fortsätze von spindelförmigen Knorpelzellen handelt. Schaffer (Bemerk. Pag. 187.) meint, dass die Fasern nur zufällig in die Kapsel entstehender Knorpelzellen eingeschmolzen werden können. Ich lasse zu, dass so was wirklich manchmal geschieht (man sieht vielleicht auf Fig. 7., Taf. XXXI. etwas ähnliches), in dem oben citirten Falle kann es sich jedoch nur um wirkliche Fortsätze von Knorpelzellen handeln. Man kann hie und da in den Perichondrien weiter an der Basis der Tentakelknörpel der Myxine solche Bilder finden. Es scheint, dass diese Fasern auch zu den elastischen zu rechnen sind, doch konnte ich ihre Eigenschaften nicht näher untersuchen.

Besondere Arten von blau sich färbenden Fasern findet man bei der Umbildung des Schleimknorpels zum definitiven Knorpel und in der Verknorpelungszone des axialen Bindegewebes der Schwanzflosse von Petromyzon.

In dem ersteren Falle sind die feinen schwach blau sich färbenden Fasern (Taf. XXXI., Fig. 13. die Fasern sind in der Abbildung nicht blau gefärbt) mit den feinen Fasern des Schleimknorpels identisch. Wie Schaffer in seiner Abhandlung über den Knorpel des Ammocoetes*) nachgewiesen hat, sind das keine elastische Fasern, sie quellen an nach dem Zusatz von kalter Essigsäure. Bei der definitiven Verknorpelung dieses Gewebes scheinen zuerst diese Fasern (durch den Einfluss der Zellen) zu verknorpeln, erst dann scheiden die Zellen ihre Knorpelkapseln aus. Die Fasern werden, wie es scheint, in die Grundsubstanz des Knorpels aufgenommen.

Bei der Knorpelbildung in dem zweiten Gewebe findet man in der Nähe der Verknorpelungszone, zwischen den grossen Zellen des Bindegewebes, (neben elastischen Fasern) ebenfalls feine, blau sich färbende, oft an der Oberfläche der grösseren von ihnen feine Netze bildende Faserchen (In der Fig. 13., Taf. XXX. sind sie nicht dargestellt, dagegen auf der Pag. 632. der betreffenden Abhandlung erwähnt.) Ob diese Fasern, deren Natur zweilfelhaft ist, später mit der Bildung der Knorpelkapsel was zu thun haben, oder in die Grundsubstanz aufgenommen werden, ist nicht zu erkennen. Es ist möglich, dass wir in diesem Falle reine Knorpelfasern, als erstes Stadium der Bildung der Knorpelkapsel, vor uns haben.

*) Zeitschr. f. wiss. Zoologie Bd. LXI., 1896. Pag. 638.

Verlag der kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. — Druck von Dr. Ed. Gregr in Prag.

LXVI.

Studie o Coccidech*).

II.

Ceroputo n. gn. pilosellae n. sp.
Pulvinaria ericae Löw. 1883.
Ortheziola Vejdovskýi Šulc 1894.

Podává Dr. **Karel Šulc**, v Praze.

(Práce z ústavu pro zool. a srovn. anat. při české univ.)

(*Se 3 tabulkami*).

(Předloženo dne 10. prosince 1897.)

Podávám druhou část svých studií o Coccidech. Popisuje se nový genus *Ceroputo*, doplňuji v několika bodech, uvádím poprvé z Čech, a poprvé od Löwa vůbec *Pulvinaria ericae Löw*, konečně obhajuji vůči p. Maskellovi mnou udaný počet článků *Orthezioly* na 3 a uveřejňuji několik její lokalit.

Vřelými díky jsem zavázán panu Handlirschovi, kustodu entomologického oddělení vídeňského dvorního přírodovědeckého musea, který mi s nevšední ochotou, druhy *Puto antennata Sign.* a *Pulvinaria ericae Löw*, oboje originalní typy svých autorů na srovnání s mým materialem zaslal.

* * *

Ceroputo n. gn.

Tělo samice skládá se z hlavy, 3 článků hrudních a zadku dorsalně osmičlenného, ventrálně sedmičlenného; v integumentu jsou otvory voskotvorných žláz a ostny; povrch jest pokryt hmotou voskovou v určité

*) Viz: K. Šulc, Studie o Coccidech I. Věstník král. České spol. náuk 1895.

útvary utvářenou; nevytvořuje zápředku; tykadla jsou devítičlenná, nohy řádně vyvinuty; tarsus má místo chloupků žlaznatých pouze chloupky prosté, drápek chloupky žlaznaté, paličkovitě ukončené; oči jsou konické, vyčnívající, jednoduché, pochva štětinná dvojčlenná, kruh analní opatřen šesti chlupy, vulva mezi 6. a 7. článkem ventrálním abdominalním; stigmat 2 páry, jeden prothorakalní a druhý metathorakalný.

Ceroputo pilosellae n. sp.

Tělo dospělé samice, zbavené voskových vyloučenin (obr. 2., 3.) má obrys v předu uťaté a vzadu vykrojené ellipsy; *segmentace* na hřbetě jest patrně znatelnou, ale rýhy jednotlivé články oddělující se stávají hlavně na hlavě a thoraxu ke kraji nezřetelnými; rozeznati se dají hlava, která se rozděluje v přední a zadní úděl, tři články thorokalní, štítek thorakalní mezi prothoraxem a mesothoraxem, osm článků abdominálních a kruh anální, který ze nalézá ve vyhloubenině segmentu posledního, neboť vyčnívají partie sousední článku osmého v podobě laloků do zadu; ze spodu jsou hlava, prothorax, mesothorax metathorax, první článek abdominální nezřetelně od sebe odděleny a rozčleňují se na mnoho políček, která tu splývají, tu vystupují dle stahů svalů upínajících se na mezné rýhy; poněvadž prvý článek abdominální ventrálně s metathoraxem splynul, následuje pak jen sedm článků abdominálních a kruh anální.

Chitinový integument jest beze struktury, průhledný a jemný, pouze na periferii segmentů vystupují něco nad niveau terčovitá chitinová ztluštění v podobě úzkých hrbolků (*postranní hrbolky*, espace avec des poils courts d'aspect épineux — *Signoret* při popisu *Puto antennata*),; jest jich celkem na 18 na jedné lateralní polovině periferie a připadá jich šest na hlavu, po jednom ua prothorax a mesothorax, dva na metathorax a po jednom na každý článek abdominální.

Povrch jest pokryt různými vývody voskotvorných žlaz, ostny a chlupy.

Vývodů voskotvorných žláz jsou tři formy. 1. *malé terčovité vývody* (obr. 13.) o třech otvůrkách obrysu ne zplna kruhovitého, ale na jednom místě vykrojeného, což podmíněno jest zvláštní úpravou sept, respective navalitých okrajů otvůrků; představíme-li si, že celý obvod otvůrku jest rozdělen na čtyry stejně veliké segmenty, tedy z každého obvodu vypadla jedna čtvrtina a defekt ten jest uhrazen

jednou čtvrtinou periferie otvůrku vedlejšího. Malé terčovité vývody jsou dosti stejnoměrně roztroušené po celém povrchu na straně dorsální i ventrální, více se však drží prostředku jednotlivých článků a políček mizí u rýh intersegmentálních; na postranních koncích článků v okolí jamek hlavových, abdominálních a na postranních hrbolcích jsou soustředěnější.

2. *Velké terčovité vývody* (obr. 15.) s jedním centrálním otvorem nalézají se pouze na ventrální straně tří posledních článků abdominálních asi po desíti, a drží se ještě jen mediálních dvou čtvrtin; mají jistý vztah k vulvě an jsou jen v jejím okolí.

3. *Cylindrické vývody* (obr. 16,) pouze ve skrovném počtu na ventrální straně abdominálních článků.

Ostny (obr. 14.) jsou 10—20μ dlouhé, na rozhraní basalní a střední třetiny nejobjemnější, k basi něco súžené ke distálnímu konci v ostrou špičku dlouze vytažené; upevněné jsou v chitinové misce jejíž výška má asi šestinu délky ostnu. Ostny mají za úkol býti oporou vyloučeninám voskovým (u Orthezií zastává funkci tuto prodloužené a nad niveau vystupující ústí samotných voskotvorných žlaz) a dle toho jest topografické rozestavení jejich též ve vztahu k těmto vyloučeninám. Umístěny jsou jen na dorsu a periferii a to: na hlavě na prvním hrbolku (první hrbolek jest ten, na který příjdeme jdouce po periferii od předního konce podélné osy zvířete) as 6—8, na druhém 10—13, na třetím 17—23, na čtvrtém 14—19, na pátém 7—8 na šestém 11—13, na předním okraji hlavy roztroušeno as 12—20 ostnů, kol jamky hlavové na předním a zadním valu po šesti, pak ještě ve zvláštních skupinách a to ve skupině α po 4—6, β as 10, β_1 6—8, γ 20—25, γ_1 6—8; na prothoraxu na postranním hrbolku 12—13 na dorsu as 50, z nichž stojí as po pěti na postranních polích, ostatní jsou nakupeny něco zevně od čáry střední v skupiny, které jsou spojeny řadou z několika ostnů; štít thorakalní ostnů nemá; na mesothoraxu na postranním hrbolku 8—12 na dorsu as 50 hustěji stojících ve skupince něco od čáry střední a ku postrannímu obvodu; metathorax: na postranním hrbolku předním i zadním (řadové číslo 9. a 10.) po 10—12, na dorsu as 80—90 hustěji ve skupince něco od čáry střední a u postranního obvodu. Na abdominálních láncích:

na prvním:	na	postranním	hrbolku	asi	11—13,	na	dorsu	asi	60
„ druhém:	„	„	„	„	13,	„	„	„	50
„ třetím:	„	„	„	„	12,	„	„	„	40
„ čtvrtém:	„	„	„	„	12—13,	„	„	„	30

1*

na pátém:	na postranním	hrbolku	asi	12—13,	na	dorsu	asi	25
„ šestém:	„	„	„	12—13,	„	„	„	20
„ sedmém:	„	„	„	16—17,	„	„	„	20
„ osmém:	„	„	„	18,	„	„	„	0

Z ostnů dorsálných stojí na každém článku nad prostřední jeho pětinou 10 hustěji pohromadě, ostatní táhnou se v řidší řadě po jednom nebo po dvou k postrannímu hrbolku; osmý článek nemá na své dorsální desce žádných ostnů.

Chlupů na dorsu není, za to hojně jich roztroušeno po celé spodní straně, kratších i delších; na posledním osmém segmentu mají zvláštní rozestavení: jsou tu na každém laloku dva delší a dva kratší chlupy, pod okrajem analního kruhu skupina as čtyr a před nimi skupina as sedmi chloupků, od této ku předu a ven opět asi tři chloupky.

Jamky hlavové (obr. 3. jh.) (*Fossetta cephalica Berlese*) jsou štěrbinovité prohlubinky epidermis parallelně svou delší osou položené s okrajem a slouží k úponu svalů; *jamky analní* (obr. 3. ja) (*Fossetta analis Berlese*) jsou podobně utvářené a leží svou osou v intersegmentální rýze segmentu šestého a sedmého; *jamka ventrální* (obr. 2jv.) (*Fossula profunda Berlese*) položená ve střední čáře mezi segmentem druhým a třetím abdominálním jest podoby ledvinité, za živa barvy sienové se sedmi světlejšími v obrysu kruhovými místy; na individuích vyvařených v roztoku louhu draselnatého, mizí tato struktura jen chitinová obruba jeví se silnější oproti chitinu okolí, a deska jí ohraničená má asi 30 krupičkovitých jasných ztluštěnin chitinových.

Oči (obr. 2. o) jsou jednoduché vyčnívající, podoby kužele o oblém vrcholi.

Tykadla (fig. 23.) skládají se z devíti článků*); při mikrometrickém měření vyšly tyto délky jednotlivých článků v μ.

---

*) Poznámka: Pouze jednou jsem našel u dospělé samice (viz uvedenou tabulku č. 5.) 9 článků v levo a 8 v pravo; nestejnost podobná často se vyskytá u červců a jedná se buď: o persistenci larvového tykadla, nebo o difformitu a tu est spojen abnormální počet obyčejně s abnormě probíhající rovinou, ve které jsou klouby připojeny (jest šikmá nebo všelijak skroucená, místo aby byla horizontální), nebo konečně o redukci článků ex inactivitate; poněvadž larvy u Ceroputo mají I. 6 a II. stad. 7 čl. a poslední článek abnormě děleného tykadla má ráz článku forem dospělých nejedná se zde o persistenci tykadla larvového, ale nejspíše o redukci.

numer antennarum	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	num. articuli antennae / num. individui
1.	77	88	88	57	55	46	44	46	72	1.
2.				57	55	46	46	46	79	
3.	„	„	„	44	52	44	46	44	72	2.
4.				44	50	44	44	41	70	
5.				52	50	41	46	46	70	3.
6.	„	„	„	52	55	44	41	46	70	
7.				52	55	48	48	46	70	4.
8.				55	55	46	44	46	70	
9.	„	„	„	46	41	44	46	46	66	5.
10,	77	77	66	77	44	44	44	66	0	

Zkoumal jsem 10 tykadel pěti individuí, aby vyšla na jevo variabilita v délce jednotlivých článků; tedy: prvé tři články zachovávají konstantní délku ostatní varirují i o víc než 10 μ; o poměrné délce jednotlivých článků netřeba šířiti slov; jest samozřejmá z uvedené tabulky; co se týče šířky, jest basální článek nejširší, článek druhý užší a ostatní vespolek stejně široké a oproti prvým dvoum předcházejícím nejužší; chlupy na tykadle prosté, ne paličkovité, stojí cirkulérně v jedné rovině kol článku asi na rozhraní střední a distalní třetiny jeho délky a to na článku 1. 4., na 2. 3—5, na 3. 3—5, na 4. 3—4, na 5. 4—5, na 6. 4—5, na 7. a 8. po šesti, na 9. 5 cirkulérně na rozhraní basalní a střední třetiny a 9—6 na vrcholi.

Nohy (fig. 11.) 1 *mm* dlouhé, první a druhý pár jest někdy o málo kratší; co se týče poměrné délky jednotlivých oddílů jsou každý: koxa, trochanter a tarsus 0·11 *mm* dlouhé, tibia a femur 0·33 *mm*; všechny oddíly jsou na obvodu kloubů silněji chitinisovány a po celém povrchu hustě štětinovitými dosti dlouhými chlupy posázeny; na trochanteru jsou na přední i zadní ploše 2 štěrbinovité otvůrky s navalitým okrajem, snad otvory žlaz nebo nějaká organula. Tarsus nemápaličkovitých žlaznatých chlupů, na jich místě jest pouze chlupy prosté; drápek (obr. 17.) jest krátký, ostře zašpičatělý, zevní obrys obloukovitý, vnitřní pod hrotem vypouklý se zoubkem, ku basi břichatě vydutý, po stranách paličkovitý chlup žlaznatý, čtvrtinou své délky hrot drápku přesahující.

Pochva štětinná jest dvojčlenná, na posledním článku hustě chlupy posázená.

Řitní otvor (obr. 12.) jest obrysu houslovitého; kolem jest pás

silnějšího ztluštění chitinového, *kruh anální*, které pak opět pozvolna v jemný povrchový chitin přechází; kruh analní nese šest stejně dlouhých štětinatých chlupů a dvě řady otvůrků žlázek perianalních; pod insercí nejdorsálněji stojícího chlupu dělí se řady ze dvou na čtyry po délku asi 4 otvůrků — a spojují se opět na hoře i dole, a to vždy dvě řady stejnostranné v jednom otvůrku, kterým končí něco před čarou medianní, čímž vzniká mezi nimi plocha prázdná.

Otvor poševní leží v intersegmentální rýze mezi článkem 6. a 7. jest štěrbinovitý s okolím radierně vrásčitým.

Hřbet a obvod zvířete jest pokryt *hmotou voskovou* (obr. 1.) v určité tvary splstěnou, barvy sněhobílé jako u *Orthezií*, ale ne tak pevnou a čistě vytvářenou, nýbrž více drobivou a hroudovitou. Periferie nese 18 hranolovitých vyloučenin, které se nalézají na postranních hrbolcích a to 6 na hlavě, pojednom na prothoraxu a mesothoraxu, 2 na metathoraxu, a 8 na článcích abdominálních — na každém do jednom. Hlava nese nižší, vyšší vyloučeniny zhruba podobné komolému jehlanu se zaoblenými hranami; stojí po pyramidě na levo i na pravo na místě skupin ostnů označených α, β, β_1, po pyramidě nad skupinou γ, po pyramidě nad skupinou γ_1; na prothoraxu a mesothoraxu stojí nad středními skupinami ostnů opět po pyramidě, laterálně od nich jest nižší balvanovitá hrouda vosková; od metathoraxu počínaje, zvedá se na všech článcích nad střední pětinou hmota vosková v podobě jehlanu komolého s basí prodlouženou ve směru pravolevém; nad zevními dvěma pětinami dorsálních článků jsou značně nižší dva—tři jehlanovité útvary o zaoblených hranách a vrcholi; na kruhu análním jsou dva žlábky voskové, pravý a levý, které vyloučily žlazky perianální kolem zmíněných šesti chlupů kruhu análního. Vespod pouze bíle poprášená. *Délka*: 3 *mm*—3·5 *mm*.

Larva prvého stadia metamorphosy: obrys, barva segmentace jsou jako u individua dospělého; též povrch jest kryt vyloučeninami voskovými; žlaz jest pouze jeden druh a to onen s malými terčovitými vývody, které jako u individuí dospělých jsou stejnoměrně roz stříklé po celém povrchu, a jen na postranních hrbolcích jsou seskupenější; velkých terčovitých a cylindrických vývodů u tohoto stadia není. Ostny jsou téže formy jako u dospělých a dle téhož plánu rozsazeny, jen počet jejich jest na homologických místech menší; tak na postranních hrbolcích jsou pouze 2—4, na střední pětině dorsální desky článků 3—4, a na laterálních pětinách as 4. Chlupy jsou spořejší. Pochva štětinná, stigmata, kruh anální a poslední článek abdominální jako u dospělé. Tykadla (obr. 25.) jsou šestičlenná; délka

jednotlivých článků jest: 1. = 36μ, 2. = 39μ, 3. = 4μ, 4. a 5. po 26 μ, 6. = 88μ; nejširší jest článek basalní, který má 3 chlupy, pak druhý, který nese též 3 chlupy; 3. 4. 5. článek jsou stejně široké a nesou 3. a 4. po 5ti, 5. 6 chlupů; článek 6. jest skoro kyjovitý a asi 20ti chloupky posázený, z nichž 10 stojí na vrcholi, a ostatních 10 ve dvou kruhách na rozhraních vnitřní třetiny. Nohy (obr. 9.) jsou spoře chlupy posázené; koxa a trochanter, potom opět femur, tibie a tarsus stejně dlouhé, první 5μ, druhé 100. Drápek a otvůrky na trochanteru jako u dospělé. Délka. 0·7 *mm.*

Larva druhého stadia metamorformosy. Na povrchu pouze malé terčovité vývody; velké terčovité a cylindrické vývody scházejí; ostnů jest na postranních hrbolkách pa 8—10ti, na střední pětině dorsální desky článků po 8 - 9ti na zevních dvou asi po sedmi; chloupky jsou spořejší; tykadla (obr. 24.) sedmičlenná; 1., 4., 5., 6. článek 33μ, 2., 3., 55μ, 6. 100μ dlouhý; Na 1. článku, který jest nejširší, 3 chlupy, na 2. 3, na třetím 5, na 4., 5. a 6. po pěti, na posledním 20 stejně rozestavených jako u larvy 1. stadia metamorphosy; nohy (obr. 10.) jsou řídce chlupy posázené, koxa a trochanter 77μ, femur a tibia 165μ tarsus 100 μ dlouhý. Délka 1·7*mm.*

Samce neznám.

Žije na *Hieracium pilosella*; sedí převážně na spodní straně listů, které neopouští ani v zimě; přezimuje, aniž by vytvářela zápředku, pohlavně dospělou se stává v druhé polovici května. *Náleziště*: Králové Dvůr n. L., Hodkovička (pan prof. Dr. F. Vejdovský 1885.), v dosti hojném množství na obou lokalitách.

K ocenění popsané formy vezmeme v úvahu druhy, které jsou dosud známé z *Hieracium pilosella* a pak druhy, které jsou morfologicky *Ceroputo* nejpříbuznější.

Z *Hieracium pilosella* jest v literatuře uveden pouze jeden červec *Linéem* frásí: *Coccus pilosellae L.*, „*Habitat in Hieracii pilosellae radicibus. Affinis nimium C. polonici.*“, opakovanou několika autory staršími (*Fabricius*, *Gmelin* etc). Novější literatura nezná z *Hieracia* žádného červce, a *T. D. A. Cockerell* uvádí *C. pilosellae L.* mezi *gen. incert.* jako *nomen nudum.*

Ačkoliv se může jednati jen o domněnku a pokus, chtěli-li bychom specii *Linnéovu* vůbec někdy s nějakým červcem na *Hieraciu* nalezeném identifikovati, můžeme tvrditi, že naše specie s formou

Linnéovou shodnou není, poněvadž ani není podobnou *Porphyrophora polonica L.*, ani nežije na kořenech.

Forma morfologicky *Ceroputo* nejpříbuznější jest monotypický rod *Puto antennata Signoret* 1874., dosud od jiného autora neuvedená Rozlišující známky *Signoretovy* jsou: „Ce genre nouveau se basera sur les yeux proéminents dans la famelle, la présence de douze yeux, dont quatre grands et huit ocelles dans le mâle; l'absence dans le deux sexes de digitules à l'extrémité renflée; huit poils sur l'anneau génito anal; deux poils sur le balancier; antennes de neuf articles dans la femelle, de dix excessivement longs dans le mâle.“ Poněvadž však jak v dalším o ♂ své specie podotýká: „nous *supposons* (!) etre celui de la femelle prise par notre collègue *M. Puton* sur le pins *Cembre* à *Briançon* (!) — et sur les sapins, pour les mâles par notre ami *M. Fairmaire* à *Chambery* (!) našli ♂ zvlášť a ♀ zvlášť dva různí sběratelé na dvou různých lokalitách, — a poněvadž nelze poznati na ♂ a ♀ že patří k sobě, nechytíme-li je in flagranti, nemůžeme tvrditi, že *Signoret* skutečně párek popsal, zvlášť, když nepodařilo se dosud ♂ od *Ceroputo* na srovnání nalézti, jejíž příbuznost s *Puto* opravňuje na podobnost samců.

Můžeme tedy vzíti při porovnání obou pouze zřetel k znakům samic, které jsou i výhodnější poněvadž význačnější; znaky *Signoretem* uvedené doplňuji pak dle pěti originálních jeho exemplárů z vídeňského dvorního musea, které byly konservovány na sucho. Ze dvou kusů udělal jsem praeparáty obvyklou methodou: vyvařením v louhu a uzavřením v glycerinu; zbývající tři jsem maceroval v roztoku louhu a zkoumal v glycerinu in toto.

Suché exempláry byly svraštělé a barvy červenohnědé, kterouž barvu i po maceraci zachovaly. Obrys, stavba těla a segmentace shodná s *Ceroputo*; vývodů voskotvorných žlaz jsou tři druhy:

1. *malé terčovité vývody* podobné *Ceroputo* ale 3 otvůrky vývodné jsou čistě kruhovité; (obr. 18.);

2. *velké terčovité vývody* a 3. *cylindrické vývody* jsou co do stavby shodné s v. terč. výv. *Ceroputo*; stejné platí o ostnech, postranních hrbolcích a chlupech; topografie jejich jest s *Ceroputo* identická; jen na lobu posledního segmentu jest vedle dvou velkých štětinovitých chlupů více chloupků než u *Ceroputo*, totiž 6—7. *Anální otvor* (obr. 21.) obrysu houslovitého; kruh anální širší než u *Ceroputo* nese 8 štětinatých chlupů, z nichž chlupy č. 1. 3. a 4. jsou stejně dlouhé a asi o $^1/_3$ své délky delší než chlup č. 2. a 3 řady otvorů žlazek perianalních, z nichž vnitřní se dělí dichotomicky před

chlupem č. 4. a prostřední před chlupem č. 1.; nahoře i dole spojují se stejnostranné řady v jednom otvůrku společném; hoření spojující otvůrek leží mediannĕ a jest takto řadám oběma stran společný; dole jest mezi společnými otvůrky řad obou stran prostora prázdná.

Pochva štětinná, oči, stigmata jako u *Ceroputo*. *Tykadla* (obr. 22.) jsou devítičlenná; délka jednotlivých článků: 1. = 2. = 5. = 8. = 96μ; 4. = 6. = 77μ; 3. = 9. = 144μ; 7. = 88μ; prvý článek jest nejširší (88μ), 2. 3. a 4. postupně užší, ostatní tak široké jako 4.; chlupů hojněji než u *Ceroputo*, a to na 1. čl. 4, na ostatních na každém 4—5 řad o 3—4 chlupech. I *nohy* (obr. 19.) jsou chlupatější. Délkou rovná se: koxa = trochanteru = tarsu = 176μ, femur = 429μ, tibia = 462μ; na trochanteru jsou 2—3 otvůrky štěrbinovité; tarsus místo chlupů žlaznatých pouze prosté; drápek (obr. 20.) dlouhý, s tupějším hrotem; zevní obrys mírně obloukovitý, skoro rovný, vnitřní rovněž skoro rovný, na rozhraní střední a distalní třetiny s význačným ostrým zubem; proximalní třetina mírně vydutá a na basi dvěma hrotnatými ostrými ostny opatřená; na místě žlaznatých chlupů drápkových jsou jemné, prosté, na konci mírně paličkovitě rozšířené chlupy; hrot drápku přečnívá pouze o paličku; *Signoret* píše: „à la base (du crochet) un mammelon sur lequel prennet naissance les digitules qui ne sont ici que de poils dépassants à peine la longueur du crochet — a přece kreslí na obrázku 4c. tab. XVII. znatelné koncové rozšíření chlupů drápkových; o hrotnatých ostnech se nezmiňuje.

Na povrchu zkoumaných individuí nenalezl jsem ani stopy po nějakých *vyloučeninách voskových*, ač není pochyby, že u živých, respective dobře zachovalých individuí býti musí, soudě dle přítomnosti žlazek voskotvorných a ostnů oporných, morfologicky stejných a topograficky souhlasně uložených jako u *Ceroputo;* zajímavo by bylo věděti, jak asi jsou vyloučeniny voskové utvářeny.

Jak z uvedeného patrno, spočívá generický rozdíl *Puto* a *Ceroputo* hlavně v ustrojení drápku: u *Ceroputo* báse prostá a 2 řádně vyvinuté chlupy žlaznaté, u *Puto* na basi dva hrotnaté ostny a místo chlupů žlaznatých dva chlupy prosté paličkovitě rozšířené na konci, — a v kruhu analním, který má u *Ceroputo* 6, u *Puto* 8 chlupů; ostatní rozdíly vysvítající z uvedených dvou popisů jsou rázu druhového.

* * *

Pulvinaria ericae Löw 1883.

Mezi několika pro mě z Čech novými červci, nalezenými o letošních prázdninách, byla i jedna *Pulvinarie* z *Vaccinium myrtillus* nad Podstrání u Dvora Králové n. L., která se shodovala skoro úplně při bližším ohledání s *Pulvinaria ericae Löw 1883.;* úplné shodě na závadu byl počet *článků tykadel*, který Loew udává jedině na 10; při zkoumání svých individuí na počet a délku článků v μ, jsem dostal tento výsledek:

Num. individui		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.:	Num. aricul. antennae
	1.	44	44	77	77	30	24	41			
		44	55	88	77	33	44				
	2.	44	44	88	88	30	28	41			
		44	44	77	77	26	24	33			
	3.	44	44	77	70	26	26	37			
		46	46	77	74	30	26	39			
	4.	44	44	77	99	33	22	39			
		44	44	77	110	26	24	37			
	5.	46	55	77	77	26	26	44			
		44	55	77	33	55	30	26	37		
	6.	44	46	72	88	24	22	35			
		44	48	77	37	55	22	15	41		
	7.	44	44	77	39	41	24	22	37		
		44	48	70	81	24	22	39			
	8.	44	44	99	50	37	22	37			
		44	44	68	26	44	24	22	37		
	9.	44	55	77	37	66	30	26	37		
		44	46	77	33	59	26	26	39		
	10.	44	44	88	44	35	26	26	41	Origin. Löw	
	11.	48	55	66	33	55	33	26	37		
		44	55	88	44	44	28	26	32	37	

Longitudo articulorum in μ.

Jak z tabulky patrno, jest nejčastější počet článků 7 (obr. 32) a 8 (obr. 33); v jednom případě jen 6 (obr. 31) a v jednom 9 (obr. 34) článků;*) tykadla originálu Löwova z vídeňského dvorního musea mají po osmi článcích, čímž úplně spadají v rámec mých forem; Löwem udaný počet článků na 10, můžeme ovšem také připustiti, ale jako vyjímku, ne jako počet jedině přicházející,**) a tím překážka identifikaci forem mých s *P. ericae Löw* jest odstraněna.

Podotýkám, že v následujících bodech, ve kterých doplňuji popis Löwův, jsou obě formy též úplně shodny.

Chlupy tykadel jsou uspořádány takto: na 1. čl. konstantně chlupy 3, na 2. 2; na 3. žádný, pouze v jednom případě jsem našel jeden; na 4. při tykadlu 7členném 3, na 4. tykadla 8členného žádný, na 5. čl. u téhož tykadla 3 téže formy jako na 4. čl. tykadla 7členného; na 5. čl. (resp. 6 čl. tyk. 8čl.) 1 tupý krátký chlup, na 6. čl. tyk. 7čl. (na 7. tyk. osmičl.) 1 krátký tupý chlup a jeden obyčejný chlup, na článku posledním 7—10 chlupů, z nichž jeden stojí apikálně.

Tři páry *noh* jsou řádně vyvinuty (fig. 26.); koxa rovná se délkou trochanteru, femur jest dvakrát delší předešlých a o $^1/_3$ delší tibie; tibie o $^1/_4$ delší tarsu; chlupů jest as 8 na koxe, 2 na každé straně trochanterů, z nich jeden znamenitě dlouhý, 2 na každé straně femoru, po třech na tibii a tarsu; styčné plochy jednotlivých kloubních obvodů jakož i dorsalní hrany jednotlivých oddílů nohy jsou silněji chitinisovány; na koxe jsou na každé straně dva elliptické otvůrky (fig. 27.) s navalitým okrajem, který jest na obou, nebo jednom polu více méně protažen; vytažený úděl může býti rozštěpen. Na tarsu pár

*) Poznámka. Co týče se tykadla šestičlánkového, tu jest zřejmo dle rozestavení chlupů (viz obraz), že povstalo umenšení počtu článků splynutím článku 6. a 7. z tykadla typu sedmičlenného, neboť se vyskytá na posledním článku silný tupý chlup, který náleží původně předposlednímu článku a nikdy na posledním nepřichází; tykadlo o 9 článcích povstalo tím, že článek 5. tykadla typicky 8členného rozdělil se na dva, neboť jest u tykadla 8členného 5. článek poměrně velmi dlouhý a třemi chlupy posázený, u tykadla 9členného bezchlupý a krátký; chlupy 6. čl. tykadla 9členného jsou typické 5mu článku tykadla 8členného; hranice kloubní probíhá i u tykadla 6 čl. i 9 čl. abnormálně šikmo a ukazuje snad na difformitu. Tykadlo 8 čl. se utvořilo z tykadla 7čl. rozdělením 4. článku, jak možno souditi z jich délek a chlupů.

**) Pozn. Nález tak nestejného počtu tykadel nepřekvapuje, neboť jest s dostatek známo, že počet článků tykadel u mnoha druhů červců variruje co do počtu i u téhož individua; ale nedá se to přece předpokládati u každé specie, a jest proto třeba u každé zvlášť individuelní variabilitu zjistit, aby nenadálá odchylka od typu stanoveného nezavdávala podnět k bezúčelnému tvoření nových rodů a druhů.

chlupů žlaznatých, paličkovitě ukončených; drápek krátký, ostře zahrocený, na dorsálním obvodu vypouklý, na vnitřním pod hrotem vpouklý a k basi břichatě vypouklý s dvěma silnými, konickými na rozšířeném distalním konci vyhloubenými žlaznatými chlupy.

Vývody voskotvorných žlaz jsou trojí; dvojí *terčovité* a to se 7 a 9 ústími (z nich stojí 1 ve středu, ostatní kolem něho a kol nich val) (fig. 29., 30.), které přicházejí promisque na ventrální ploše zadku, držíce se vnitřních dvou čtvrtin a pak v řadě po 2—3 od trachealních stigmat k periferii; třetí *cylindrické vývody* (fig. 28.), s prostým kruhovým ústím jsou roztroušené po celém povrchu, nejvíce však v pasu kol obvodu. *Chlupů* jest hojně rozsázeno ventrálně. *Na periferii* stojí řada ostrých krátkých ostnů a od ní ventrálně dovnitř řada ostnatých chlupů; kde končí na periferii řada terčovitých vývodů táhnoucí se od stigmat, jest obvod mělce vybraný a ve vyhloubení tom sedí tři tupé ostny, z nichž střední jest nejdelší.

O *samčím štítu* udává Löw pouze: „Der Schild der männlichen Nymphe ist 1·4 lang, stark transparent, fast hyalin, so dass man durch denselben die gelbe Nymphe ziemlich deutlich wahrnimmt.“ K tomu dodávám: štítek samčí (obr. 4.) má podobu převráceného člunu, napřed tupě zaokrouhlený, vzadu se zářezem (kaudálním), který přechází ve štěrbinu (kaudální), rozšiřující se v okrouhlou nebo kosočtvercovou dírku (kaudální). Celý štít skládá se ze 4 oddílů: středního, předního a 2 postranních; oddíl střední jest nejužší plochý, vodorovný (dno člunu), v předu dvakrát vykrojený tak, že končí ve tři krátké tupé hroty, z nichž postranní hledí na ven, střední ku předu; v prvé své třetině jest oddíl tento po stranách vybrán, ve střední vypuklý a v zadní sbíhají se strany jeho v předním úhlu dírky kaudální. Přední oddíl štítku jest podobný nepravidelnému nakloněnému šestiúhelníku, jehož zadní strana jest, nejvýše položená, nejužší a vyhloubená oproti střednímu zubu středního oddílu; zevní oddíly jsou šikmo nakloněné (boky člunu), přední strana jest rovná, medialní leží nejvýše a odpovídá prohnutí stran části střední, zevní strana jest v prostředních dvou čtvrtinách rovná se dvěma malými zářezy, v nichž jest nakupena sněhobílá hromádka hmoty voskové (odpovídají vyhloubením periferie zvířete) — v přední čtvrtině obloukovitá, v zadní zahýbající se v zářez kaudální. Švy mezi jednotlivými oddíly jsou dosti široké a ve svém průběhu vrásčité; bílá hmota vosková jest na nich nahromaděna kol středního hrotu středního oddílu a na zadní třetině švu mezi oddílem středním a zevním. Hmota, z níž se štítek skládá, jest lomivá, mdlého lesku, jako by z matného

skla; povrch není hladký, nýbrž hrubými a jemnými rozvětvenými žebry pokrytý; každé žebro jest ve svém průběhu podélně vrásčité; prochy povstalé ohraničením žebry jsou jamkovitě vkleslé.

Samčí štítky jsem našel pouze na stonkách; na *Erice* jsou jen na listech (Löw).

Samce objevujícího se dle Löwa v květnu jsem nenašel, neboť svůj material jsem sbíral v červenci, srpnu a září 1897. *Samice* jsem měl již skoro na umření; byly barvy pletivě žlutobílé, když nebyly infikovány plísněmi, které, když se v nich zahnízdily, jim dodávaly barvy šedo a zelenožluté, zelenohnědé až hnědočerné.

Sekret voskový (pulvinar), hromadící se v schránku pro vajíčka pod a za samicí, jest záhon tu delší, tu kratší, v průběhu rovný nebo vlnitý; hmota vosková jest řídce a jemně načechraná, není tak hustě splstěná jako u jiných specií, barvy bílé s modravým nádechem (jako modré mléko). *Vajíčka* jsou kanárkově žlutá; *larvy* vylézají v druhé polovině července (shodně s udáním Löwovým) a usadí se na listech a větvičkách; když na podzim listí opadává, odeberou se i larvy z listů na větvičky, kdež přezimují. Většina dospělých samic seděla opět na spodní straně listů, hlavou směrem k řapíku, jen některé byly na stonkách; na *Erice* sedí většinou dle Löwa na větvičkách, zřídka na listech — tedy opět poměr obrácený podobně jako u štítků samčích. Na to má asi vliv rostlina, neboť ♀ se může lépe rozložiti na listech *Vaccinia* než *Eriky*, kdež pohodlněji a jistěji sedí na větvičce, samec pak zůstává asi hned už od larválního stadia seděti na listech *Eriky*, které neopadají, kdežto všechny larvy na listech *Vaccinia* usazené na podzim musí se přestěhovati na stonky.

Dodatek. Pulvinaria ericae Löw se vyskytá na nalezišti velmi hojně, ale převážná většina schránek vajíčkových byla rozrušena larvami *Coccinellid* a *Scymnů*, které do nich vnikly a vajíčka vyžraly.

* * *

Ortheziola Vejdovskýi Šulc.

R. 1894. popsal jsem jako n. g. n. sp. *Ortheziolu Vejdovskýi* od té doby stalo se několik zmínek o ní v odborné literatuře, k nimž jsem nucen zaujati svoje stanovisko.

W. H. Maskell ve zvláštním odstavci: The antennal joints of Coccidae pochybuje o mém udání, že Ortheziola má pouze 3 články tykadel nasedající na výčnělku čelním, domnívá se, že omylem počítám

2. článek za 1. a 1. za výčnělek čelní, supponuje o své újmě, že imputuji výčnělek čelní všem červcům vůbec, a vytýká implicite za jakous nedůslednost, když počítám jinde u svého *L. Douglasi* „dle dosud běžných“ názorů správně 8 článků tykadel — beze zmínky o nějakém čelním výběžku.

Za těchto mylných předpokladů zkoumá řadu gener a nalézá, že, — whilst there is, almost without exception, a clear difference noticable between the antenna and the epidermis of the head, that difference is as clear in the first joint as in the others. A difference indeed, such as I refer to, may be seen in fig 2 of Sulc's plate of *Ortheziola.* — we aught also rightly to speak of the first joint of the antennata as springing direct from the head. According to this view, *Ortheziola Vejdovskýi* will have antennae of four joints.

Obrázek citovaný však zřejmě ukazuje, že kolem base výčnělku čelního a oka jest nakupena hmota vosková, která znemožňuje na exempláru kde hmota ona není mechanicky odstraněna rozeznání, zda se jedná o článek nebo výčnělek. V popisu svém pak píši zřetelně: Vespod hlava nezřetelně od předohrudí oddělená, s dvěma kuželovitými výčnělky; na jich vrcholi vkloubená jsou tykadla, a po straně přisedá jednoduché stopkaté oko.

Na svém udání trvám; to co považuje *Maskell* za 1. článek tykadla u *Ortheziol*y jest skutečně pouze výčnělkem hlavy z těchto důvodů:

1. výčnělek není *kloubnatě spojen* se svou básí, což jest podmínkou článku, jest to pouze kužel epidermis, který plynule ve své okolí přechází. (Obr. 7.),

2. *Muskulatura* mluví proti povaze článkové; ke výčnělku čelnímu nejde žádné svalstvo, až teprve k mému 1. článku jdou 2 mohutné pruhy svalové; *adduktor* (obr. 8. ad) na temenním políčku (c) vznikající a inserující se na zevní periferii proximálního konce 1. článku — a *abduktor* (ab) jdoucí od chitinové kostry ssacího apparatu (*k*) k vnitřní periferii proximálního konce 1. článku. K 2. článku jde též několik samostatných svalových pruhů, a sice ze zevní a vnitřní periferie proximálního konce 1. článku, k vnitřní a zevní periferii proximalního konce 2. článku (*abductores* et *adductores*). 3. článek svalstva nemá.

Srovnáme-li pak muskulaturu tykadel ostatních červců, shledáme, že 1. basalní článek nikdy není bez muskulatury, vždy má mohutné abductory a adductory, vycházející od kostry apparatu ssacího a hřbetního oddílu hlavy — a teprve články počínaje u *Lec. hesperidum*

druhým, u *Dactylopius citri* třetím u ♀ a u ♂ čtvrtým jsou bez svalstva (*Berlese*). Jest tedy i u Orthezioly ten oddíl prvním článkem který první analogickou muskulaturou jest ovládán a to jest ne výčnělek čelní, ale můj prvý článek.

3. Nikde u červců a *Orthezií* nenasedá *oko* na 1. článku tykadel, ale vždy na hlavě v sousedství jeho, tedy ono místo, kde nasedá oko u nejbližšího rodu *Orthezia* (*Orthezia cataphracta* Shaw. List) musí být homologické místu, kde nasedá oko u Orthezioly a to jest výčnělek čelní; s tímto úsudkem shoduje se i topografie oka a tykadla u stadií metamorphosy; ležíť původně oko u embrya na vylíhnutí něco zevně od výčnělku čelního u vylíhlé larvy již u báse výčnělku a u dospělé plně na jeho boku. (Obr. 5. 6. 7.).

Uvedené důvody potvrzují tedy, že výčnělek čelní jest skutečným výčnělkem, že nemá povahu článku, ba, že jest výčnělkem primérním, ne snad vzniklým sekundárně z basalního článku po vymizení kloubnatého spojení.

Druhý autor, zmiňující se o tykadle *Orthezioly* p. prof. Dr. A. Giard při popisu nové specie *Ortheziola fodiens Giard* *) mluví o 3 článcích 1. = la massue des antennes, 2 = l'article qui la supporte a 3. = l'article antépénultième.

Konečně několik poznámek, co týče se *zeměpisného rozšíření Orthezioly.* V Čechách se našla v Bechlíně (pan prof. dr. Vejdovský) v širokém okolí Dvora Králové n. L. a Prahy (Šulc). Odjinud ji znám z Prešpurku v Uhrách a z Korfu ze soukromé správy, laskavostí p. dr. Horwátha ředitele Národního Musea v Pešti; vyjímám se svolením pisatele z dopisu: Ortheziola přichází i u nás v Uhrách; byla

*) Poznámka. Giardova *Ortheziola fodiens* žije na kořenech kávovníku na Guadelupu; autor odlišuje ji od *Vejdovskýi Šulc* těmito znaky: barva chitinu plavě růžová; poslední článek delší a 2 užší; tibiotarsus ve své proximální části stopy sotva znatelné artikulace; lamelly voskové nemají žlutých pásek; žije pod zemí. Giard měl exempláry v lihu konservované a v tom se stane za živa světlehnědá barva chitinu O. Vejdovskýi též žlutavou; i u O. Vejdovskýi někdy v chitinu tibiotarsu vrásky 1—2 i několik, ale na libovolných místech a neznačí artikulaci; žlutavé pásky voskových lamel mé specie v líhu se sice neextrahují (tu možnost uvádí Giard u své *fodiens*), ale zkoumáme-li individua v líhu, stane se barva pásek nezřetelnou, až mizící; necháme-li hmyz vyschnouti, opět zřetelně i *Ortheziola Vejdovskýi* často sedí pod listím a mechem na kořenech květin, keřů a stromů; větší délka posledního článku menší šířka 2. jest relativní ceny bez udání reální míry. Zdá se tedy, že *P. fodiens* jen málo jest odlišená od *Vejdovskýi*, není-li docela identickou, o čem by srovnání originelních exemplárů nejspíše poučilo.

nalezena z jara 1892 u Prešpurku v drnu mechu. Krom toho ji mám též z Korfu. Mohl by to tedy býti hmyz daleko rozšířený. — Naleziště Orthezioly fodiens Giard na Guadelupu tuto domněnku plně potvrzuje.

Literatura.

A. Berlese. Le Cocciniglie Italiane viventi sugli agrumi. Parte I. I Dactylopius 1893.

— Le Cocciniglie Italiane viventi sugli agrumi. Parte II. Il Lecanium 1894.

T. D. A. Cockerell. A Check-List of the Coccidae. Bulletin of the Illinois State Laboratory of Natural History, Urbana, Illinois 1896.

— The food plants of Scale Insets (Coccidae). Proccedings of the U. S. National Museum No 1122. 1897.

A. Giard. Sur deux Cochenilles nouvelles Ortheziola fodiens n. sp. et Rhizoecus Eloti n. sp., parasites des racines du Cafeier à la Guadeloupe. Comptes rend. hebd. d. s. d. l. soc. d. biol. 1897.

Linné. Systema naturae. 1758.

H. List. Orthezia cataphracta Shaw. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. 45.

F. Löw. Eine neue Coccide Pulvinaria ericae nsp. Wiener entom. Zeitung 1883.

W. M. Maskell. Notes on some Genera and Species of Coccidae, Annals and Mag. of Nat. History 1895.

V. Signoret. Essai sur les Cochenilles 1868—76.

K. Šulc. O novém rodu a druhu červců (Coccidae) Ortheziola Vejdovskýi n. g. n sp. Věstník kr. č. spol. nauk 1894.

Vysvětlení tabulek.

Tab. I.

Fig. 1. *Ceroputo pilosellae* s vyloučeninami voskovými.

„ 2. „ „ zbavená vyloučenin voskových *s* ventrální strany; jv = jamka ventrální; *o* = oko 1, 2 atd. články abdominální.

„ 3. Táž z dorsa; jh = jamka hlavová; ja = jamka anální; š = štítek

thorakální; α, β, γ, γ_1 = skupiny ostnů; I., II. III. 1, 2 atd. = prothorax mesothorax, metathorax a články abdominální; 1. 2. 3. atd. na periferii = postranní hrbolky.

Fig. 4. *Pulvinaria ericae Löw*; štítek samčí.

„ 5. *Ortheziola Vejdovskýi Šulc*: výčnělek čelní a oko embrya na vylíhnutí.

„ 6. „ „ „ výčnělek čelní a oko Iní larvy.

„ 7. 8. „ „ „ výčnělek čelní a oko dospělé ♀.

vč = výčnělek čelní; o = oko; 1. = první článek tykadla; C. = dorsální plocha hlavy; ad, ab = svaly adductor a abductor.

Tab. II.

Fig. 9. noha I. larvy od *Ceroputo pilosellae Šulc*
„ 10. noha II. larvy od „
„ 11. noha dospělé ♀ „
„ 12. analní kruh „
„ 13. malý terčovitý vývod „
„ 14. osten „
„ 15. velký terčovitý vývod „
„ 16. cylindrický vývod „
„ 17. drápek nohy „
„ 18. malý terčovitý vývod od *Puto antennata Signoret*
„ 19. noha „ „ „ „
„ 20. drápek nohy „ „ „ „
„ 21. anální kruh „ „ „ „
„ 22. tykadlo dospělé ♀ „ „ „ „
„ 23. „ „ „ „ *Ceroputo pilosellae Šulc*
„ 24. „ II. larvy „ „ „ „
„ 25. „ I. „ „ „ „ „

Tab. III.

Pulvinaria ericae Löw.

Fig. 26. noha.
„ 27. otvůrky na trochanteru.
„ 28. cylindrický vývod voskotvorných žlaz.
„ 29. 30, terčovité vývody.
„ 31. tykadlo 6členné dospělé ♀
„ 32. „ 7 „ „ „
„ 33. „ 8 „ „ „
„ 34. „ 9 „ „ „

Explanation of the plates.

Plate I^st^ :

Fig. 1. *Ceroputo pilosellae* adult female with *waxy secretion.*
Fig. 2. „ „ „ „ denuded, from beneath j. v.; = fossula ventralis; o = eye; 1., 2., 3., etc. = abdominal segments.
Fig. 3. *Ceroputo pilosellae* adult female denuded from above; jh = fossetta *ostioliformis* labiata cephalica; j.v. = fos. ost. lab. analis; š = scutum thor.; α, β, γ, γ_1, = groups of spines.
Fig. 4. *Pulvinaria ericae Löw.* scale of the male.
Fig. 5. *Ortheziola Vejdovskýi Šulc* frontal process and eye of the embryo.
Fig. 6. „ „ „ „ „ „ „ „ „ I^st^ larva.
Fig. 7. and 8. „ „ „ „ „ „ „ „ „ adult female.
vč = frontal process; o = eye; 1. = first ant. joint; C = area of the head; ab = abductor; ad = adductor.

Plate IInd:

Fig. 9th—17th, 23rd—25th *ceroputo pilosellae*; fig. 18th—22nd *Puto antennata Signoret,* after original specimens of *Dr. Signoret.*
Fig. 9. Leg of the I^st^ larva.
Fig. 10. Leg of the IInd larva.
Fig. 11. Leg of the adult female.
Fig. 12. Anal ring.
Fig. 13. Little spinneret.
Fig. 14. Spine.
Fig 15. Great spinneret.
Fig. 16. Cylindrical duct.
Fig. 17. Craw.
Fig. 18. Little spinneret.
Fig. 19. Leg oft the adult female.
Fig. 20. Craw „ „ „ „
Fig. 21. Anal ring „ „
Fig. 22. Antenna „ „
Fig. 23. „ of the adult female.

Fig. 24. „ of the IInd larva.
Fig. 25. „ of the It larva.

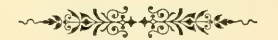
Plate IIIrd:

Pulvinaria ericae Löw. adult ♀.

Fig. 26. Leg.
Fig. 27. Pori trochanterici.
Fig. 28. Cylindrical duct.
Fig. 29., 30. Spinnerets.
Fig. 31. 6 jointed antenna of the adult female.
Fig. 32. 7 „ „ „ „ „ „
Fig. 33. 8 „ „ „ „ „ „
Fig. 34. 9 „ „ „ „ „ „

Résumée in next number.

Institute for Comp Anat. and Zoology, Bohemian University. Prague II. Karlovo náměstí 21. Bohemia.



Nákladem Král. České Společnosti Náuk. — Tiskem dra. Edv. Grégra v Praze 1897.

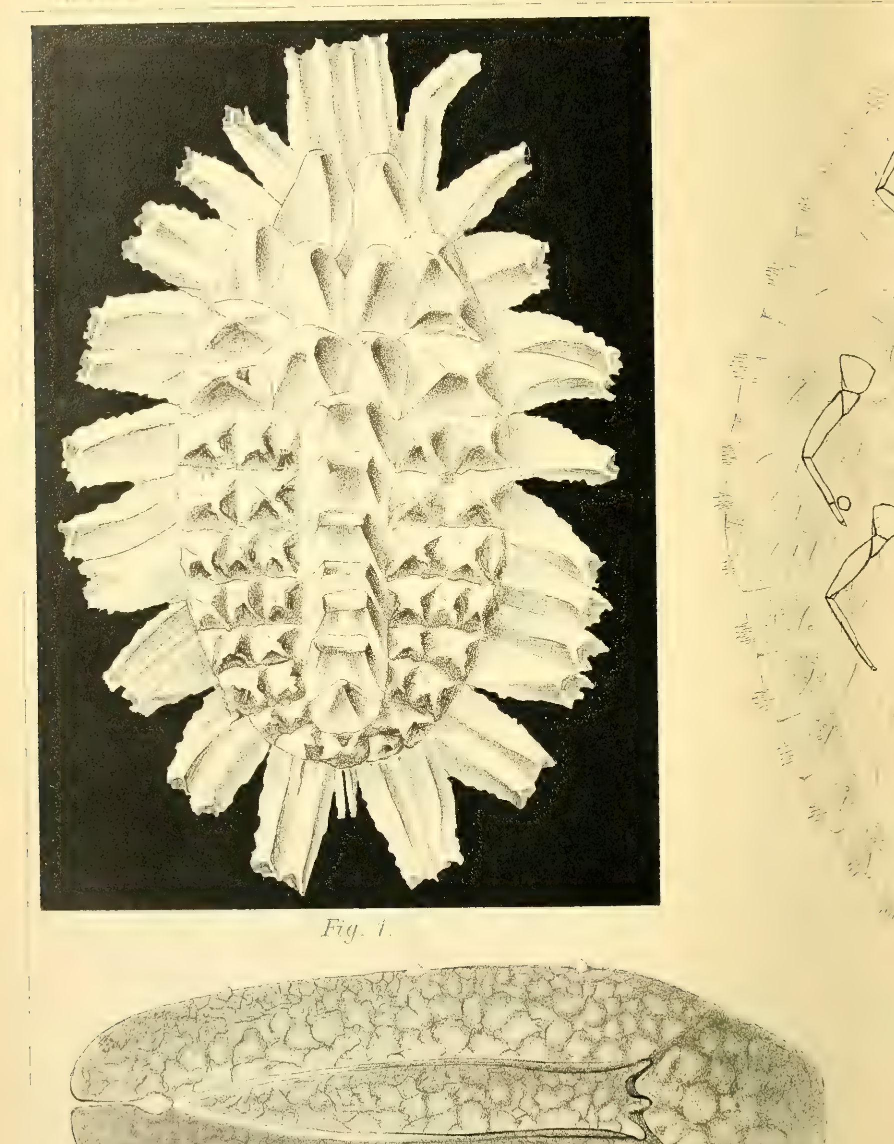
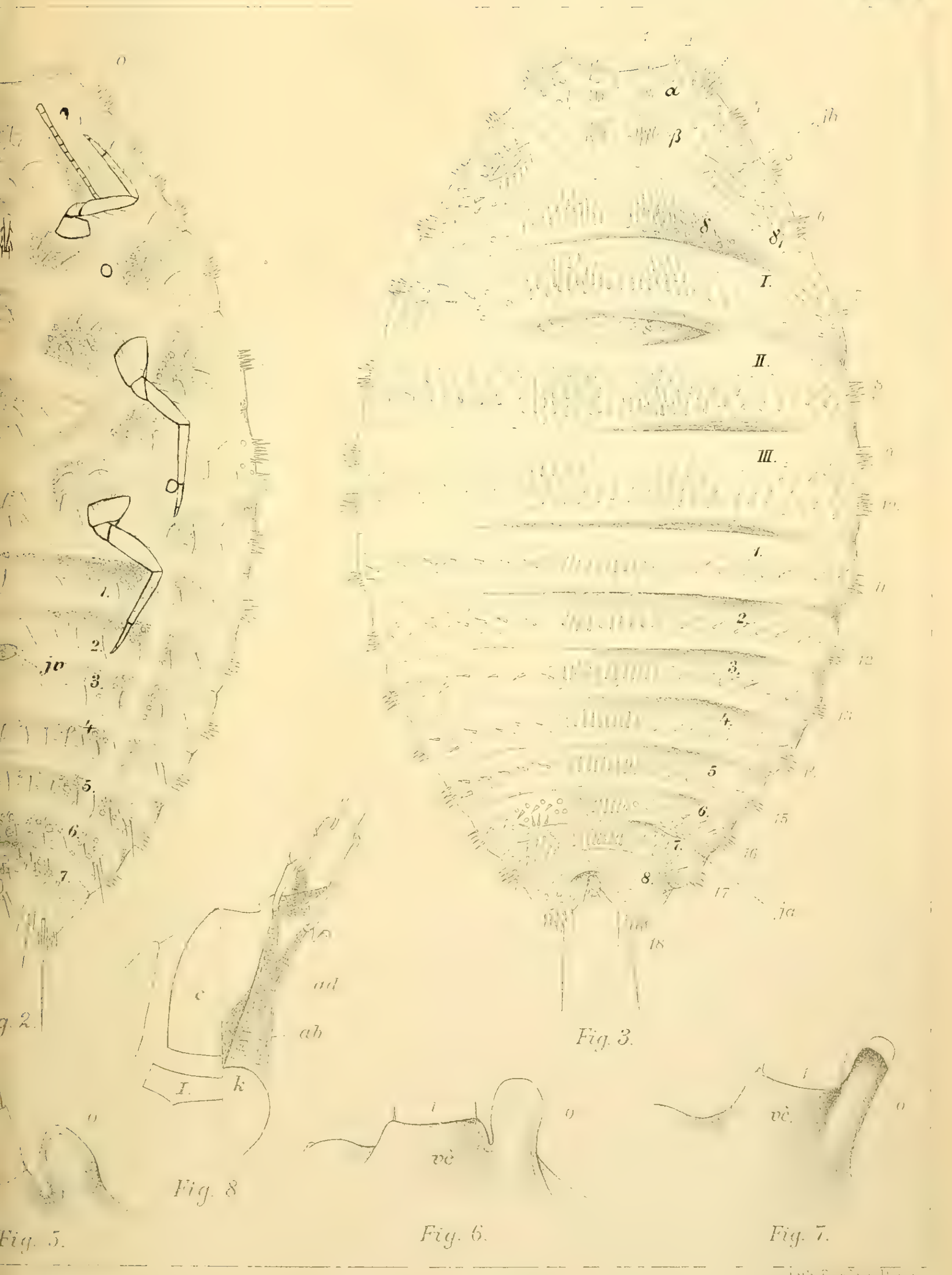
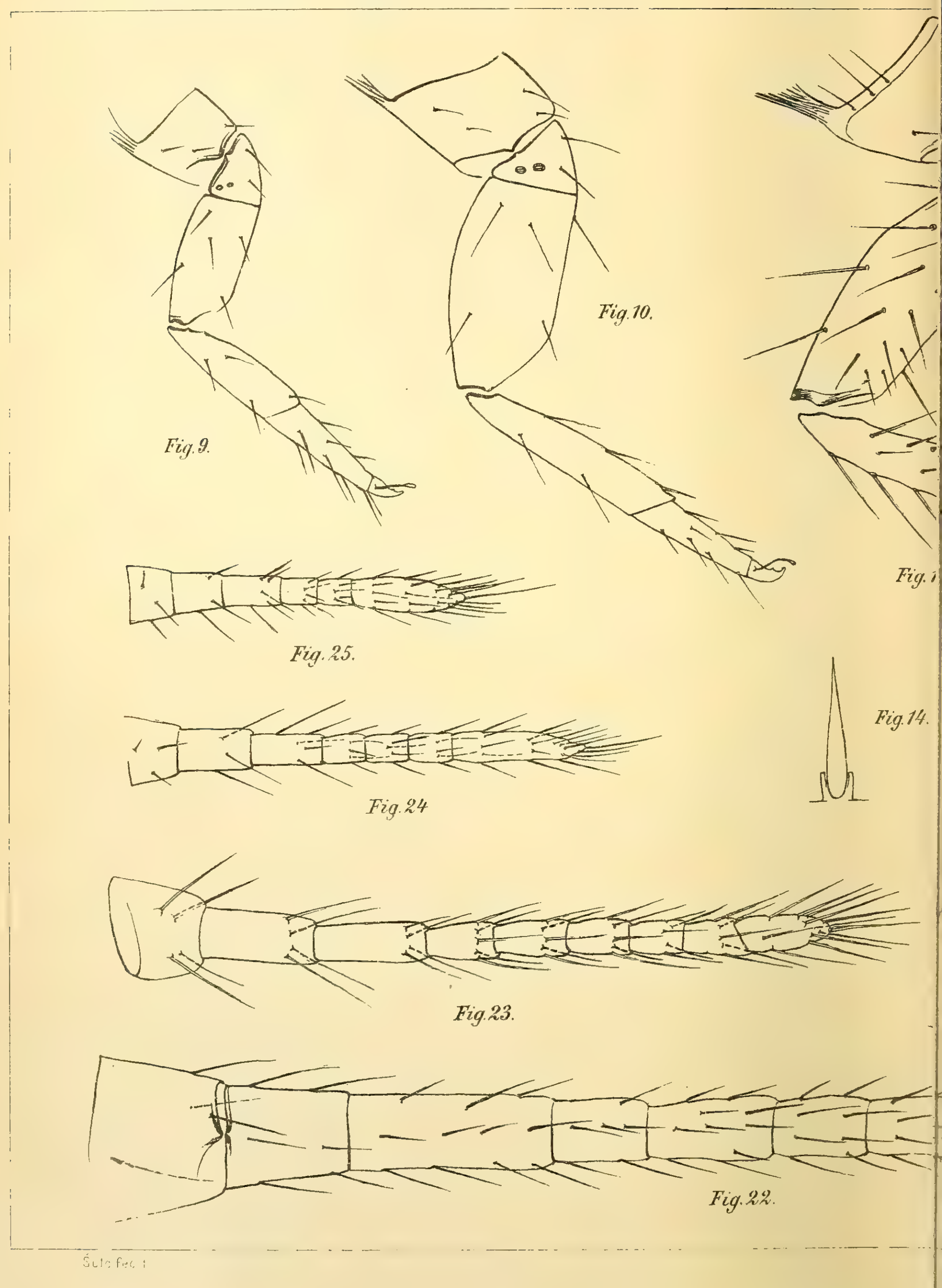


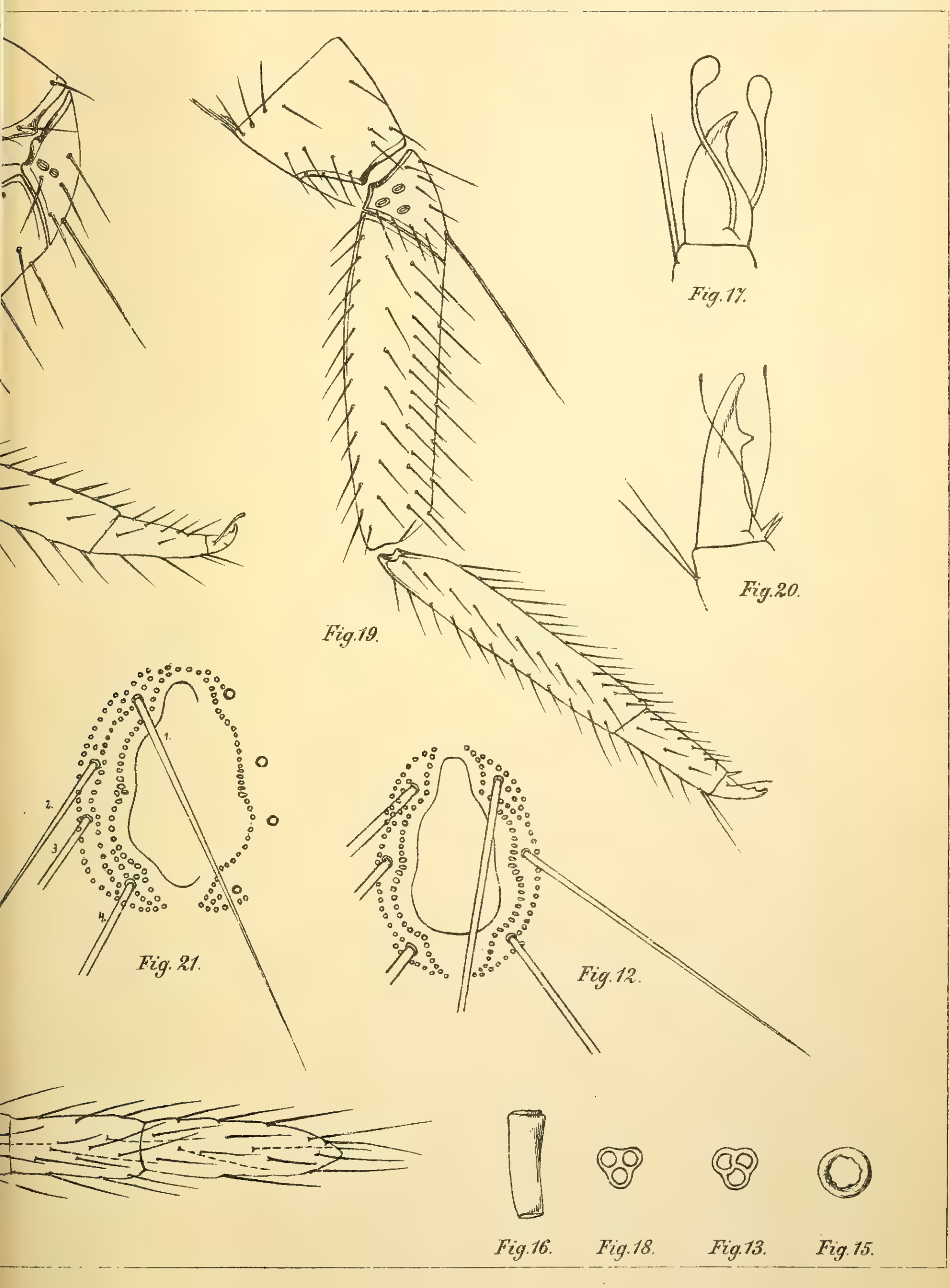
Fig. 1.

Fig. 4

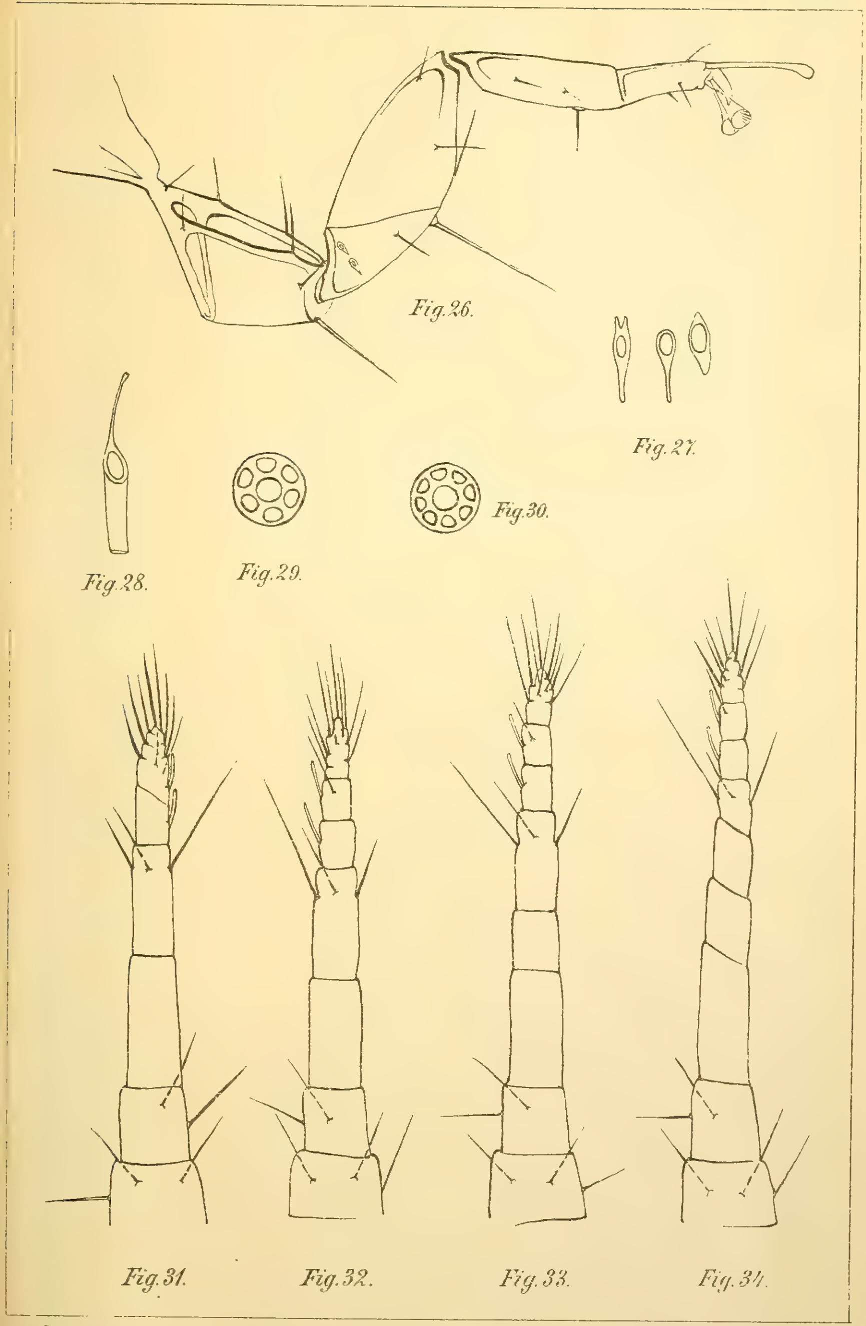

Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8
jv
ja
ad
ab
c
k
vè



Šulc fec.



Lith. Farský v Praze.



K. Šulc fecit.

Lith. Farský v Praze.

OBSAH.

Seznam přednášek, konaných ve schůzkách třídy mathematicko-přírodovědecké r. 1897 . . . str. IV.

INHALT.

Verzeichniss der Vorträge, welche in den Sitzungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe im J. 1897 abgehalten wurden . . . . S. V.

Tiskem dra Edv. Grégra. — Nákladem Král. České Společnosti Náuk v Praze 1898.

[illegible] v Praze 1897.



